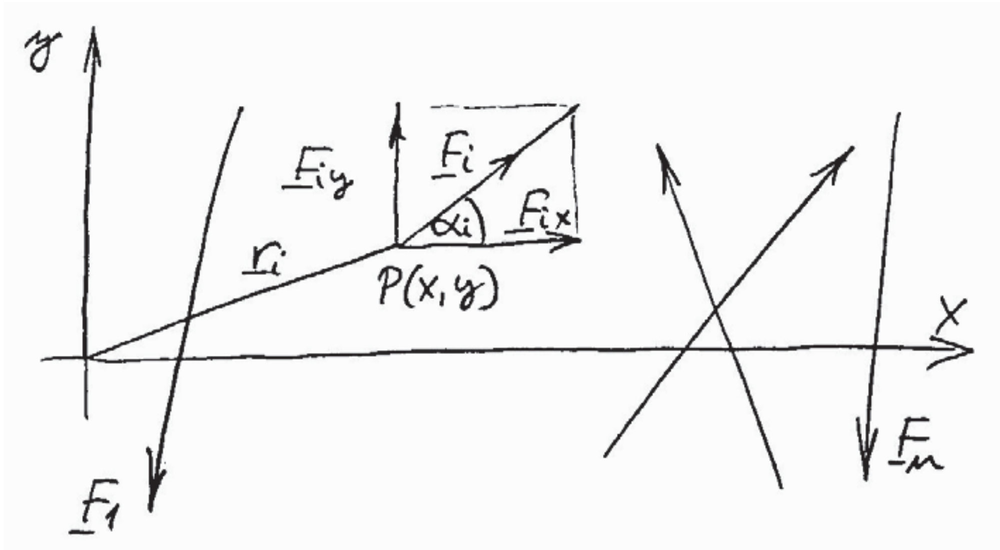
4.6. Általános síkbeli erőrendszerek

Redukált erő meghatározása:

$$\underline{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \underline{F}_i = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} F_{ix} \\ \sum_{i=1}^{n} F_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \end{bmatrix}$$

