1. Bevezetés a műszaki mechanikához

A XVIII. század végéig fizika = természettudomány

A fizika természettudomány, amely a természet azon jelenségeivel foglalkozik, amelyek során a testek anyagi, kémiai összetétele nem változik.

Célja: a megismerés és hasznosítás

Feladata: jelenségek leírása, modellezése, törvényszerűségek meghatározása

Illetékessége: a megfigyelhetőség, reprodukálhatóság tartománya

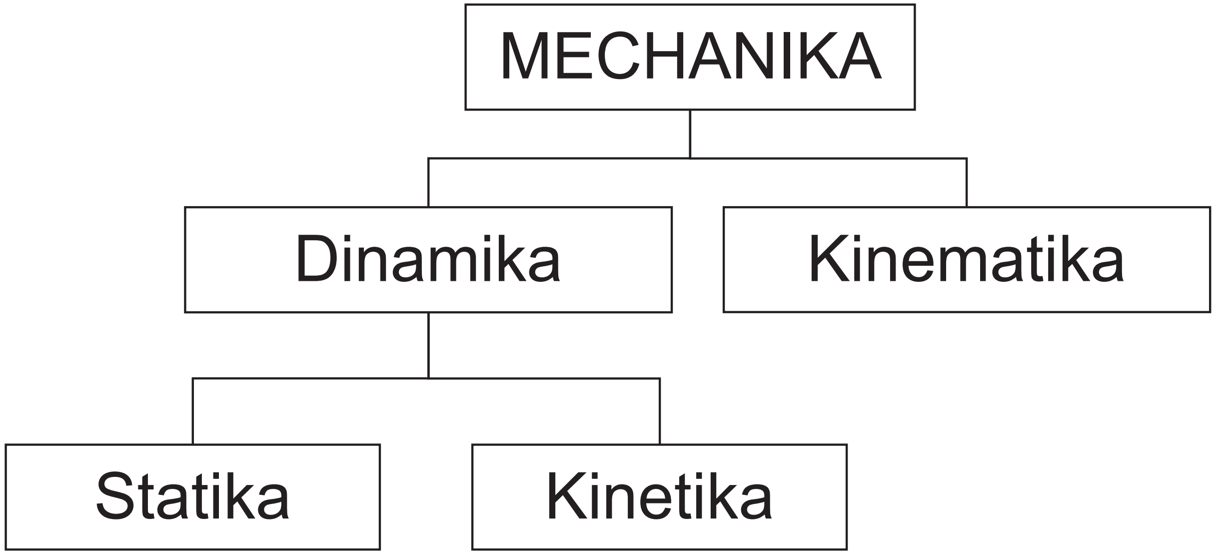
Módszere: indukció (egyes → általános)
dedukció (általános → egyes)

Felosztása: kísérleti fizika (mérés → törvény, műszerek)
elméleti fizika (matematika)
műszaki fizika (gyakorlati alkalmazás a cél)

A <u>mechanika</u> az anyagi testek mozgását és nyugalmi helyzetét vizsgálja.
A <u>műszaki mechanika</u> a mérnöki gyakorlat szempontjait veszi figyelembe.

A nyugalom csak adott koordinátarendszerben értelmezhető.

A mechanika felosztása:



A vizsgált anyagi test tulajdonságai szerint a mechanika lehet:

- Anyagi pont, merev test és mechanizmus mechanikája
- Kontinuummechanika (szilárdságtan, folyadékok és gázok mechanikája)

Nemzetközi mértékegység rendszer (SI)

Mennyiség = mérhető tulajdonság

Az azonos (összeadható) mennyiség = mennyiségfajta

Mérés: meghatározni, hogy a mérendő mennyiségben hányszor van meg egy másik, önkényesen egységül választott alapmennyiség.

Mértékegység: az alapul választott alapmennyiség

(mennyiség) = (számérték) x (mértékegység)

A számérték a műszaki gyakorlatban számításoknál 3-4 egymást követő szám, pl. 92300 vagy 0,0432. Méréseknél illik megadni a számérték hibatartományát.

