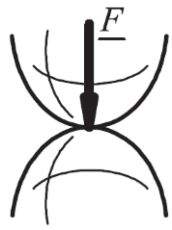
3. Megoszló és koncentrált erő

3.1. Megoszló és koncentrált erő

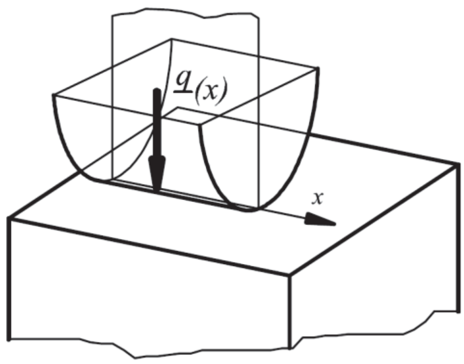
Mint azt a 2.4.-ben megfogalmaztuk, az erő nem más, mint a testek mechanikai kölcsönhatásának mértéke. A testek kölcsönhatásának egy része a gyakorlatban úgy jön létre, hogy az egyik testnek el kell viselnie a másik hatását, például a csapágyaknak a tengely súlyát, egy autóemelőnek az autó súlyát, stb. Ezek az úgynevezett terhek, vagy terhelések, melyek hatása egy erővel vagy erőkkel jellemezhető.

Két test közvetlen érintkezésekor a közöttük lévő kölcsönhatás eredményeképpen ható erő egy véges felület mentén adódik át. Ha a felület nagysága elhanyagolhatóan kicsi a testek felületméretéhez képest, akkor az érintkezésük helye egy pontnak tekinthető. Ez esetben a kölcsönhatásban ébredő erőt ***koncentrált erő***nek nevezzük (3.1. ábra). Jele: ***F***, mértékegysége: **1 N** (Newton).



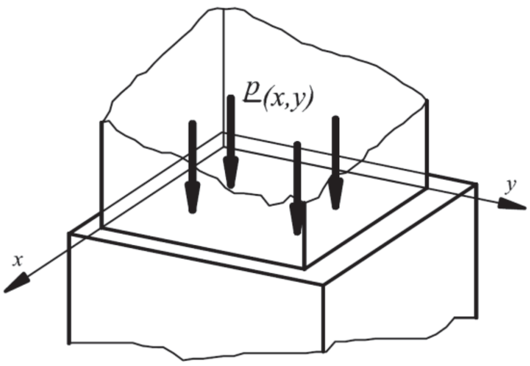
3.1. ábra. Koncentrált erő

Ha a kölcsönhatásban lévő testek érintkezési felületének egyik mérete elhanyagolhatóan kicsi a másik méretéhez képest, akkor az érintkezésük helye egy vonalnak tekinthető, ez esetben vonal menti érintkezésről beszélünk. Ekkor a kölcsönhatásban ébredő erőrendszert ***vonal mentén megoszló erőrendszer***nek nevezzük (3.2. ábra), intenzitással jellemezzük, melyet egységnyi hosszon ható erővel adunk meg. Jele: ***q***, mértékegysége: **1 N/m**. A terhelés intenzitása a hossz mentén lehet állandó vagy változó.



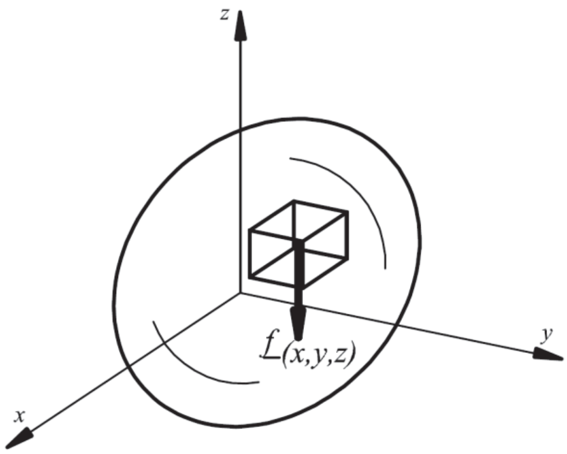
3.2. ábra. Vonal mentén megoszló erőrendszer

Ha a kölcsönhatásban lévő testek érintkezése egy felületen történik, a kölcsönhatásban ébredő erőrendszert ***felületen megoszló erőrendszer***nek vagy más néven ***nyomás***nak nevezzük (3.3. ábra). Egységnyi felületre jutó erővel határozzuk meg, mely a felületen lehet állandó vagy változó. Jele: ***p***, mértékegysége: **1 N/m^2**.



