# 7. Általános térbeli erőrendszerek

## 7.1. Általános térbeli erőrendszerek, a centrális egyenes fogalma és meghatározása

Az eddigiek során olyan erőrendszereket tárgyaltunk, melyben az erők hatásvonalai egy közös síkban helyezkedtek el. Jelen fejezetben az általános térbeli erőrendszereket tárgyaljuk, ahol az erők hatásvonalai nincsenek közös síkban, hatásvonalaik állása szerint lehetnek közös metszéspontúak, vagy párhuzamosak is, a továbbiakban tehát az *általános térbeli erőrendszerek*kel foglalkozunk. Egy tetszőleges, $n$ erőből álló erőrendszerre felírható:

$$(F_1, F_2, F_3, \dots, F_n) \doteq (F_R, M_{0R}), \tag{7.1.}$$

ahol

$$\underline{F_R} = \sum_{i=1}^{n} \underline{F_i} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} F_{ix} \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iy} \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iz} \end{bmatrix} \tag{7.2.}$$

és

$$\underline{M_{0R}} = \sum_{i=1}^{n} \underline{M_{0i}} = \sum_{i=1}^{n} \underline{r_i} \times \underline{F_i} = \sum_{i=1}^{n} \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ x_i & y_i & z_i \\ F_{xi} & F_{yi} & F_{zi} \end{vmatrix} = \tag{7.3.}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i \cdot F_{zi} - z_i \cdot F_{yi}\right) \cdot \underline{i} \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot F_{zi} - z_i \cdot F_{xi}) \quad \cdot \left(-\underline{j}\right) \\ \sum_{i=1}^{n} \left(x_i \cdot F_{yi} - y_i \cdot F_{xi}\right) \cdot \underline{k} \end{bmatrix}.$$

Az eredő többféle lehet:

- *egyensúly* van, ha

$$\underline{F_R} = \underline{0} \text{ és } \underline{M_{0R}} = \underline{0}, \tag{7.4.}$$

- *eredő erőpár* van, ha

$$\underline{F_R} = \underline{0} \text{ és } \underline{M_{0R}} \neq \underline{0}, \tag{7.5.}$$

- *eredő erő* van, ha

$$\underline{F_R} \neq \underline{0} \text{ és } \underline{M_{0R}} = \underline{0}, \tag{7.6.}$$

ebben az esetben az eredő erő vektora megegyezik a redukált erővel.
- *eredő erő* van abban az esetben is, ha

$$\underline{F_R} \neq \underline{0} \text{ és } \underline{M_{0R}} \neq \underline{0}, \tag{7.7.}$$

és ha a két vektorösszetevő merőleges egymásra, akkor skaláris szorzatuk zérus:

$$\underline{F_R} \cdot \underline{M_{0R}} = \underline{0}. \tag{7.8.}$$

Ez az eset megfelel az általános síkbeli erőrendszereknél tárgyaltakkal, az erőrendszer helyettesíthető egyetlen erővel, melyet a továbbiakban $\underline{F_R}'$-rel jelölünk. Vegyünk fel egy $xyz$ koordinátarendszert, ahol $\underline{M_{0R}}$ hatásvonala egybeesik az $x$ tengellyel, $\underline{F_R}$ hatásvonala pedig a $z$ tengellyel. Mivel:

$$\underline{F_R} = \underline{F_R}', \tag{7.9.}$$

és az eredő nyomatékvektort felbonthatjuk egy erőpárra:

$$(M_{0R}) \doteq (-F_R', F_R'), \tag{7.10.}$$

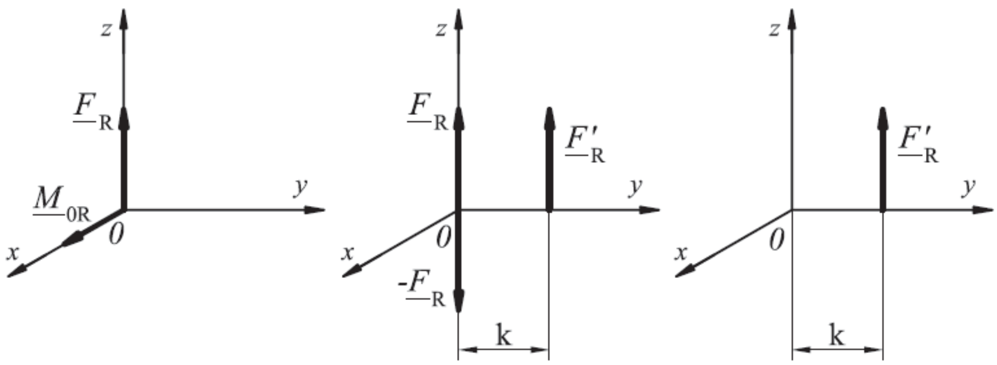
melyre igaz, hogy

$$M_{0R} = k \cdot F_R', \tag{7.11.}$$

Ez esetben az erőrendszer eredője:

$$(F_R, M_{0R}) \doteq (F_R, -F_R', F_R') \doteq (F_R'), \tag{7.12.}$$

azaz egyetlen $\underline{F_R}'$ eredő vektor, mely párhuzamos és azonos irányú a redukált erővel, de $k$ távolsággal eltolt erőt jelent (7.1. ábra).




*7.1. ábra. Eredő erő és eredő nyomaték helyettesítése egyetlen erővel*

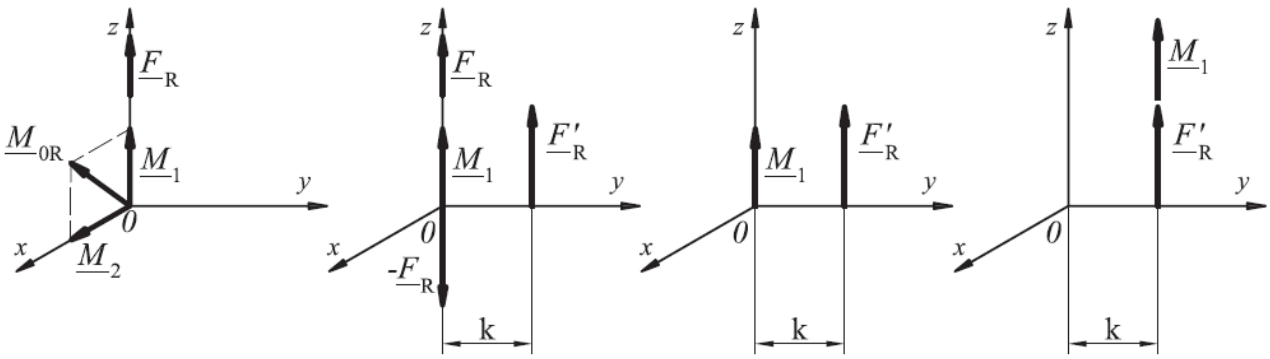
- *erőcsavar*ról beszélünk, ha

$$\underline{F_R} \neq \underline{0} \text{ és } \underline{M_{0R}} \neq \underline{0}, \tag{7.13.}$$

és a két vektorösszetevő nem merőleges egymásra, azaz skaláris szorzatuk:

$$\underline{F_R} \cdot \underline{M_{0R}} \neq \underline{0}, \tag{7.14.}$$

ebben az esetben az erőrendszer nem helyettesíthető egyetlen erővel. Az $\underline{M_{0R}}$ redukált nyomatékvektort felbontjuk két összetevőre, melyek közül $\underline{M_1}$ egybeesik $\underline{F_R}$ redukált erővektor irányával, $\underline{M_2}$ pedig merőleges rá. Az $(F_R, M_2)$ összetevők az előző részben levezetett módon $\underline{F_R}'$ eredő vektorrá alakíthatók át, $\underline{M_1}$ szabad vektorként pedig bárhova, így $\underline{F_R}'$ hatásvonalába is áthelyezhető. Az így kapott erőrendszert erőcsavarnak, hatásvonalát pedig *centrális egyenes*nek nevezzük (7.2. ábra).




