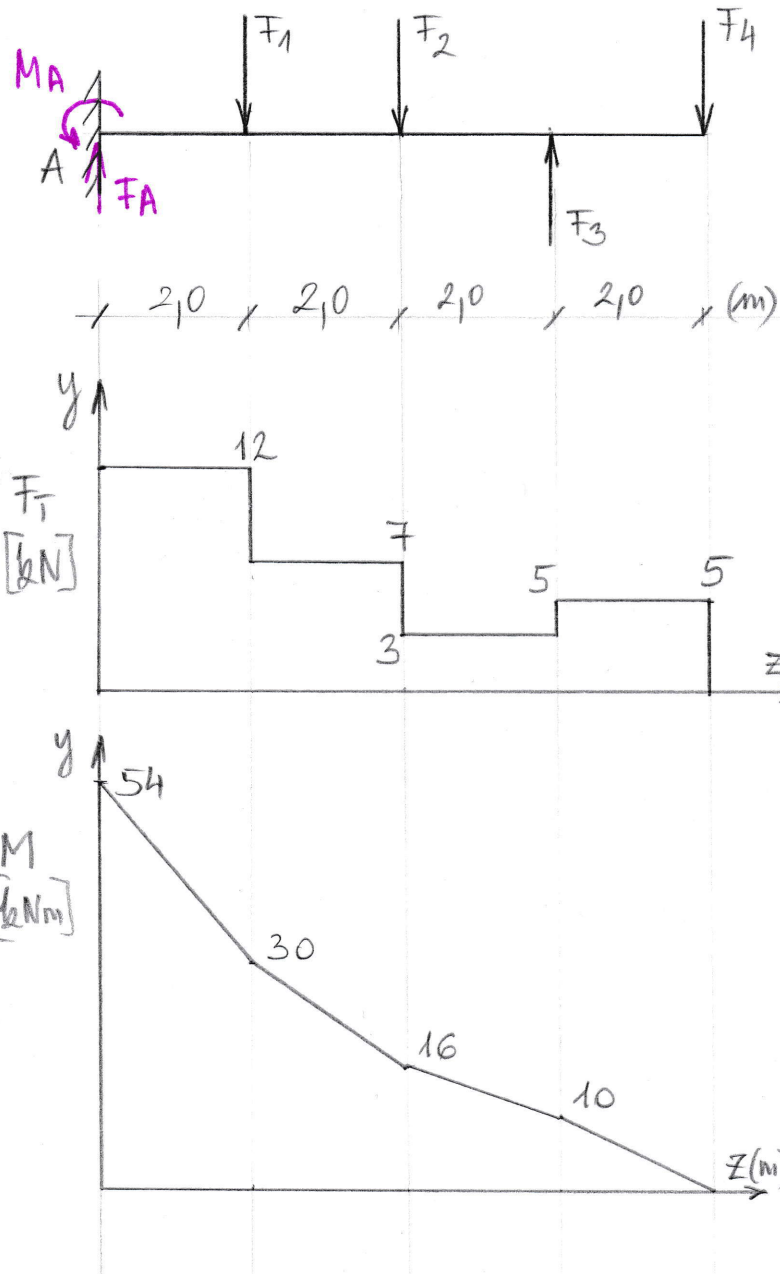


BETÁLAZOTT TARTÓK 1. példa m.o.



$$F_1 = 5\text{ kN}$$

$$F_2 = 4\text{ kN}$$

$$F_3 = 2\text{ kN}$$

$$F_4 = 5\text{ kN}$$

$$F_A = ? ; M_A = ?$$

vez. 8m?

igénybevételei ábrák?