3.3. ábra. Felületen megoszló erőrendszer

Ha a testek kölcsönhatása egy erőtér (pl.: gravitációs erőtér) hatására jön létre, ***térfogaton megoszló erőrendszer***ről beszélünk (3.4. ábra), meghatározása egységnyi térfogatra jutó erő nagyságával történik. Jele: ***f***, mértékegysége: **1 N/m³**.



3.4. ábra. Térfogaton megoszló erőrendszer

3.2. A statika alaptörvénye és alaptételei

A merev testre ható egyensúlyi erőrendszerre fennállnak az alábbi egyenletek, melyeket egyensúlyi egyenleteknek nevezünk:

$$\left[\underline{F}_R; \underline{M}_{R0}\right]_0 = \left[\underline{0}; \underline{0}\right]_0. \tag{3.1.}$$

Ez a térben 6, síkban pedig 3 skalár egyenletet eredményez. ***Statikailag határozott*** a feladat, ha az egyenletek és az ismeretlenek száma azonos, ***statikailag határozatlan***, ha ez az egyenlőség nem áll fenn.

Az egész mechanikára érvényesen elmondható, hogy tapasztalati tudomány, azaz a természet megfigyeléséből adódó tapasztalati tényekből indul ki. A megfigyelések során kimondható néhány olyan alaptétel, ami más tételekre már nem vezethető vissza. Ezeket bizonyítani nem tudjuk, érvényességük gyakorlati tapasztalatok alapján nyilvánvaló.

A merev testek statikáját (a statikát) négy ilyen alaptételre, axiómára lehet visszavezetni, melyek a következők:

Statika I. alaptétele: Két merev test által az egymásra kifejtett erők mindig páronként fordulnak elő, páronként közös hatásvonalúak, egyenlő nagyságúak, de ellentétes értelműek. Ez az eset áll elő például akkor, ha egy súlyos tárgyat helyezünk egy asztalra a 3.5. ábrának megfelelően. (Newton akció-reakció elve)

$$|\underline{G}| = |\underline{F}| \tag{3.2.}$$

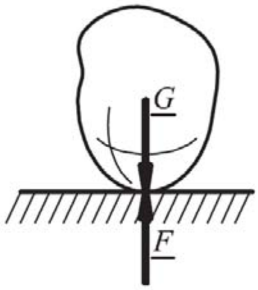
és

$$\underline{G} = -\underline{F} \tag{3.3.}$$

azaz

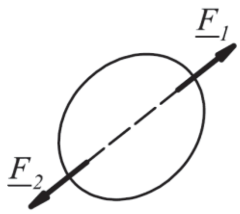
$$\underline{G} + \underline{F} = \underline{0} \tag{3.4.}$$

$$(G, F) \doteq 0 \tag{3.5.}$$



3.5. ábra. Erőviszonyok egy súlyos tárgy asztalra helyezésekor

Statika II. alaptétele: Két erő akkor és csakis akkor van egyensúlyban, ha hatásvonaluk közös, nagyságuk egyenlő, de értelmük ellentétes, ahogy ez a 3.6. ábrán is látható.



3.6. ábra. Két erő egyensúlya

$$\underline{F_1} + \underline{F_2} = \underline{0}, \tag{3.6.}$$

ami akkor igaz, ha

$$\underline{F_1} = -\underline{F_2} \tag{3.7.}$$

A nyomatéki egyensúlyi egyenlet, ha $\underline{F_1}$ átmegy az „A” ponton, $\underline{F_2}$ pedig a „B” ponton, a következőképpen írható fel (3.7. ábra):

$$\underline{M_{A0}} + \underline{M_{B0}} = \underline{0} \tag{3.8.}$$

$$\underline{r_A} \times \underline{F_1} + \underline{r_B} \times \underline{F_2} = \underline{0} \tag{3.9.}$$

Behelyettesítve az $\underline{F_1} = -\underline{F_2}$-t, majd összevonás után kapjuk:

$$(\underline{r_A} - \underline{r_B}) \times \underline{F_1} = \underline{0} \tag{3.10.}$$

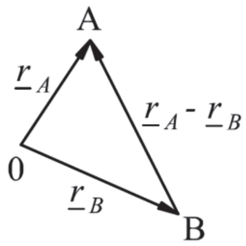
Ezen egyenlet csak akkor teljesülhet, ha $(\underline{r}_A - \underline{r}_B)$ és $\underline{F}_1$ egymással párhuzamos:

$$(\underline{r}_A - \underline{r}_B) \parallel \underline{F}_1, \tag{3.11.}$$

és mivel

$$\underline{F}_1 \parallel \underline{F}_2, \tag{3.12.}$$

a két erő közös egyenesbe esik.