*7.2. ábra. Az erőcsavar és a centrális egyenes hatásvonala*

A vizsgált erőrendszer eredőjére tehát igaz:

$$(F_R, M_{0R}) \doteq (F_R, M_1, M_2) \doteq (F_R, -F_R', F_R', M_1) \doteq \tag{7.15.}$$

$$\doteq (F_R', M_1)$$

Korábban leszögeztük, hogy az erőrendszer nem helyettesíthető egyetlen erővel. Vizsgáljuk most meg, hogy lehet-e a $(F_R', M_1)$ erőrendszert tovább egyszerűsíteni.
Az $\underline{F_R}$ irányába mutató egységvektor

$$\underline{e} = \frac{\underline{F_R}'}{\left|\underline{F_R}'\right|}, \tag{7.16.}$$

az $\underline{M_1}$ nyomatékvektorra írható:

$$\underline{M_1} = \left(\underline{e} \cdot \underline{M_{0R}}\right) \cdot \underline{e} = \frac{\underline{F_R}' \cdot \underline{M_{0R}}}{\left|\underline{F_R}'\right|^2} \underline{F_R}'. \tag{7.17.}$$

Az $\underline{M_2}$ nyomatékvektorra igaz, hogy

$$\underline{M_2} = \left(\underline{e} \times \underline{M_{0R}}\right) \times \underline{e} = \frac{\underline{F_R}' \times \underline{M_{0R}}}{\left|\underline{F_R}'\right|^2} \times \underline{F_R}', \tag{7.18.}$$

illetve a centrális egyenes egy pontjához tartozó $\underline{k_c}$ vektor is felírható, hiszen:

$$\underline{M_2} = \underline{k_c} \times \underline{F_R'}, \tag{7.19.}$$

azaz

$$\underline{k}_c = \frac{\underline{F}_R{}' \times \underline{M}_{0R}}{\left|\underline{F}_R{}'\right|^2}, \tag{7.20.}$$

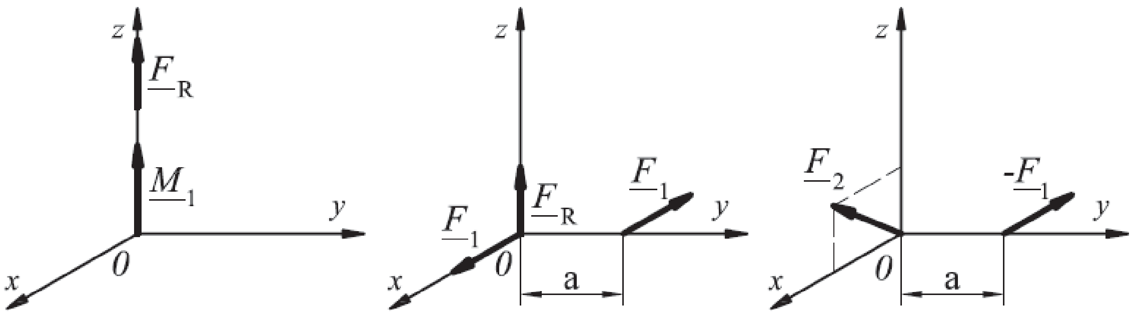
ami nem más, mint a centrális egyenes helyét kijelölő vektor.
A vizsgált erőrendszerről tehát elmondható:

$$\left[\underline{F}_R, \underline{M}_{0R}\right]_0 = \left[\underline{F}_R{}', \underline{M}_1\right]_C . \tag{7.21.}$$

Az erőcsavart két erővektorral is helyettesíthetjük, ehhez $\underline{M}_1$ nyomatékvektort írjuk fel, mint erőpárt.

$$\underline{M}_1 = a \cdot \underline{F}_1, \tag{7.22.}$$

ahol az $a$ távolság nem más, mint a kitérő erők hatásvonalainak távolsága. Az $a$ távolság tetszőleges, tehát egy erőcsavar végtelen sokféleképpen alakítható át két kitérő hatásvonalú erővé (7.3. ábra).




*7.3. ábra. Az erőkereszt*

Az így kapott két erő már tovább nem egyszerűsíthető, a két kitérő erőt *erőkereszt*nek nevezzük.

### 7.2. Egy erő felbontása három adott hatásvonalú térbeli összetevőre

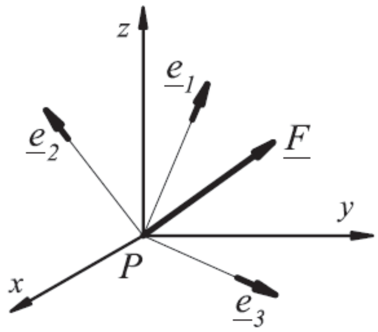
Bontsuk fel az $\underline{F}$ erőt a P pontban közös metszéspontú $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ egységvektorú összetevőkre. A felbontás során az alábbi egyenértékűségnek fenn kell állnia:

$$(F) \doteq (F_1, F_3 , F_3), \tag{7.23.}$$

illetve

$$\underline{e}_1 \cdot \underline{e}_2 \cdot \underline{e}_3 \neq 0, \tag{7.24.}$$

azaz a három egységvektor nem eshet egy síkba (7.4. ábra).