MEGOLDÁS:

• F_A számítása

$F_A \uparrow$ feltételezzük

$$\sum F_y = 0 = F_A - F_1 - F_2 + F_3 - F_4$$

$$0 = F_A - 5\text{ kN} - 4\text{ kN} + 2\text{ kN} - 5\text{ kN}$$

$$F_A = 12\text{ kN} \uparrow$$

• reakciónyomatok (M_A) számítása:

$M_A \curvearrowright$ feltételezzük

$$\sum M^{(A)} = 0 = M_A - F_1 \cdot 2\text{ m} - F_2 \cdot 4\text{ m} + F_3 \cdot 6\text{ m} - F_4 \cdot 8\text{ m}$$

$$0 = M_A - 5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} - 4\text{ kN} \cdot 4\text{ m} + 2\text{ kN} \cdot 6\text{ m} - 5\text{ kN} \cdot 8\text{ m}$$

$$M_A = 54\text{ kNm} \curvearrowright$$

• Nyomatékok számítása:

$$M(z=2\text{ m}) = M_A - F_A \cdot 2\text{ m} = 54\text{ kNm} - 12\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 30\text{ kNm}$$

$$M(z=4\text{ m}) = M_A - F_A \cdot 4\text{ m} + F_1 \cdot 2\text{ m} = 54\text{ kNm} - 12\text{ kN} \cdot 4\text{ m} + 5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 16\text{ kNm}$$

$$M(z=6\text{ m}) \text{ jobbról} = F_4 \cdot 2\text{ m} = 5\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 10\text{ kNm}$$

U.é. $z = 0\text{ m}$

$$M_{\max} = 54\text{ kNm}$$

BETALAZOTT TARTÓK 2. példa M.O.

$$q = 5 \text{ kN/m}$$

$$F_A = ? ; M_A = ?$$

vez. 2m?

igénybevételei ábrák

MEGOLDÁS

• F_A számítása

$F_A \uparrow$ feltételezzük

$$\sum F_y = \phi = -q \cdot 3\text{m} + F_A$$

$$\phi = -5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\text{m} + F_A$$

$$\underline{F_A = 15 \text{ kN} \uparrow}$$

• Reakciónyomaték (M_A) számítása

$M_A \curvearrowright$ feltételezzük

$$\sum M^{(A)} = \phi = -M_A - q \cdot 3\text{m} \cdot 2,5\text{m}$$

$$\phi = -M_A - 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\text{m} \cdot 2,5\text{m}$$

$M_A = -37,5 \text{ kNm} \Rightarrow M_A$ a feltételezett irányjal ellentétesen forog

$$\underline{M_A = 37,5 \text{ kNm} \curvearrowright}$$

• Nyomatékok számítása:

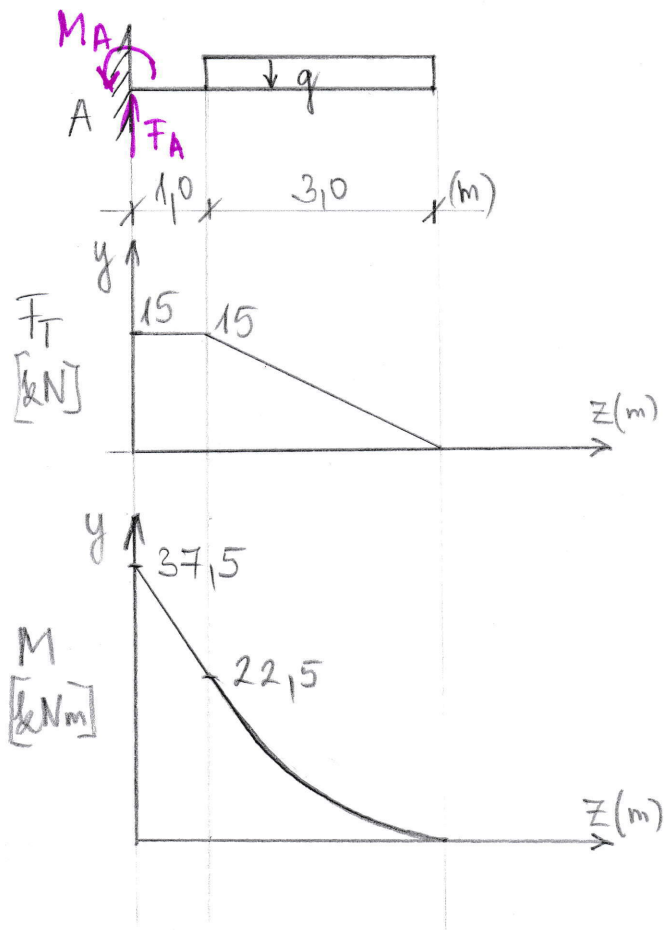
$$M(z=1\text{m}) = M_A - F_A \cdot 1\text{m} =$$

