12. A belső erőrendszer. Az igénybevétel fogalma és fajtái. Az igénybevételi függvények és ábrák. Kapcsolat az igénybevételi függvények között.

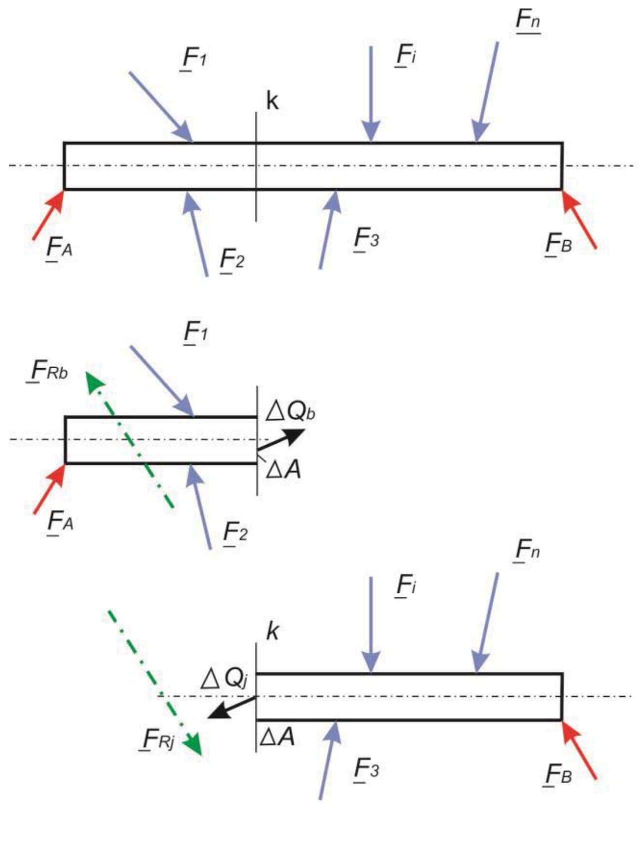
Az előzőekben a kényszerekben keletkező ***kényszererők*** (ún. ***reakcióerők***) meghatározását végeztük el, a tartó belsejében kialakuló erőjátékkal (belső erők) nem foglalkoztunk. A merev test egyes keresztmetszeteit terhelő belső erőket ***igénybevétel***nek nevezzük. Az igénybevétel okozza a testek deformációját és esetleges tönkremenetelét is. Ebből adódik, hogy ezek pontos értékének meghatározása a tartó teljes hossza mentén haladva, annak bármely pontjára nézve nagyon fontos.

Merev testeket kényszerekkel egymáshoz és a földhöz - vagy az ahhoz képest mozdulatlanná tett falhoz, állványhoz stb.- kapcsolva alakzatot hozhatunk létre. Ezt a létrehozott alakzatot ***szerkezet***nek nevezünk.

A műszaki gyakorlatban ***tartószerkezet***nek az olyan nyugalomban levő szerkezetet nevezzük, amely a rá ható tetszőleges külső erőrendszer hatására is nyugalomban marad. Leggyakoribb alkotóeleme az egyenes tengelyű prizmatikus rúd.

A továbbiakban csak statikailag határozott, túlnyomóan egyenes tengelyű rudakból kialakított tartószerkezetekkel foglalkozunk. Statikailag határozott támasztású az a tartószerkezet, melyre a felírható független statikai egyenletek száma *(s)* megegyezik az ismeretlenek számával *(k)*. Síkbeli tartószerkezetek esetében $s=k=3$, míg térbeli tartóknál $s=k=6$.

Legyen adva a *12.1. ábrán* látható, egyenes tengelyű rúdból kialakított tartó, melyre egyensúlyban levő erőrendszer hat, azaz nyugalomban van.



12.1. ábra. Egyenes tengelyű tartó egyensúlya

A külső erőkre felírható egyensúlyi egyenlet:

$$\underline{F}_A + \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 + \ldots + \underline{F}_i + \ldots + \underline{F}_n + \underline{F}_B = \underline{0} \qquad (12.1.)$$

Ezután vágjuk képzeletben ketté a tartónkat a rúd keresztmetszetére merőleges „k” keresztmetszetben. Az így kapott két tartórészre ható külső erők már nagy valószínűség szerint nem alkotnak egyensúlyi erőrendszert. Mindkét rúdrészre meghatározzuk az eredő rendszer eredőjét.

$$\underline{F}_{Rb} = \underline{F}_A + \underline{F}_1 + \underline{F}_2, \qquad (12.2.)$$

ahol $\underline{F}_{Rb}$: a tartó baloldali tartórészre ható erők eredője.

$$\underline{F}_{Rj} = \underline{F}_3 + \ldots + \underline{F}_i + \ldots + \underline{F}_n + \underline{F}_B, \qquad (12.3.)$$

ahol $\underline{F}_{Rj}$: a tartó jobb oldali tartórészre ható erők eredője.

