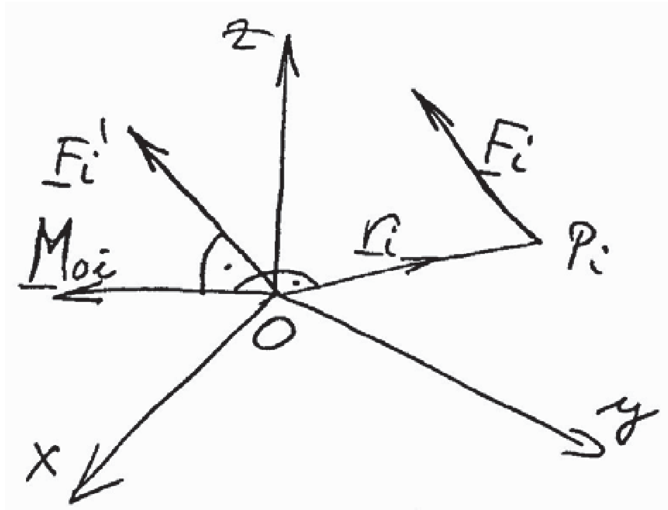
4. Erőrendszerek statikája

4.1. Az erőrendszer redukálása, eredője, egyensúlya

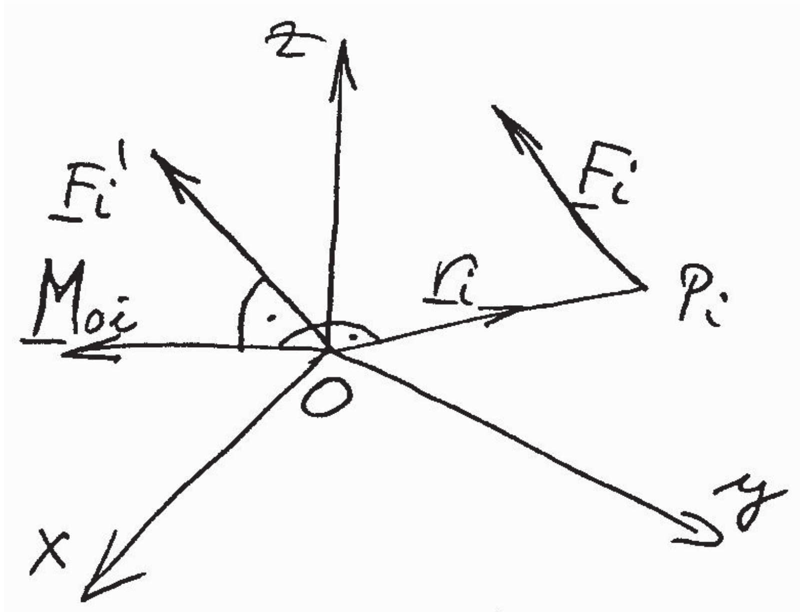
Ha egy erőrendszert másik erőrendszerrel helyettesítünk, a legegyszerűbb ezek közül az eredő erőrendszer.

Redukálásnak nevezzük azt a műveletet, amikor tetszőlegesen szétszórt erőket egy pontba (pl. „O”-ba) áthelyezzük, és ott összegezzük,előállítva így az adott ponthoz kötött legfeljebb két vektorból álló [$\underline{F}'_i$;$\underline{M}_{Oi}$] erőrendszert. Redukálás: erőrendszer egyszerűbb erőrendszerrel való helyettesítése. Végtelen sokféle képpen elvégezhető.