$$= 37,5 \text{ kNm} - 15 \text{ kN} \cdot 1\text{m} = 22,5 \text{ kNm}$$

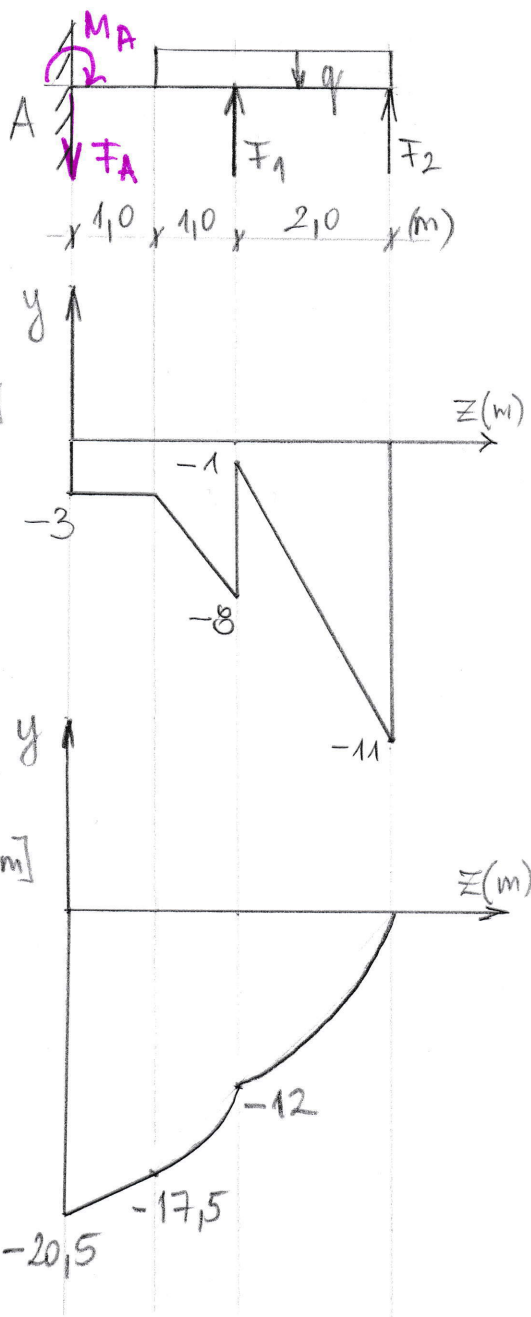
v.l.

$$\underline{z = 0\text{m}}$$

$$\underline{M_{\max} = 37,5 \text{ kNm}}$$



BETÁLAZOTT TARTÓK 3. példa no.



$$q = 5 \text{ kN/m}$$

$$F_1 = 7 \text{ kN}$$

$$F_2 = 11 \text{ kN}$$

$$F_A = ?; M_A = ?; v_k ?; \text{igénybevételei a'bra'k?}$$

MEGOLDÁS

• F_A számítása:

$F_A \downarrow$ feltételezett iránya

$$\sum F_y = 0 = F_1 + F_2 - q \cdot 3\text{m} - F_A$$

$$0 = 7 \text{ kN} + 11 \text{ kN} - 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\text{m} - F_A$$

$$\underline{F_A = 3 \text{ kN} \downarrow}$$

• reakciómomentek (M_A) számítása

$M_A \circ$ feltételezett iránya

$$\sum M(A) = 0 = M_A - q \cdot 3\text{m} \cdot 2,5\text{m} + F_1 \cdot 2\text{m} + F_2 \cdot 4\text{m}$$

$$0 = M_A - 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\text{m} \cdot 2,5\text{m} + 7 \text{ kN} \cdot 2\text{m} + 11 \text{ kN} \cdot 4\text{m}$$

$$0 = M_A + 20,5 \text{ kNm}$$

$M_A = -20,5 \text{ kNm} \Rightarrow M_A$ a feltételezett
iránnyal ellentétesen forog

$$\underline{M_A = 20,5 \text{ kNm} \circ}$$

• Vágóerő számítása

$$F_T(z=2\text{m}) = -F_A - q \cdot 1\text{m} = -3 \text{ kN} - 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} = \underline{-8 \text{ kN}}$$

• Nyomatek számítása:

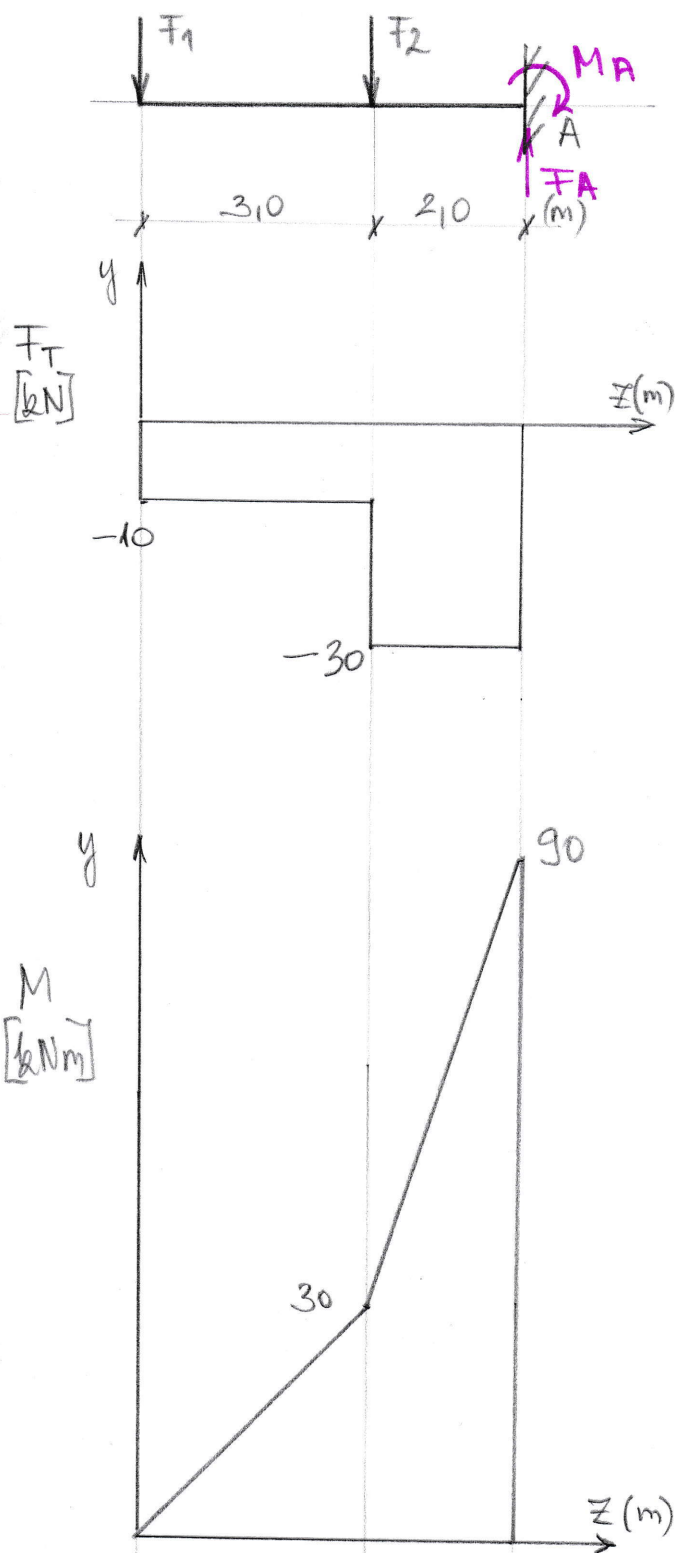
$$M(z=1\text{m}) = F_A \cdot 1\text{m} - M_A = 3 \text{ kN} \cdot 1\text{m} - 20,5 \text{ kNm} = \underline{-17,5 \text{ kNm}}$$