SI alapmennyiségek: (7 db)

- Hosszúság* (méter, [m])
- Tömeg* (kilogramm, [kg])
- Idő* (másodperc, [s])
- Áramerősség (amper, [A])
- Hőmérséklet (kelvin, [K])
- Anyagmennyiség (mól, [mol])
- Fényerősség (kandela, [cd])

(* mechanikában használatos alapmennyiségek)

FIGYELEM: a mértékegység elhagyása <u>hiba</u>!

A származtatott mértékegységek közé a szorzás és/vagy osztásjeleket ki kell írni.
A prefixumot a szorzat első tényezője elé kell tenni, műveleti jel nélkül.

A mennyiségek felosztása:

(a) - <u>Extenzív</u> (összegződnek, tehát additívek, pl. tömeg, térfogat, hosszúság stb.)
- <u>Intenzív</u> (nem additív, pl. hőmérséklet, nyomás, stb.)

(b) - <u>Skalár</u> (irány nélküli, pl. tömeg, hőmérséklet)
- <u>Vektor</u> (irány, méret, párhuzamosan eltolható hatásvonallal rendelkezik, pl. sebesség, nyomaték)
- <u>Kötött vektor</u> (hatásvonala kötött, pl. erő, helyvektor)

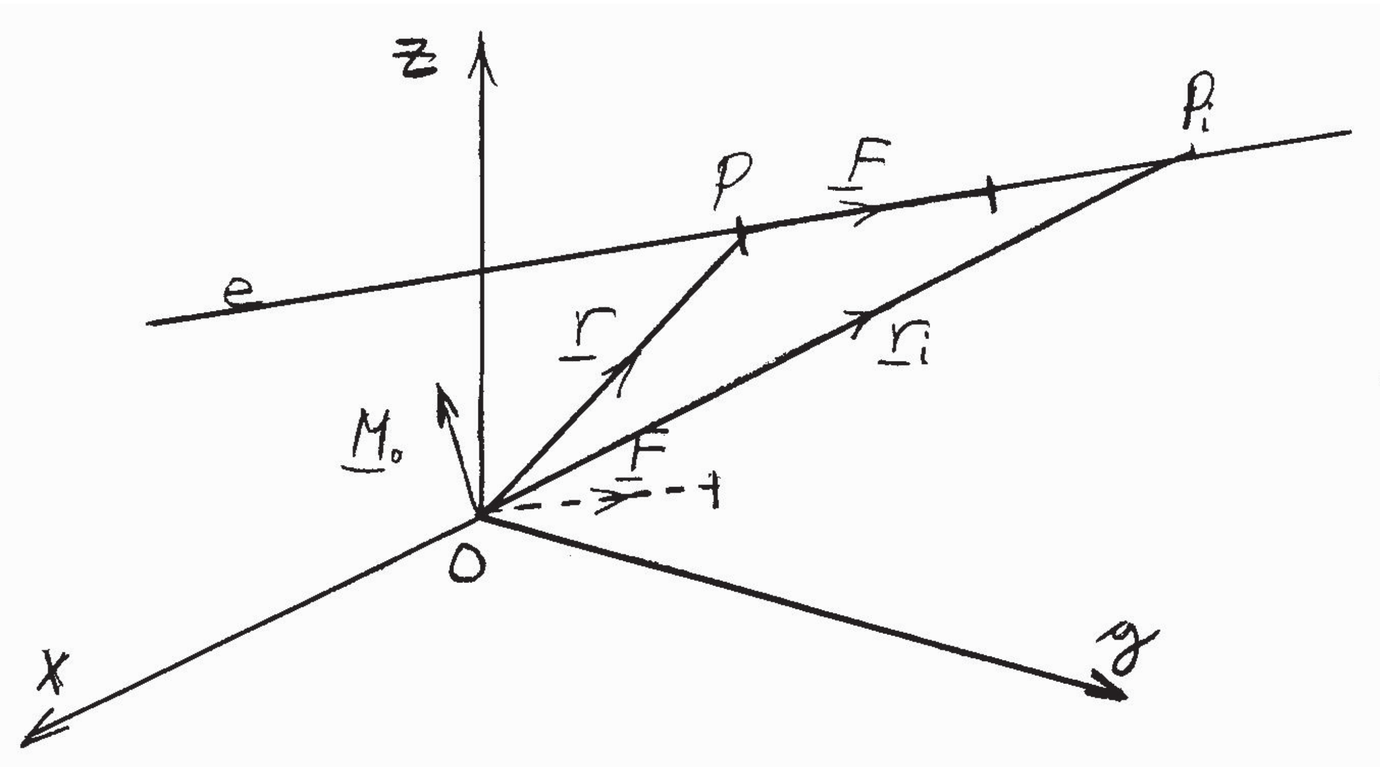