A két részeredő egyensúlyából következik, hogy

$$\underline{F}_{Rb} + \underline{F}_{Rj} = \underline{0} \quad \text{tehát :} \qquad (12.4.)$$

$$\underline{F}_{Rb} = -\underline{F}_{Rj} \quad \text{és} \qquad (12.5.)$$

$$\left|\underline{F}_{Rb}\right| = \left|\underline{F}_{Rj}\right| \qquad (12.6.)$$

Az elvágást megelőzően a tartó egyensúlyban volt, így annak minden egyes része is. A két részre ható erők külön-külön nincsenek egyensúlyban, a tartórészek mégis nyugalomban vannak, nem mozdulnak el. Ezt a keresztmetszeten megoszló belső erőkből álló erőrendszer biztosítja.

A „k” keresztmetszet „A” felületén megoszló dQ erő:

$$\underline{Q}_b = \int_{(A)} \frac{d\underline{Q}_b}{dA} \cdot dA \quad \text{és} \qquad (12.7.)$$

$$\underline{Q}_j = \int_{(A)} \frac{d\underline{Q}_j}{dA} \cdot dA \qquad (12.8.)$$

Ezzel az elvágott tartó egyensúlyba kerül:

$$\underline{F}_{Rb} + \underline{Q}_b = \underline{0} \qquad (12.9.)$$

$$\underline{F}_{Rb} = -\underline{Q}_b, \quad \text{ill.} \qquad (12.10.)$$

$$\underline{F}_{Rj} + \underline{Q}_j = \underline{0} \qquad (12.11.)$$

$$\underline{F}_{Rj} = -\underline{Q}_j \qquad (12.12.)$$

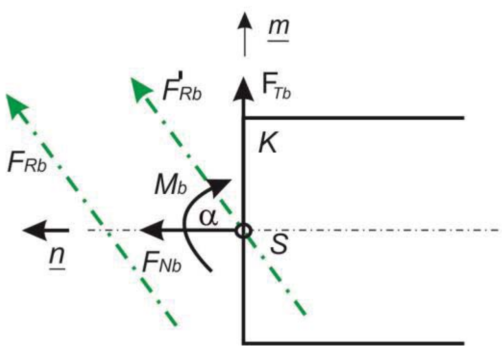
A (*12.5.*) alapján

$$\underline{Q}_b = \underline{F}_{Rj} \quad \text{és} \tag{12.13.}$$

$$\underline{Q}_j = \underline{F}_{Rb} \tag{12.14.}$$

A későbbiekben megállapodás szerint ***igénybevétel***nek nevezzük a tartó egy tetszőleges keresztmetszetére ható bal oldali erők eredőjét. ($\underline{F}_{Rb}$)

A *12.2. ábrán* felnagyítva látszik a jobb oldali tartórész az átvágási keresztmetszettel és az igénybevételt jelentő bal oldali erők eredőjével. Az eredőt redukáljuk a *„k”* keresztmetszet súlypontjára (*S*), majd bontsuk fel egy a keresztmetszet normálvektorával párhuzamos (F_N), és egy arra merőleges (F_T) tangenciális összetevőre.



12.2.ábra. Belső eredő erő felbontása

Húzó vagy nyomó igénybevétel a vizsgált keresztmetszettől balra levő erők eredőjének (normális irányú) összetevője.

$$F_N = \underline{F}_{Rb} \cdot \underline{n} = \left|\underline{F}_{Rb}\right| \cdot \cos\alpha = \sum_{i=1}^{n} \left|\underline{F}_{bi}\right| \cdot \cos\alpha \tag{12.15.}$$

Pozitív az előjele, ha a keresztmetszettől el mutat, tehát húzza azt. Negatív, ha nyomó az igénybevétel.

Nyíró (tangenciális) igénybevétel a vizsgált keresztmetszettől balra levő erők eredőjének a tengelyre merőleges, azaz a keresztmetszet síkjába eső összetevője.