$$\begin{aligned} M(z=2\text{m}) &= -M_A + F_A \cdot 2\text{m} + q \cdot 1\text{m} \cdot 0,5\text{m} = \\ &= -20,5 \text{ kNm} + 3 \text{ kN} \cdot 2\text{m} + 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} \cdot 0,5\text{m} = \\ &= \underline{-12 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

v.l. $z = 0\text{m}$

$M_{\max} = -20,5 \text{ kNm}$

BETÁLAZOTT TARTÓK 4. példa m.o.



$$F_1 = 10\text{ kN}$$

$$F_2 = 20\text{ kN}$$

$$F_A = ? ; M_A = ?$$

vers. km. ?

igénybevételi ábrák

MEGOLDÁS

• F_A számítása

$F_A \uparrow$ feltételezzük

$$\sum F_y = 0 = -F_1 - F_2 + F_A$$

$$0 = -10\text{ kN} - 20\text{ kN} + F_A$$

$$\underline{F_A = 30\text{ kN} \uparrow}$$

• Reakciónyomaték (M_A) számítása

$M_A \curvearrowright$ feltételezzük

$$\sum M(A) = 0 = F_1 \cdot 5\text{ m} + F_2 \cdot 2\text{ m} + M_A$$

$$0 = 10\text{ kN} \cdot 5\text{ m} + 20\text{ kN} \cdot 2\text{ m} + M_A$$

$M_A = -90\text{ kNm} \Rightarrow M_A$ a feltételezett irányval ellentétben forog

$$\underline{M_A = 90\text{ kNm} \curvearrowright}$$

• Nyomatékok:

$$M(z=3\text{ m}) = F_1 \cdot 3\text{ m} = 30\text{ kNm}$$

$$M(z=5\text{ m}) = F_1 \cdot 5\text{ m} + F_2 \cdot 2\text{ m} =$$

$$= 10\text{ kN} \cdot 5\text{ m} + 20\text{ kN} \cdot 2\text{ m} = 90\text{ kNm}$$

v.g.: $\underline{z=5\text{ m}}$

$$\underline{M_{\max} = 90\text{ kNm}}$$

BETALKAZOTT TARTÓK 5. példa w.o.

$$q = 40 \text{ kN/m}$$

$$F_A = ? ; M_A = ?$$

vez. zm.?

igénybeveteli alakok?

MEGOLDÁS

• F_A számítása

$F_A \uparrow$ feltételezzük

$$\sum F_y = 0 = -q \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m} + F_A$$

$$0 = -40 \text{ kN/m} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m} + F_A$$

$$\underline{\underline{F_A = 100 \text{ kN} \uparrow}}$$

• reakciómomenték (M_A) számítása:

$M_A \curvearrowright$ feltételezzük

$$\sum M(A) = 0 = -M_A + q \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m}$$

$$0 = -M_A + 40 \text{ kN/m} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m}$$