*7.4. ábra. Az $\underline{F}$ erő és a három, nem egy síkba eső egységvektor*

Az $\underline{F}$ erő eredője a három összetevőnek, így

$$\underline{F} = \underline{F_1} + \underline{F_2} + \underline{F_3} = F_1 \cdot \underline{e_1} + F_2 \cdot \underline{e_2} + F_3 \cdot \underline{e_3}. \qquad (7.25.)$$

Az egyenlet mindkét oldalát skalárisan megszorozzuk az $\underline{e_2} \times \underline{e_3}$ vektori szorzattal, és az

$$\underline{F}(\underline{e_2} \times \underline{e_3}) = F_1\underline{e_1}(\underline{e_2} \times \underline{e_3}) + (\underline{e_2} \times \underline{e_3}) + F_3\underline{e_3}(\underline{e_2} \times \underline{e_3}) \qquad (7.26.)$$

vegyes szorzatokhoz jutunk. A második két tag a vegyes szorzat tulajdonságai miatt kiesik, mivel az egy síkban lévő vektorok vegyes szorzata zérus. Az egyszerűsítések után a keresett skalárértékek a következők:

$$F_1 = \frac{\underline{F}\underline{e_2}\underline{e_3}}{\underline{e_1}\underline{e_2}\underline{e_2}}, \qquad (7.27.)$$

$$F_2 = \frac{\underline{F}\underline{e_3}\underline{e_1}}{\underline{e_1}\underline{e_2}\underline{e_2}}, \qquad (7.28.)$$

$$F_3 = \frac{\underline{F}\underline{e_1}\underline{e_2}}{\underline{e_1}\underline{e_2}\underline{e_2}}. \qquad (7.29.)$$

Tartószerkezetek esetében a feladat fordítottjával találkozunk, ez esetben egyensúlyozásról beszélünk:

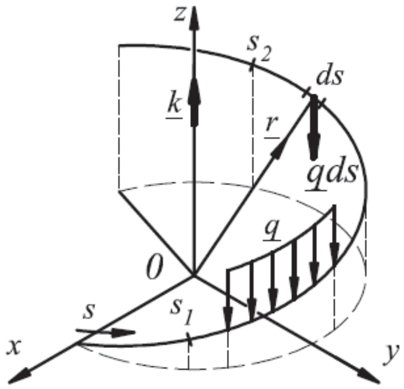
$$(F, F_1, F_3\,, F_3) \doteq (0). \qquad (7.30.)$$

### 7.3. Folytonosan megoszló erőrendszerek

Az 5.4 fejezetben kitárgyalásra került az egyenes mentén megoszló párhuzamos erőrendszerek témaköre. A műszaki gyakorlatban azonban sokszor fordulnak elő nem párhuzamos erőkből álló erőrendszerek. Ilyen például egy csapágy és egy tengely kapcsolatánál fellépő erők viszonya.

Most vegyük sorra a vonal, a felület és a térfogat mentén folytonosan megoszló erőrendszereket.

### 7.3.1. Vonal mentén megoszló terhelés




*7.5. ábra. A vonal mentén megoszló terhelés*

Vegyük a 7.5. ábrán látható huzal egy n-edik elemi darabjának fajlagos intenzitás vektorát, mely a következő alakban írható fel:

$$\underline{q}_n = -q_0 \cdot \underline{k}, \tag{7.31.}$$

ahol $q_0$ az elemi huzaldarab fajlagos súlya.
A megoszló intenzitás vektor:

$$\underline{q}_s = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \underline{F}_Q}{\Delta s} = \frac{\mathrm{d}\underline{F}_Q}{\mathrm{d}s}, \tag{7.32.}$$