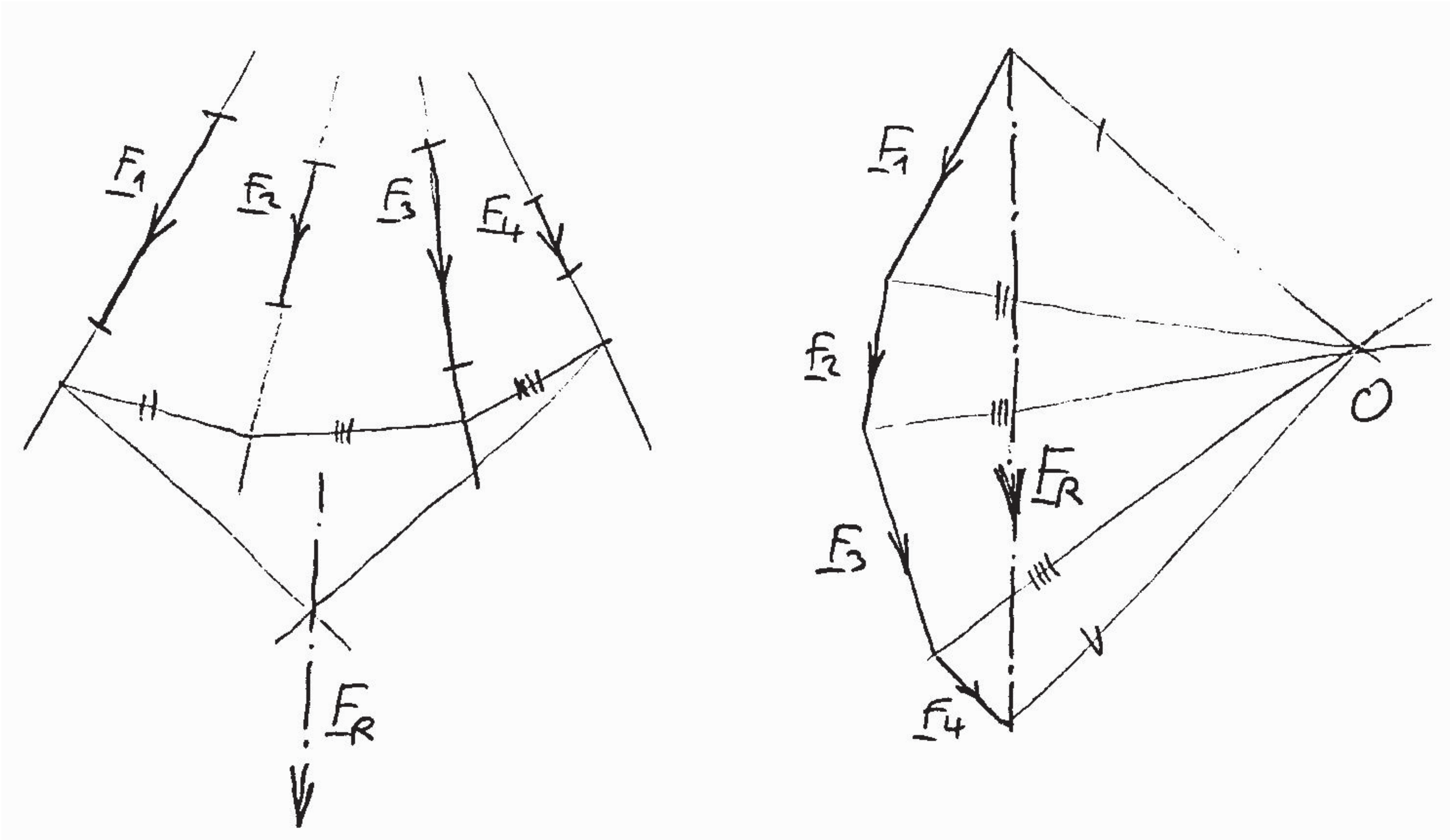


$$F_{Rx} = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = \sum_{i=1}^{n} \left|\underline{F}_i\right| \cdot \cos\alpha_i$$

$$F_{Ry} = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = \sum_{i=1}^{n} \left|\underline{F}_i\right| \cdot \sin\alpha_i$$

$$\left|\underline{F}_R\right| = \sqrt{F_{Rx}^{\ 2} + F_{Ry}^{\ 2}} \quad \mathrm{tg}\alpha_R = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}$$

Redukált erő meghatározása:



Redukált nyomaték meghatározása:

$$\underline{M}_{0R} = \sum_{i=1}^{n} \underline{M}_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \underline{r}_i \times \underline{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ x_i & y_i & 0 \\ F_{xi} & F_{yi} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(x_i \cdot F_{yi} - y_i \cdot F_{xi} \right) \underline{k} = \sum_{i=1}^{n} x_{0i} \cdot F_{yi} \cdot \underline{k}$$

ahol x_{0i} az i-edik erő hatásvonalának metszéspontja az x-tengellyel.

Síkbeli feladatnál $\underline{M}_{0i}$ vektorok mindig merőlegesek a síkra.

4.7. Egy erő felbontása három adott hatásvonalú síkbeli összetevőre

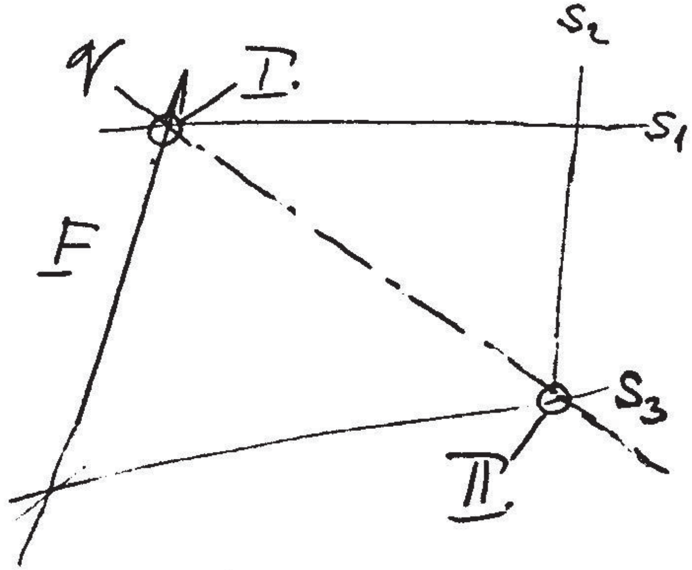
Adott a síkban három hatásvonal $\underline{e}_1$, $\underline{e}_2$ és $\underline{e}_3$ egységvektorral.