Vektortétel (redukált erő meghatározása):

$$\underline{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i$$



Nyomatéktétel:

$$\underline{M}_{0R} = \sum_{i=1}^{n} \underline{M}_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \underline{r}_i \times \underline{F}_i$$

Redukált vektorkettős:

$$\left[\underline{F}_R ; \underline{M}_{0R}\right]_0$$

Az erőrendszereket az eredő vektorkettős alapján osztályozzuk:

I; $\underline{F}_R \cdot \underline{M}_{0R} \neq 0$ azaz $\underline{F}_R \neq \underline{0}$ és $\underline{M}_{0R} \neq \underline{0}$

Ekkor erőcsavar (legáltalánosabb)

II; $\underline{F}_R \cdot \underline{M}_{0R} = 0$

1) $\underline{F}_R \neq \underline{0}$ és $\underline{M}_{0R} \neq \underline{0}$ $\rightarrow$ egy erő

$\underline{F}_R \neq \underline{0}$ és $\underline{M}_{0R} = \underline{0}$ $\rightarrow$ egy erő

2) $\underline{F}_R = \underline{0}$ és $\underline{M}_{0R} \neq \underline{0}$ $\rightarrow$ egy erőpár

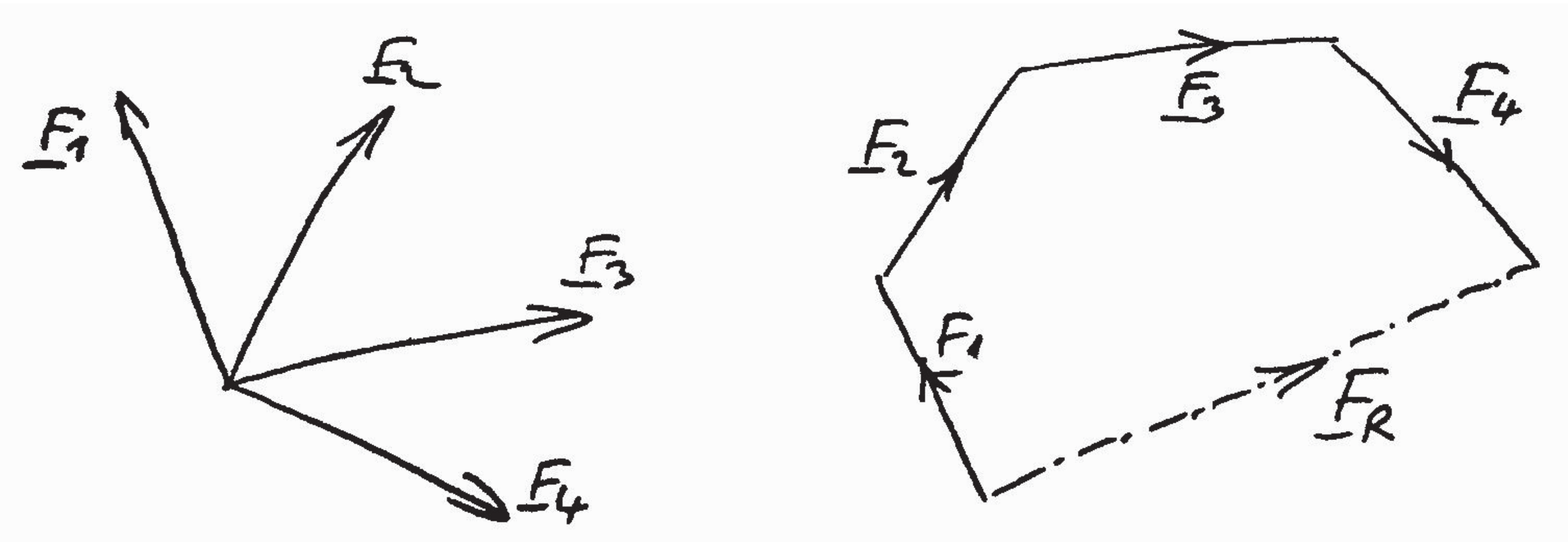
3) $\underline{F}_R = \underline{0}$ és $\underline{M}_{0R} = \underline{0}$ $\rightarrow$ egyensúlyi erőrendszer