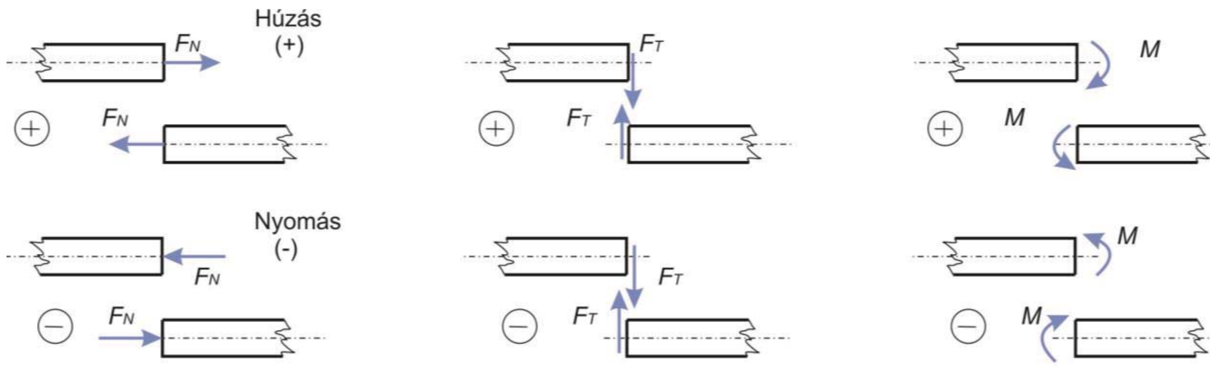
$$F_T = \underline{F}_{Rb} \cdot \underline{m} = \left|\underline{F}_{Rb}\right| \cdot \sin\alpha = \sum_{i=1}^{n} \left|\underline{F}_{bi}\right| \cdot \sin\alpha \tag{12.16.}$$

Hajlító igénybevétel a vizsgált keresztmetszettől balra levő erők eredőjének a nyomatéka a keresztmetszet hajlítási tengelyére.

$$M = \left|\underline{r}_{Rb} \times \underline{F}_{Rb}\right| = M_b = \sum_{(b)} M_i \tag{12.17.}$$

Pozitív az előjele, ha az óramutató járásával ellentétesen forgat.

Az előjel szabályt a *12.3 ábra* foglalja össze.



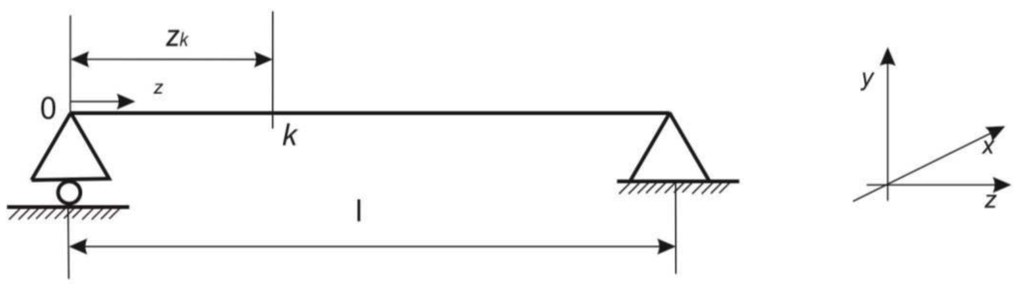
12.3. ábra. Az előjel szabály

Az igénybevételt a tartó valamennyi keresztmetszetében ismernünk kell. Ezek ismerete vezet az igénybevételi függvényekhez. Legegyszerűbben úgy fogalmazható meg, - egyenes tengelyű tartót feltételezve- hogy a tartószerkezet keresztmetszeteinek helyét megmutató *„z”* független változóhoz hozzá kell rendelni egy igénybevételfajtát a $0 \leq z \leq l$ tartományban. Így három igénybevételi függvényt kapunk, az alábbi alakban:

$$F_N = F_N(z) \tag{12.18.}$$

$$F_T = F_T(z) \tag{12.19.}$$

$$M = M(z) \tag{12.20.}$$



12.4. ábra. Kéttámaszú tartó elhelyezése a koordináta rendszerben

Az igénybevételek meghatározásához a koordinátarendszerünket úgy illesztjük, hogy a tartó keresztmetszetének síkja az *„xy”* sík legyen, míg hossztengelye a *„z”* tengellyel legyen megegyező.

Az igénybevételi ábra olyan ábra, melynek minden egyes ordinátája megmutatja, hogy a felette levő keresztmetszetben mekkora a baloldali erők eredőjének $[F_{Rb}; M_{Rb}]_k$ vektorkettőse.

A redukált vektorkettős a „k” keresztmetszetben:

$$\underline{F}_{Rb} = F_{xb} \cdot \underline{n} + F_{yb} \cdot \underline{m} + F_{zb} \cdot \underline{k} \tag{12.21.}$$

$$\underline{M}_{Rb} = M_{xb} \cdot \underline{n} + M_{yb} \cdot \underline{m} + M_{zb} \cdot \underline{k} \qquad (12.22.)$$

Ahol a nyomaték a tengely hosszirányával egybeeső tengelye (z) körül lép fel ott a keresztmetszetet csavarja, azaz ***csavaró igénybevétel***t okoz.
Előjelét az

$$M_{zb} = \underline{M}_{Rb} \cdot \underline{k} = T \qquad (12.23.)$$

összefüggés határozza meg.

Így jutunk a negyedik igénybevételi függvényhez:

$$T = T(z) \qquad (12.24.)$$

12.5. ábra. Csavaró igénybevétel