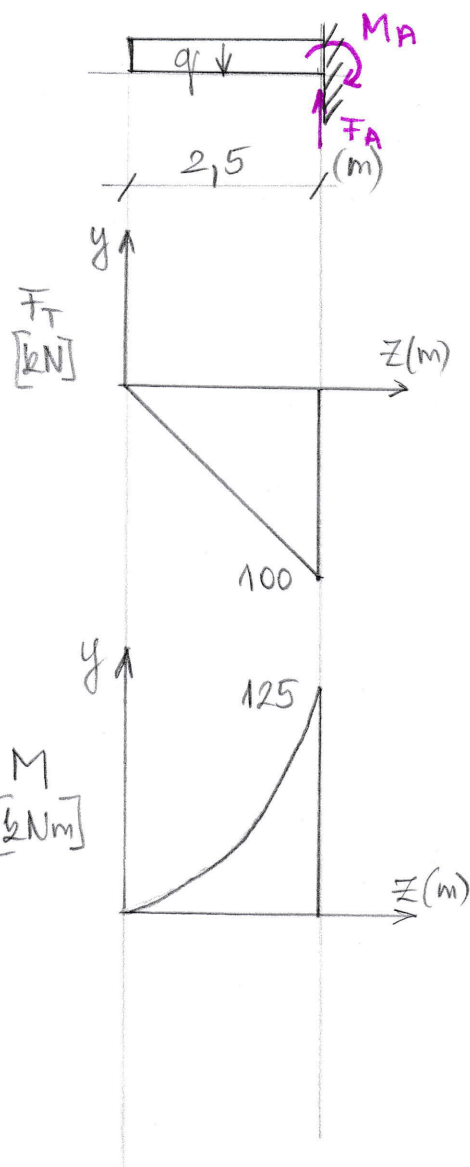
$$\underline{\underline{M_A = 125 \text{ kNm} \curvearrowright}}$$

• Nyomatékok:

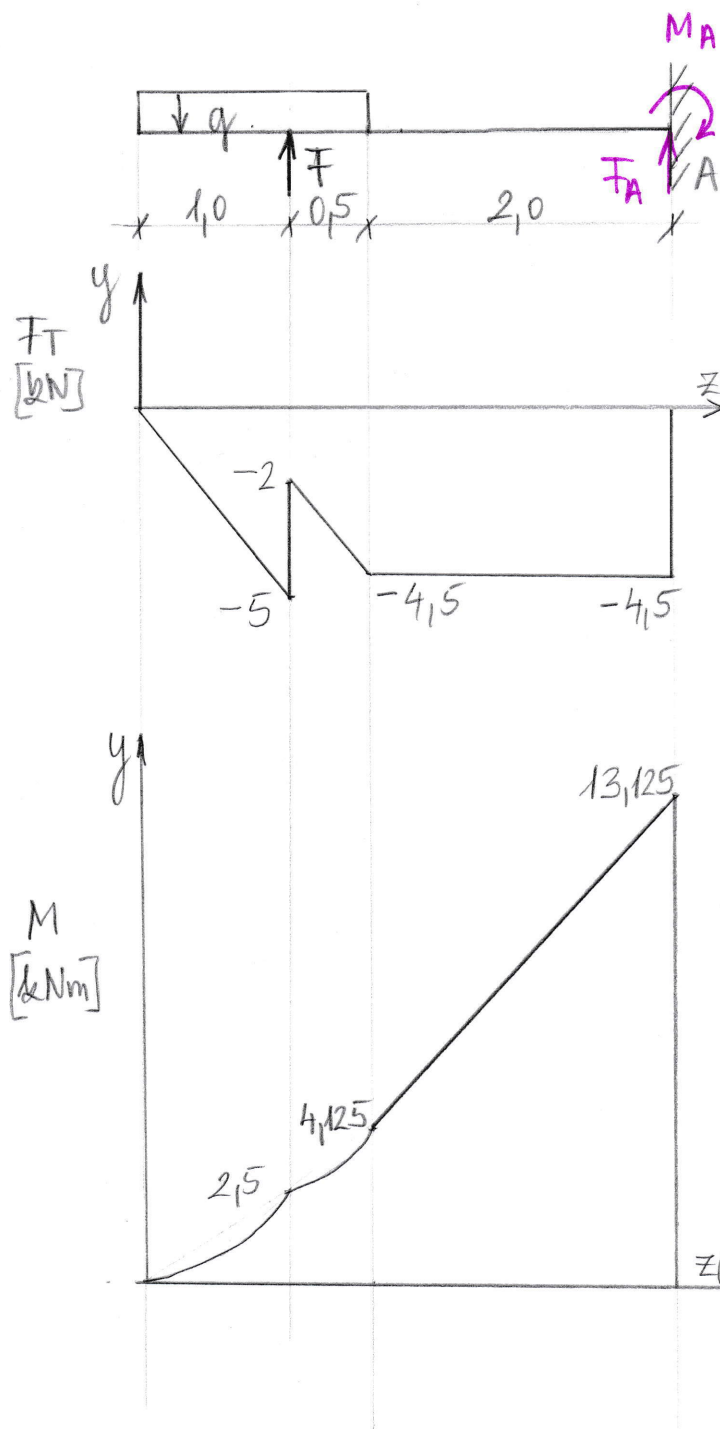
$$M(z=2,5 \text{ m}) = q \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m} = 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 2,5 \text{ m} \cdot 1,25 \text{ m} = 125 \text{ kNm}$$