4.2. Közös metszéspontú síkbeli erőrendszerek

Mivel mindegyik erő átmegy az O ponton, ezért arra nincs nyomatékuk.

$$\underline{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i$$

Szerkesztő eljárás: visszavezetve két erő összegzésére_



Számító eljárás:

$$\underline{F}_R = \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \\ F_{Rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum F_{ix} \\ \sum F_{iy} \\ \sum F_{iz} \end{bmatrix}$$

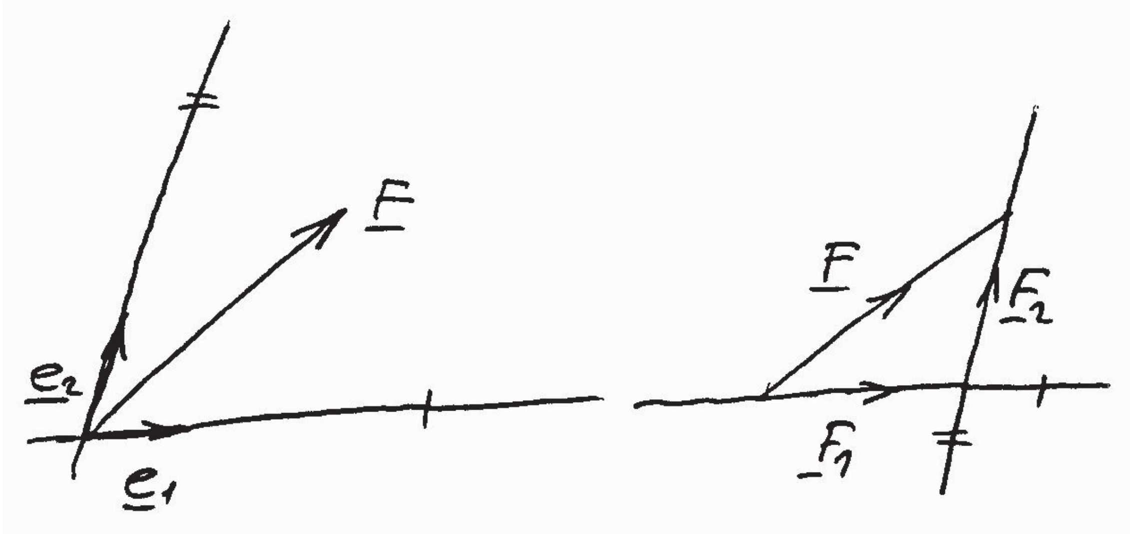
Emlékeztetőül: $F_{ix} = \underline{F}_i \cdot \underline{i}$; $F_{iy} = \underline{F}_i \cdot \underline{j}$; $F_{iz} = \underline{F}_i \cdot \underline{k}$

Az egyensúly szükséges feltétele: $F_{Rx} = F_{Ry} = F_{Rz} = 0$

4.3. Egy erő felbontása két adott hatásvonalú összetevőre

Szükséges, hogy a két hatásvonallal az erő egy síkba essen.

Szerkesztés:



Számítás: $\underline{F} = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = F_1 \cdot \underline{e}_1 + F_2 \cdot \underline{e}_2$

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \cdot e_{1x} \\ F_1 \cdot e_{1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_2 \cdot e_{2x} \\ F_2 \cdot e_{2y} \end{bmatrix}$$

4.4. Az erőpár

Vektorkettőse: $[\underline{0}\,;\,\underline{M}_0]_0$

Két párhuzamos hatásvonalú, ellentétes irányú és azonos nagyságú erő erőpárt alkot.