2. A műszaki mechanika alapfogalmai

2.1. Az erő, az erőrendszer

Newton volt az első, aki az erő fogalmát a mozgással hozta kapcsolatba.
A testek olyan egymásra hatását, amely a testek mozgási állapotának vagy alakjának megváltozását eredményezi, erőnek nevezzük.
Az erő kötött vektor (MIÉRT!)

Az erő, mint kötött vektor megadása

- $\underline{F}$ és $\underline{r}$ (nem tolható el az $\underline{F}$ vektor a hatásvonalán, tehát nem jó így!)
- $\underline{F}$ és $\underline{r} \times \underline{F}$ (ez megengedi az $\underline{F}$ vektor eltolását az „**e**” egyenesen, tehát jó)



Bizonyítása:

$$\underline{r}_i = \underline{r} + \lambda_i \underline{F}$$

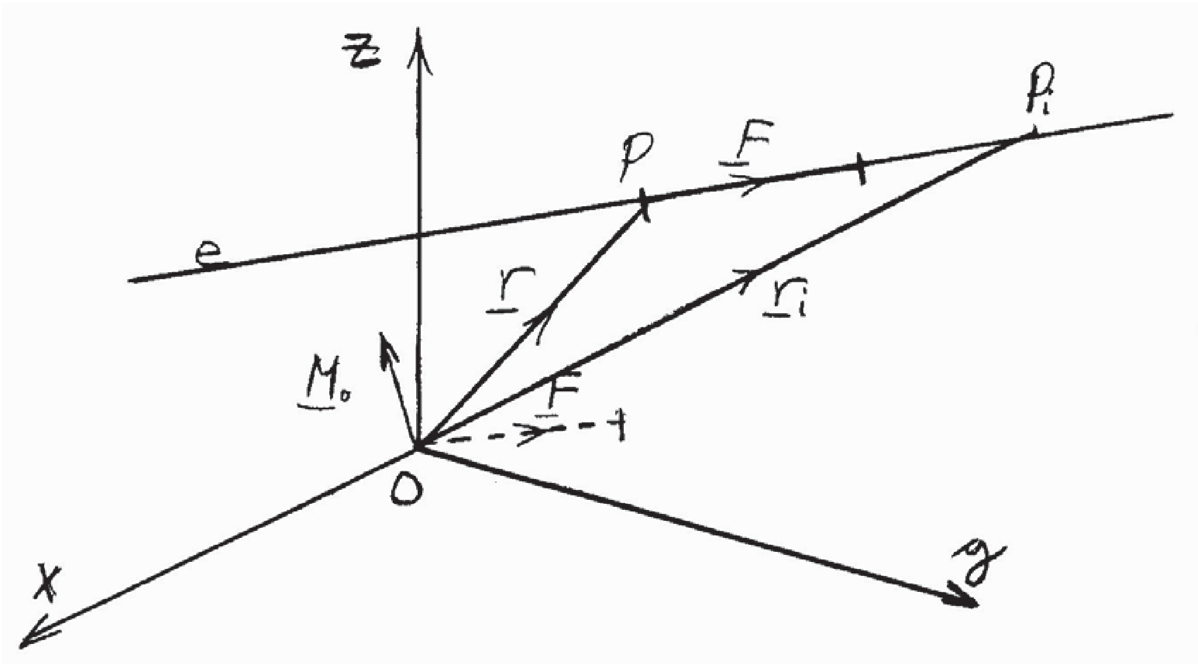
$$\underline{r}_i \times \underline{F} = (\underline{r} + \lambda_i \underline{F}) \times \underline{F} = \underline{r} \times \underline{F} + \lambda_i \underline{F} \times \underline{F} = \underline{r} \times \underline{F} = \underline{M}_0$$