v.z.: $z = 2,5 \text{ m}$

$M_{\max} = 125 \text{ kNm}$



BETÁLAZOTT TARTÓK 6. példa m.o.



$$q = 5 \text{ kN/m}$$

$$F = 3 \text{ kN}$$

$$F_A = ? ; M_A = ?$$

vez. km?

igénybevételi ábra'k?

MEGOLDÁS

• F_A számítása:

$F_A \uparrow$ feltételezzük

$$\sum F_y = 0 = -q \cdot 1.5\text{m} + F + F_A$$

$$0 = -5 \text{ kN/m} \cdot 1.5\text{m} + 3 \text{ kN} + F_A$$

$$F_A = 4.5 \text{ kN} \uparrow$$

• Reakciónyomaték (M_A) számítása

$M_A \curvearrowright$ feltételezzük

$$\sum M^{(A)} = 0 = q \cdot 1.5\text{m} \cdot 2.75\text{m} - F \cdot 2.5\text{m} + M_A$$

$$0 = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1.5\text{m} \cdot 2.75\text{m} - 3 \text{ kN} \cdot 2.5\text{m} + M_A$$

$M_A = -13.125 \text{ kNm} \Rightarrow M_A$ a feltételezett irányval ellentétesen forog

$$M_A = 13.125 \text{ kNm} \curvearrowright$$

• Nyíróerők számítása:

$$F_T(z=1\text{m}) = -q \cdot 1\text{m} = -5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} = -5 \text{ kN}$$

$$F_T(z=1.5\text{m}) = -q \cdot 1.5\text{m} + F = -5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1.5\text{m} + 3 \text{ kN} = -4.5 \text{ kN}$$

• Nyomatékok számítása:

$$M(z=1\text{m}) = q \cdot 1\text{m} \cdot 0.5\text{m} = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1\text{m} \cdot 0.5\text{m} = 2.5 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M(z=1.5\text{m}) &= q \cdot 1.5\text{m} \cdot 0.75\text{m} - F \cdot 0.5\text{m} = \\ &= 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1.5\text{m} \cdot 0.75\text{m} - 3 \text{ kN} \cdot 0.5\text{m} = \\ &= 4.125 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(z=3.5\text{m}) &= q \cdot 1.5\text{m} \cdot 2.5\text{m} - F \cdot 2.5\text{m} = \\ &= 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1.5\text{m} \cdot 2.5\text{m} - 3 \text{ kN} \cdot 2.5\text{m} = \\ &= 13.125 \text{ kNm} \end{aligned}$$

v.é.

$$z = 3.5\text{m}$$

$$M_{\max} = 13.125 \text{ kNm}$$