$$(\underline{F}_2 = -\underline{F}_1)$$

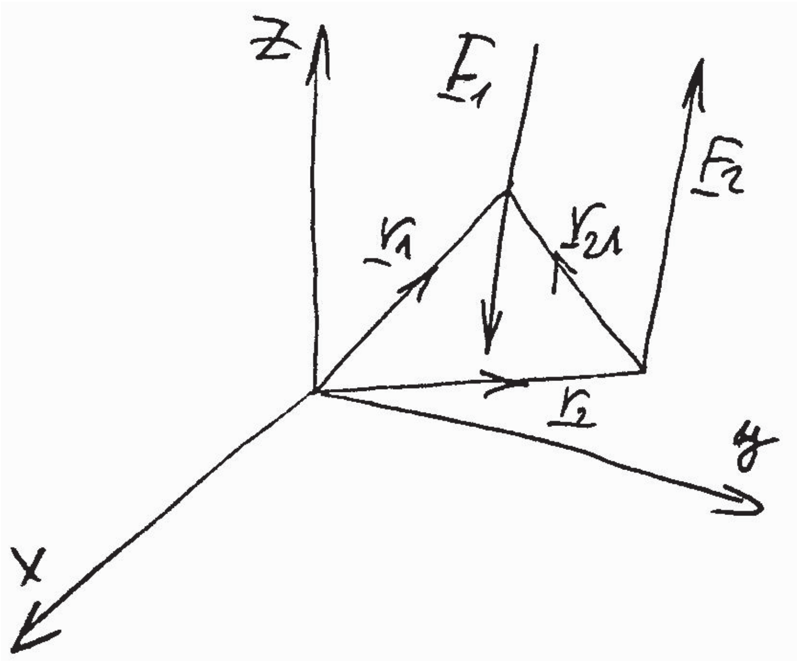
$$\underline{F}_R = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 = \underline{F}_1 - \underline{F}_1 = \underline{0}$$

$$\underline{M}_{0R} = \underline{r}_1 \times \underline{F}_1 + \underline{r}_2 \times \underline{F}_2 =$$

$$= \underline{r}_1 \times \underline{F}_1 - \underline{r}_2 \times \underline{F}_1 =$$

$$= (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) \times \underline{F}_1 =$$

$$= \underline{r}_{21} \times \underline{F}_1 = \underline{M}_0$$



Az erőpár nyomatéka bármely pontra azonos értékű, szabad vektorként kezelhető.

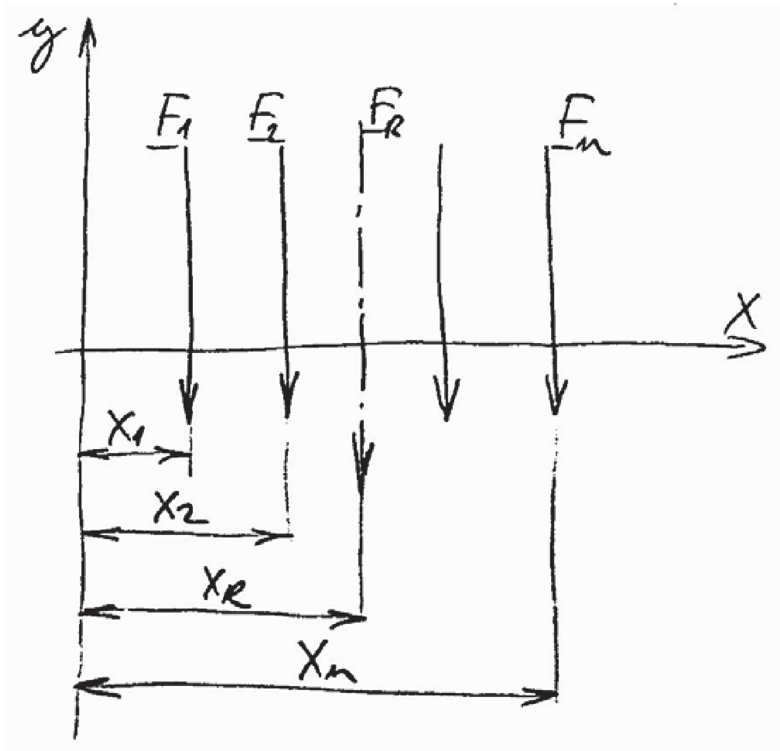
4.5. Párhuzamos síkbeli erőrendszerek

Gyakori, ezért foglalkozunk vele külön.