A megoszló erőrendszer eredő ereje és eredő nyomatéka a következő alakot ölti:

$$\underline{F}_Q = \int_{(s)} \underline{q}_s ds = -q_0 \cdot \underline{k} \int_{s_1}^{s_2} ds = -q_0 \cdot (s_2 - s_1) \cdot \underline{k}, \tag{7.33.}$$

$$\begin{aligned} \underline{M}_{0R} &= \int_{(s)} \underline{r} \times \underline{q}_s ds = -q_0 \left( \int_{s_1}^{s_2} \underline{r} \cdot ds \right) \times \underline{k} = \\ &= \int_{(s)} r \times \underline{q}_s ds = -q_0 \underline{S}_0 \times \underline{k}, \end{aligned} \tag{7.34.}$$

ahol $\underline{S}_0$ a vonaldarab origóra számított elsőrendű vagy statikai nyomatéka, ami csak a geometriai tényezőktől függ.
Az erőközéppont helyvektora:

$$\underline{M}_{0R} = \underline{r}_K \times \underline{F}_Q, \tag{7.35.}$$

$$-q_0 \left( \int_{s_1}^{s_2} \underline{r} \cdot ds \right) \times \underline{k} = \underline{r}_K \times \left( -q_0 \cdot \underline{k} \int_{s_1}^{s_2} ds \right), \tag{7.36.}$$

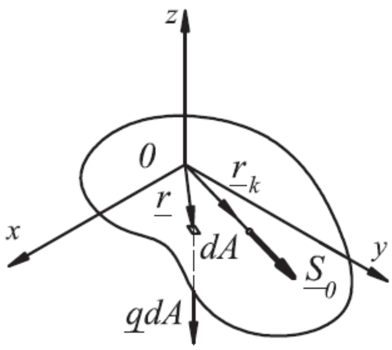
ami csak akkor teljesül, ha

$$\int_{s_1}^{s_2} \underline{r} \cdot ds = \underline{r}_K \cdot \int_{s_1}^{s_2} ds, \tag{7.37.}$$

ahonnan:

$$\underline{r}_K = \frac{\int \underline{r} \cdot ds}{\int ds} = \frac{\underline{S}_0}{(s_2 - s_1)}. \tag{7.38.}$$

### 7.3.2. Felület mentén megoszló terhelés síkidom esetén




*7.6. ábra. A felület mentén megoszló terhelés*

A felület mentén megoszló terhelés esetén az intenzitás vektor:

$$\underline{q}_A = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \underline{F}_Q}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}\underline{F}_Q}{\mathrm{d}A}, \tag{7.39.}$$

A megoszló erőrendszer eredő ereje és eredő nyomatéka a következő alakot ölti:

$$\underline{F}_Q = \int_{(A)} \underline{q}_A dA = -q \cdot \underline{k} \int_{(A)} dA = -q \cdot A \cdot \underline{k}, \tag{7.40.}$$

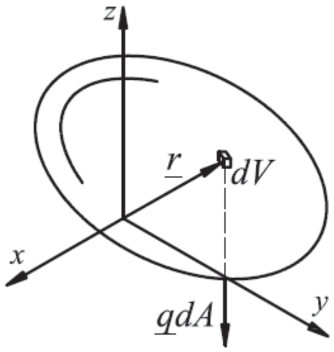
$$\underline{M}_{0R} = \int_{(A)} \underline{r} \times \underline{q}_A dA = -q \left( \int_{(A)} \underline{r}_A \cdot dA \right) \times \underline{k} = -q_0 \underline{S}_0 \times \underline{k}, \tag{7.41.}$$

Az erőközéppont helyvektora:

$$\underline{r}_K = \frac{\int \underline{r} \cdot dA}{\int dA} = \frac{\underline{S}_0}{A}, \tag{7.42.}$$

ahol $\underline{S}_0$ a felület origóra számított elsőrendű nyomatéka (7.6. ábra).

### 7.3.3. Térfogat mentén megoszló terhelés




*7.7. ábra. A térfogat mentén megoszló terhelés*

A térfogat mentén megoszló terhelés esetén az intenzitás vektor:

$$\underline{q}_V = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \underline{F}_Q}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}\underline{F}_Q}{\mathrm{d}V}, \tag{7.43.}$$

A megoszló erőrendszer eredő ereje és eredő nyomatéka a következő alakot ölti:

$$\underline{F}_Q = \int_{(V)} \underline{q}_V dV = \underline{e} \int_{(V)} q dV = q \int_{(V)} dV \cdot \underline{e}\,, \tag{7.44.}$$

$$\underline{M}_{0R} = \int_{(A)} \underline{r} \times \underline{q}_V dV = \int_{(A)} \underline{r} \times q\underline{e} dV = q\left(\int_{(A)} \underline{r} \cdot dV\right) \times \underline{e} = q\underline{S}_0 \times \underline{e}, \tag{7.45.}$$