Nyomatékvektor az origóra:

$$\underline{M}_0 = \underline{r} \times \underline{F}$$

Az erő, mint kötött vektor megadásához két vektor (egy vektorkettős) kell:

$$[\underline{F} ; \underline{M}_0]_0$$



Az erők felosztása:

- Felszíni erők (felületen megoszló erők): felületen megoszló erőrendszer, koncentrált erő
- Tömegerők (térfogaton megoszló erők): a testek nem érintkeznek, pl. gravitáció, mágneses erők

Több erő együttesét erőrendszernek nevezzük.

$$\left(F_1, F_2, F_3, \ldots\ldots, F_n\right) \doteq \left(F\right)$$

Egyensúlyban van az erőrendszer, ha azt bármely eredetileg nyugalomban lévő testre működtetve, a test továbbra is nyugalomban marad. Jelölése:

$$\left(F\right) \doteq 0 \qquad \text{illetve} \qquad \sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i = \underline{0}$$

Két erőrendszer akkor egyenértékű egymással, ha található olyan harmadik erőrendszer, amelyet hozzátéve a két erőrendszerhez, külön-külön egyensúlyt hoz létre

$$\left[(P),(Q)\right] \doteq 0 \qquad \text{és} \qquad \left[(S),(Q)\right] \doteq 0$$

A (Q) erőrendszer az egyensúlyozó erőrendszer.

Az erőrendszer eredője a vele egyenértékű (azonos összhatású) erő vagy kevesebb erőből álló erőrendszer.

$$\left(F_1, F_2, \ldots, F_n\right) \doteq \begin{cases} \left(F_R\right) \\ F_R \\ 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i = \underline{F}_R; \qquad \sum_{i=1}^{n} \underline{M}_{i0} = \underline{M}_{R0}$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i; \sum_{i=1}^{n} \underline{M}_{i0}\right] = \left[\underline{F}_R; \underline{M}_{R0}\right]_0$$

A statika alaptörvénye:

$$\left[\underline{F}_R ; \underline{M}_{R0}\right]_0 = \left[\underline{0} ; \underline{0}\right]_0$$

Ez a térben 6, a síkban 3 skalár egyenletet eredményez.

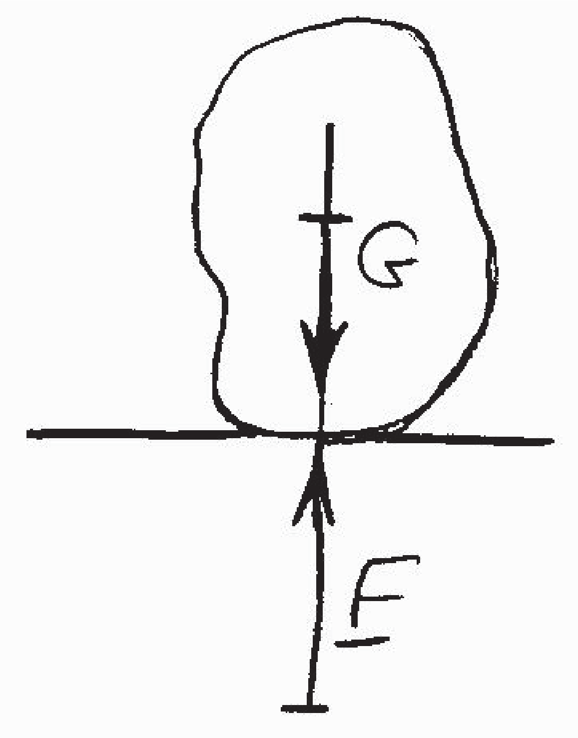
A skalár egyenletek az egyensúlyi egyenletek.