Vektortétel:

$\underline{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i$, de mivel $\underline{F}_i = F_i \cdot \underline{j}$, ezért

$F_R = \sum_{i=1}^{n} F_i$ és $\underline{j}$ irányú.



Nyomatéktétel:

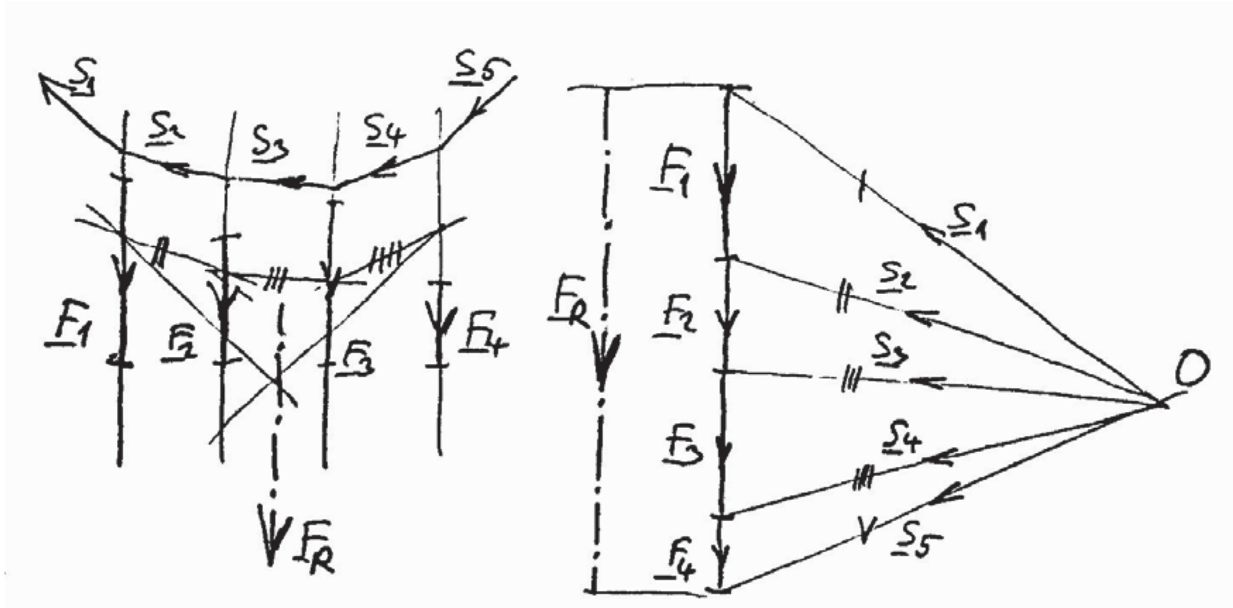
$\underline{M}_{0R} = \sum_{i=1}^{n} \underline{r}_i \times \underline{F}_i$, azaz

$M_{0R} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot F_i \quad (= x_R \cdot F_R)$

Az eredő erő helye a nyomatéktétel segítségével meghatározható:

$$x_R = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot F_i}{F_R}$$

Szerkesztés:



$$\left.\begin{aligned}
\underline{F}_1 + \underline{S}_1 &= \underline{S}_2 \\
\underline{F}_2 + \underline{S}_2 &= \underline{S}_3 \\
\underline{F}_3 + \underline{S}_3 &= \underline{S}_4 \\
\underline{F}_4 + \underline{S}_4 &= \underline{S}_5 \\
\underline{S}_5 &= \underline{F}_R + \underline{S}_1
\end{aligned}\right\}$$ csomóponti erőegyensúlyi egyenletek

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 + \underline{F}_4 = \underline{F}_R$$