Az erőközéppont helyvektora:

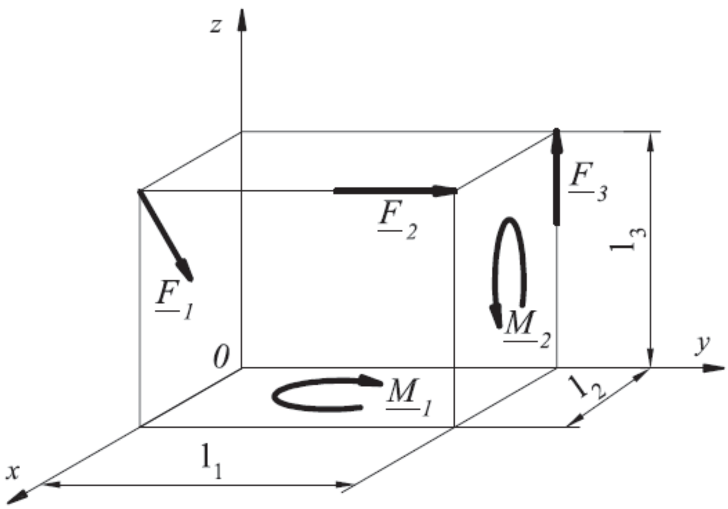
$$\underline{r}_K = \frac{\int \underline{r} \cdot dV}{\int dV} = \frac{\underline{S}_0}{V}, \tag{7.46.}$$

ahol $\underline{S}_0$ a dV térfogatelemből álló skalárrendszer elsőrendű nyomatéka (7.7. ábra).

## PÉLDÁK ÉS FELADATOK

### 7.1. PÉLDA

*Redukáljuk a 7.8. ábrán látható téglatestre ható erőrendszert az origóba! Határozzuk meg az erőrendszer eredőjét és a centrális egyenes egyenletét!*




*7.8. ábra*

Adatok:

$$F_1 = 7 \cdot \sqrt{2}\ \text{kN}, F_2 = 6\ \text{kN}, F_3 = 9\ \text{kN},$$

$$M_1 = 7\ \text{kNm}, M_2 = 5\ \text{kNm},$$

$$l_1 = 4\ \text{m}, l_2 = 3\ \text{m}, l_3 = 3\ \text{m}.$$

Első lépésben az erőrendszer vetületeit írjuk fel:

$$F_{Rx} = \sum_{i=1}^{3} F_{ix} = -\ 7 \cdot \sqrt{2}\ \text{kN} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\ 7\ \text{kN},$$

$$F_{Ry} = \sum_{i=1}^{3} F_{iy} = 6\ \text{kN},$$

$$F_{Rz} = \sum_{i=1}^{3} F_{iz} = 9\ \text{kN} - 7 \cdot \sqrt{2}\ \text{kN} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2\ \text{kN},$$

$$|\underline{F}_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = \sqrt{(-7\ \text{kN})^2 + (6\ \text{kN})^2 + (2\ \text{kN})^2} = 9{,}43\ \text{kN}.$$

Számoljuk ki az eredő irányszögeit!

$$\alpha_F = \arccos\left(\frac{F_{Rx}}{|\underline{F}_R|}\right) = \arccos\left(\frac{-7\ \text{kN}}{9{,}43\ \text{N}}\right) = 137{,}90°,$$

$$\beta_F = \arccos\left(\frac{F_{Ry}}{|\underline{F}_R|}\right) = \arccos\left(\frac{6\ \text{kN}}{9{,}43\ \text{N}}\right) = 50{,}51°,$$

$$\gamma_F = \arccos\left(\frac{F_{Rz}}{|\underline{F_R}|}\right) = \arccos\left(\frac{2\ \text{kN}}{9{,}43\ \text{N}}\right) = 77{,}76°.$$