Statikailag határozott a feladat, ha az egyenletek és az ismeretlenek száma azonos.
Statikailag határozatlan, ha ez az egyenlőség nem áll fenn.

2.2. A statika alaptételei

Az axiómákat nem bizonyítjuk, érvényességük gyakorlati tapasztalatok alapján nyilvánvaló.
Cél, hogy minél kevesebb axiómára lehessen építeni egy tudományt.
A merev testek statikáját (a statikát) négy axiómára lehet visszavezetni.

Statika 1. alaptétele: Két merev test által egymásra kifejtett erők mindig páronként fordulnak elő, páronként közös hatásvonalúak, egyenlő nagyságúak, de ellentétes irányúak. (Newton akció-reakció elve)



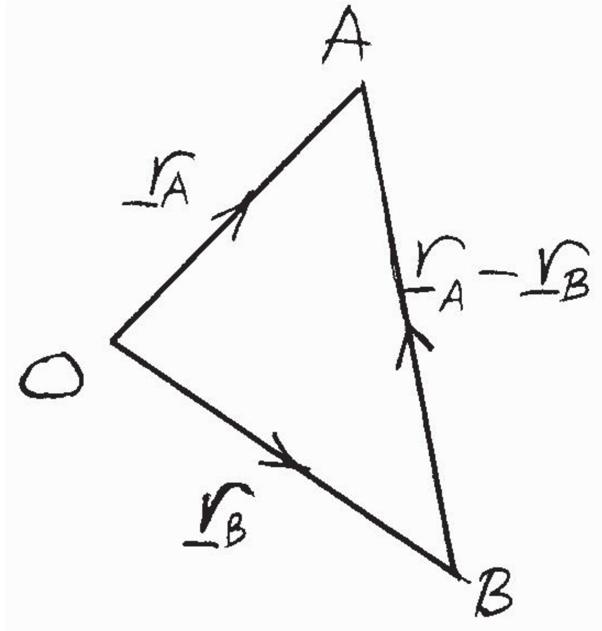
$$\left|\underline{G}\right| = \left|\underline{F}\right| \qquad \text{és} \qquad \underline{G} = -\underline{F}$$

azaz

$$\underline{G} + \underline{F} = \underline{0};$$

$$\left(\underline{G}, \underline{F}\right) \doteq 0$$

<u>Statika 2. alaptétele:</u> Két erő akkor és csakis akkor van egyensúlyban, ha hatásvonaluk közös, nagyságuk egyenlő, de irányuk ellentétes.



$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \underline{0}, \quad \text{ha} \quad \underline{F}_1 = -\underline{F}_2$$

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet, ha $\underline{F}_1$ átmegy az „A”, $\underline{F}_2$ pedig a „B” ponton:

$$\underline{M}_{A0} + \underline{M}_{B0} = \underline{0}$$

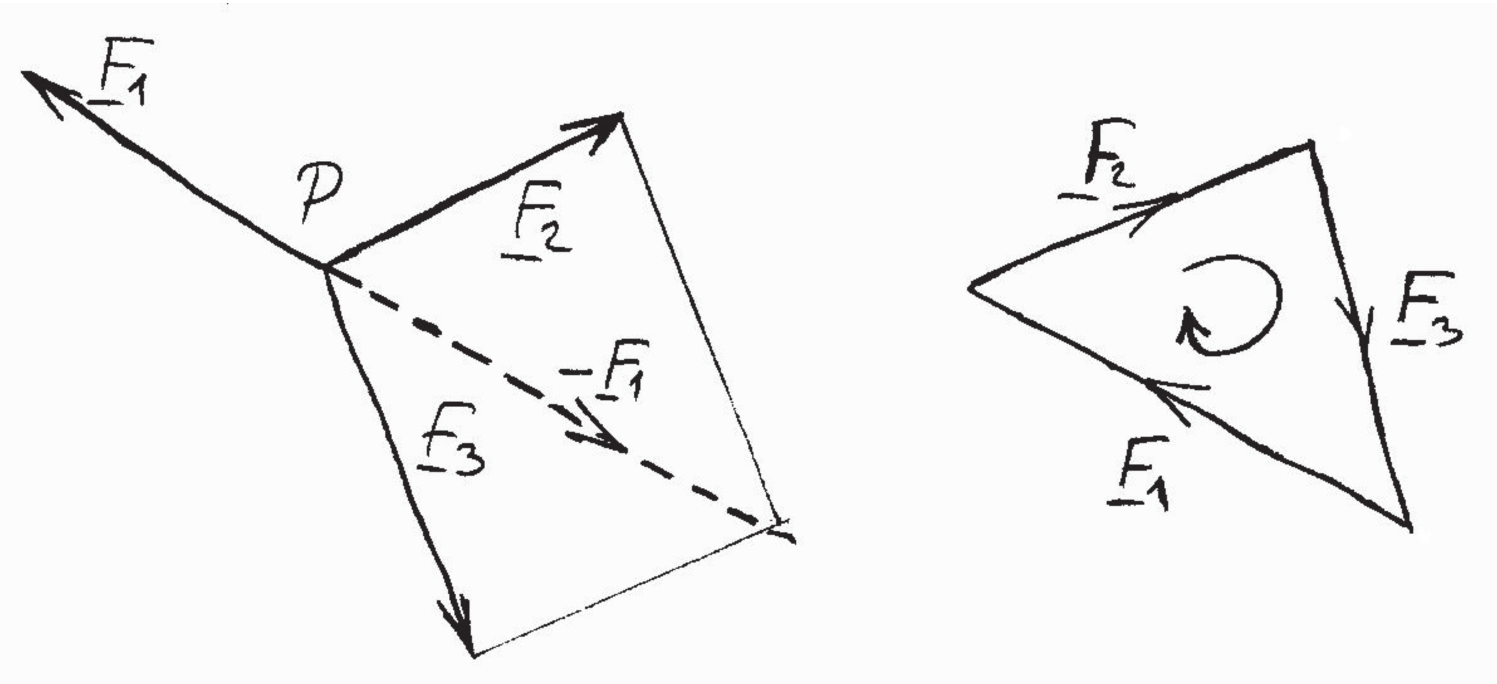
$$\underline{r}_A \times \underline{F}_1 + \underline{r}_B \times \underline{F}_2 = \underline{0}$$

Behelyettesítve, hogy $\underline{F}_2 = -\underline{F}_1$:

$$\left(\underline{r}_A - \underline{r}_B\right) \times \underline{F}_1 = \underline{0}$$

Ez akkor lehet, ha $\underline{r}_A - \underline{r}_B \parallel \underline{F}_1$, de $\underline{F}_1 \parallel \underline{F}_2$, ami azt jelenti, hogy közös egyenesbe esik a két erő.

Statika 3. alaptétele: Három erő akkor és csak akkor van egyensúlyba, ha hatásvonaluk egy pontban metszik egymást és vektorai zárt, nyílfolytonos vektorháromszöget alkotnak.
Következmény: a három vektor egy síkban van.



$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = \underline{0} \qquad\qquad \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = -\underline{F}_1$$

<u>Statika 4. alaptétele:</u> Valamely egyensúlyban lévő erőrendszerhez az egyensúly megzavarása nélkül lehet hozzáadni vagy belőle elvenni olyan erőket, amelyek önmaguk között egyensúlyban vannak.

Ha $(P) \doteq 0$ és $(S) \doteq 0$, akkor $[(P),(S)] \doteq 0$, illetve

ha $\sum_{i=1}^{n} \underline{P}_i = \underline{0}$ és $\sum_{i=1}^{m} \underline{S}_i = \underline{0}$, akkor $\sum_{i=1}^{n} \underline{P}_i \pm \sum_{i=1}^{m} \underline{S}_i = \underline{0}$

Ha egy szerkezet egyensúlyban van, akkor annak bármelyik része külön-külön is egyensúlyban van.