3.7. ábra

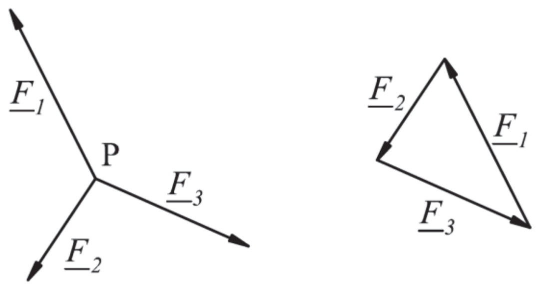
Statika III. alaptétele: Három erő akkor és csak akkor van egyensúlyban, ha hatásvonalai egy pontban metszik egymást és vektorai zárt, nyílfolytonos vektorháromszöget alkotnak (3.8. ábra).

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = \underline{0} \tag{3.13.}$$

A tétel fontos következménye, hogy ha három erő egyensúlyban van, akkor azok közös síkban vannak.

A tétel belátása egyszerű: $\underline{F}_2$ és $\underline{F}_3$ erők eredője nem más, mint $-\underline{F}_1$.

$$\underline{F}_2 + \underline{F}_3 = -\underline{F}_1, \tag{3.14.}$$



3.8. ábra. Három erő egyensúlya

Statika IV. alaptétele: Valamely egyensúlyban lévő erőrendszerhez az egyensúly megzavarása nélkül lehet hozzáadni vagy belőle elvenni olyan erőket, amelyek önmaguk között egyensúlyban vannak.
Ha tehát: $(P) \doteq 0$, és $(S) \doteq 0$, akkor

$$[(P),(S)] \doteq 0, \tag{3.15.}$$

illetve ha

$$\sum_{i=1}^{n} \underline{P_i} = \underline{0} \text{ és } \sum_{i=1}^{m} \underline{S_i} = \underline{0}, \tag{3.16.}$$

akkor

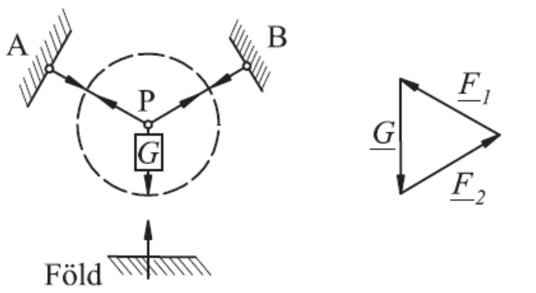
$$\sum_{i=1}^{n} \underline{P_i} + \sum_{i=1}^{m} \underline{S_i} = \underline{0}. \tag{3.17.}$$

A tételből az is következik, ha létezik egy (Q) erőrendszer és $(S) \doteq 0$, akkor

$$[(Q), (S)] \doteq (Q). \tag{3.18.}$$

Tapasztalatból tudjuk, ha egy szerkezet nyugalomban van, akkor annak bármely része külön-külön is nyugalomban van. A 3.9. ábrán A és B pontok között rögzített kötél található, P pontján egy súlyos test függ. A P pontban működő erők szemléltetéséhez, a P pont egyensúlyának vizsgálatához el kell különíteni a P pont környezetét a szerkezetből. A P pontot rögzítő köteleket el kell vágni, de az általuk kifejtett erőket továbbra is működtetni kell. Ezt hívjuk az ***átmetszés*** elvének. Mivel a szerkezet nyugalomban volt, a P pontban ható erők is egyensúlyi erőrendszert alkotnak, azaz:

$$(F_1, F_2, G) \doteq 0. \tag{3.19.}$$



3.9. ábra

3.3. Newton axiómái

Newton 1687-ben jegyezte le *A természetfilozófia matematikai alapelvei* (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica) című művében az általa megfogalmazott axiómákat, mellyel megalapozta a klasszikus mechanikát, mint tudományágat. Ezen axiómákon alapulnak a 3.3.-ban tárgyalt statika alaptételei.

Newton I. axiómája, a tehetetlenség elve, mely kimondja: minden test megmarad a nyugalom, vagy az egyenesvonalú egyenletes mozgás állapotában, amíg a rá ható erők ennek az állapotnak a megváltoztatására nem kényszerítik.

Newton II. axiómája, a mozgástörvény, mely kimondja: minden anyagi rész gyorsulása egyenesen arányos a rá ható erővel, ahol az arányossági tényező a test tömege.

Newton III. axiómája, a hatás és ellenhatás törvénye, mely kimondja: a hatásnak mindig vele egyenlő nagyságú, ellentétes irányú ellenhatás felel meg, vagy: két test egymásra való kölcsönös hatása mindig egyenlő egymással, de ellentétes irányú.

Newton IV. axiómája, az erőhatások függetlenségének elve, mely kimondja: a testek kölcsönhatása során fellépő erők hatásukat egymástól függetlenül fejtik ki. (Szuperpozíció elve)