Az origóba redukált nyomatékvektor összetevői,

$$M_{ORx} = -\,6\ \text{kN} \cdot 3\ \text{m} + 9\ \text{kN} \cdot 4\ \text{m} = 18\ \text{kNm},$$

$$M_{ORy} = 5\ \text{kNm},$$

$$M_{ORz} = \ 6\ \text{kN} \cdot 3\ \text{m} - 7\ \text{kNm} = 11\ \text{kNm},$$

és abszolút értéke

$$|\underline{M}_{0R}| = \sqrt{M_{ORx}^2 + M_{ORy}^2 + M_{ORz}^2} = \sqrt{(18\ \text{kNm})^2 + (5\ \text{kNm})^2 + (11\ \text{kNm})^2} =$$

$$= 21{,}68\ \text{kNm}.$$

Számoljuk ki a nyomatékvektor irányszögeit!

$$\alpha_M = \arccos\left(\frac{M_{ORx}}{|\underline{M}_R|}\right) = \arccos\left(\frac{18\ \text{kNm}}{21{,}68\ \text{kNm}}\right) = 33{,}87°,$$

$$\beta_M = \arccos\left(\frac{M_{ORy}}{|\underline{M}_R|}\right) = \arccos\left(\frac{5\ \text{kNm}}{21{,}68\ \text{kNm}}\right) = 76{,}67°,$$

$$\gamma_M = \arccos\left(\frac{M_{ORz}}{|\underline{M}_R|}\right) = \arccos\left(\frac{11\ \text{kNm}}{21{,}68\ \text{kNm}}\right) = 59{,}51°.$$

Írjuk fel az invariáns skalárszorzatot,

$$\underline{F}_R \cdot \underline{M}_{0R} = -\,7\ \text{kN} \cdot 18\ \text{kNm} + 6\ \text{kN} \cdot 5\ \text{kNm} + 2\ \text{kN} \cdot 11\ \text{kNm} = -74\ \text{kN}^2\text{m},$$

ami nem egyenlő nullával, tehát az eredő erőcsavar.

A (7.17.) egyenlet alapján az eredő irányába mutató $\underline{M}_1$ nyomatékvektor nagysága illetve vektora:

$$M_1 = \frac{\underline{F}_R \cdot \underline{M}_{0R}}{|\underline{F}_R|} = \frac{-74\ \text{kN}^2\text{m}}{9{,}43\ \text{kN}} = \ -7{,}84\ \text{kNm}.$$

$$\underline{M}_1 = M_1 \cdot \underline{e}_R = M_1 \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha_F \\ \cos\beta_F \\ \cos\gamma_F \end{bmatrix} = (-7{,}84\ \text{kNm}) \cdot \begin{bmatrix} -0{,}742 \\ 0{,}636 \\ 0{,}212 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}82\ \text{kNm} \\ -4{,}99\ \text{kNm} \\ -1{,}66\ \text{kNm} \end{bmatrix}$$

Az alábbiakban kiszámítjuk a (7.20.) egyenlet alapján a centrális egyenes helyét kijelölő vektort:

$$\underline{k}_c = \frac{\underline{F}_R \times \underline{M}_{0R}}{|\underline{F}_R|^2} = \frac{1}{|\underline{F}_R|^2} \cdot \underline{F}_R \times \underline{M}_{0R} = \frac{1}{(9{,}43\ \text{kN})^2} \cdot \begin{bmatrix} -\,7\ \text{kN} \\ 6\ \text{kN} \\ 2\ \text{kN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 18\ \text{kNm} \\ 5\ \text{kNm} \\ 11\ \text{kNm} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}63\ \mathrm{m} \\ 1{,}27\ \mathrm{m} \\ -1{,}61\ \mathrm{m} \end{bmatrix},$$

mely a centrális egyenes egy pontjába mutat.
A centrális egyenes általános egyenletrendszerére paraméteresen a következő alakot ölti:

$$\frac{x - x_0}{\cos \alpha_F} = \frac{y - y_0}{\cos \beta_F} = \frac{z - z_0}{\cos \gamma_F}.$$

Számítsuk ki a centrális egyenesnek az $xz$ síkkal alkotott metszéspontját! Ez esetben $y = 0$, tehát írhatjuk:

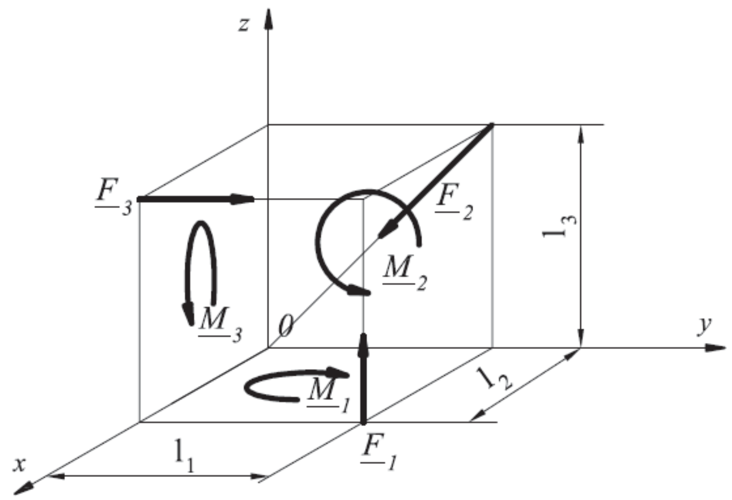
$$x = x_0 - y_0 \frac{\cos \alpha_F}{\cos \beta_F} = 0{,}63\ \mathrm{m} - 1{,}27\ \mathrm{m}\frac{-0{,}742}{0{,}636} = 2{,}11\ \mathrm{m},$$

$$z = z_0 - y_0 \frac{\cos \gamma_F}{\cos \beta_F} = -1{,}61\ \mathrm{m} - 1{,}27\ \mathrm{m}\frac{0{,}212}{0{,}636} = -2{,}03\ \mathrm{m},$$

a centrális egyenes *P* döféspontjának koordinátái tehát az $xz$ síkon a [2,11; 0; -2,03] m.

### 7.2. FELADAT

*Redukálja a 7.9. ábrán látható téglatestre ható erőrendszert az origóba! Határozza meg az erőrendszer eredőjét és a centrális egyenes metszéspontjait a koordináta-síkokkal!*




*7.9. ábra*

Adatok:

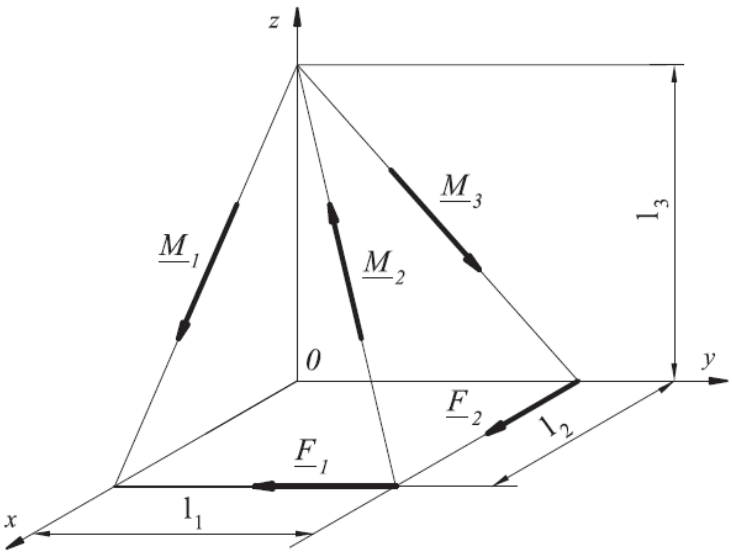
$$F_1 = 10\ \mathrm{kN}, F_2 = 6 \cdot \sqrt{2}\ \mathrm{kN}, F_3 = 6{,}5\ \mathrm{kN},$$

$$M_1 = 4\ \mathrm{kNm}, M_2 = 5{,}5\ \mathrm{kNm}, M_3 = 8\ \mathrm{kNm},$$

$$l_1 = 6\ \mathrm{m}, l_2 = 8\ \mathrm{m}, l_3 = 3\ \mathrm{m}.$$

### 7.3. FELADAT

*Redukálja a 7.10. ábrán látható gúlára ható erőrendszert az origóba! Határozza meg az erőrendszer eredőjét és a centrális egyenes döféspontjait a koordináta-síkokkal!*




*7.10. ábra*

Adatok:

$F_1 = 5$ kN, $F_2 = 4$ kN,

$M_1 = 1{,}6$ kNm, $M_2 = 2{,}6$ kNm, $M_3 = 2{,}1$ kNm,

$l_1 = 4$ m, $l_2 = 3$ m, $l_3 = 4{,}5$ m.