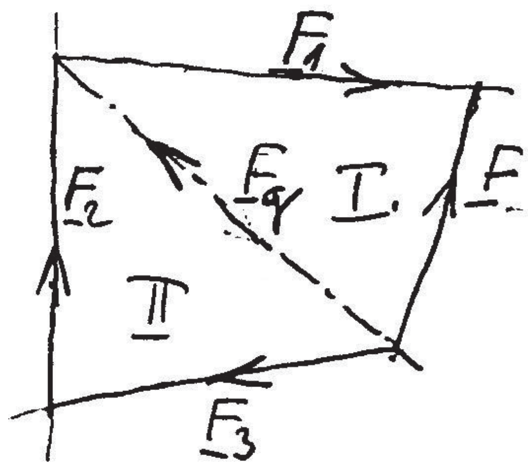
Szerkesztő eljárás: Coulmann (1821-1881)

A III. alaptételre vezeti vissza, amely szerint három erő egyensúlyának feltétele, hogy vektorai zárt Δ-et alkossanak.

I. $\underline{F} = \underline{F}_1 + \underline{F}_q$

II. $\underline{F}_q = \underline{F}_2 + \underline{F}_3$

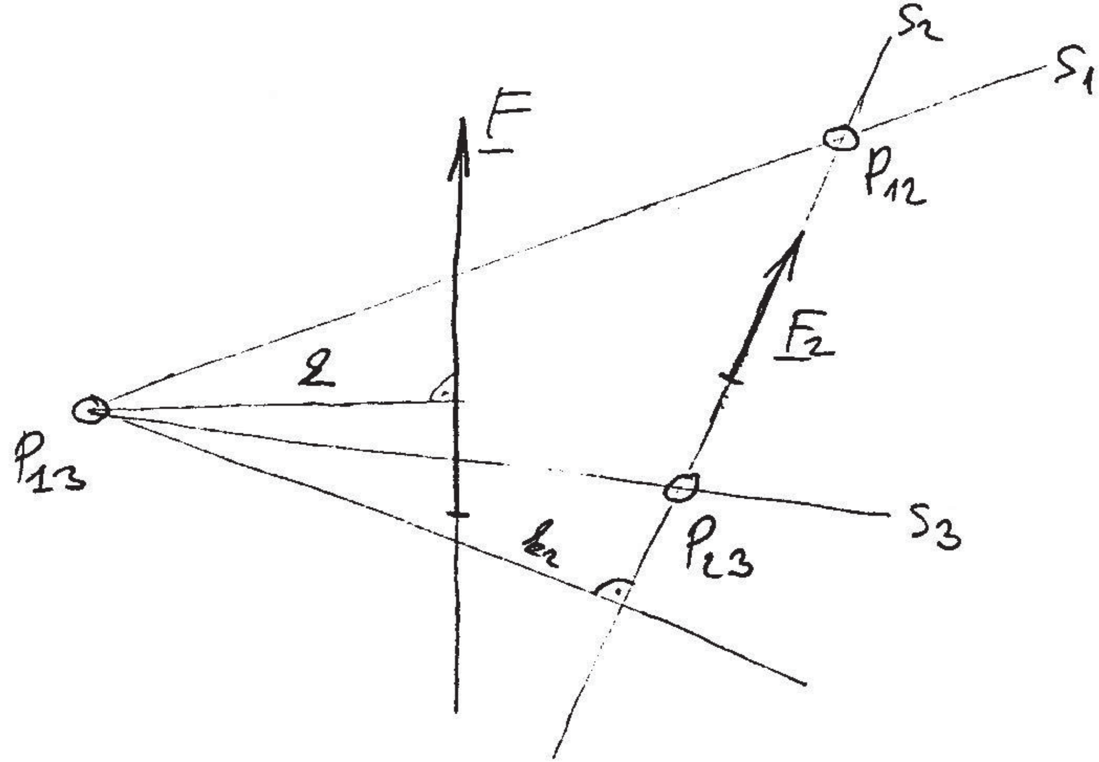




$$\underline{F} = \underline{F}_1 + \underline{F}_q = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3$$

Számító eljárás: Ritter (1847-1906)

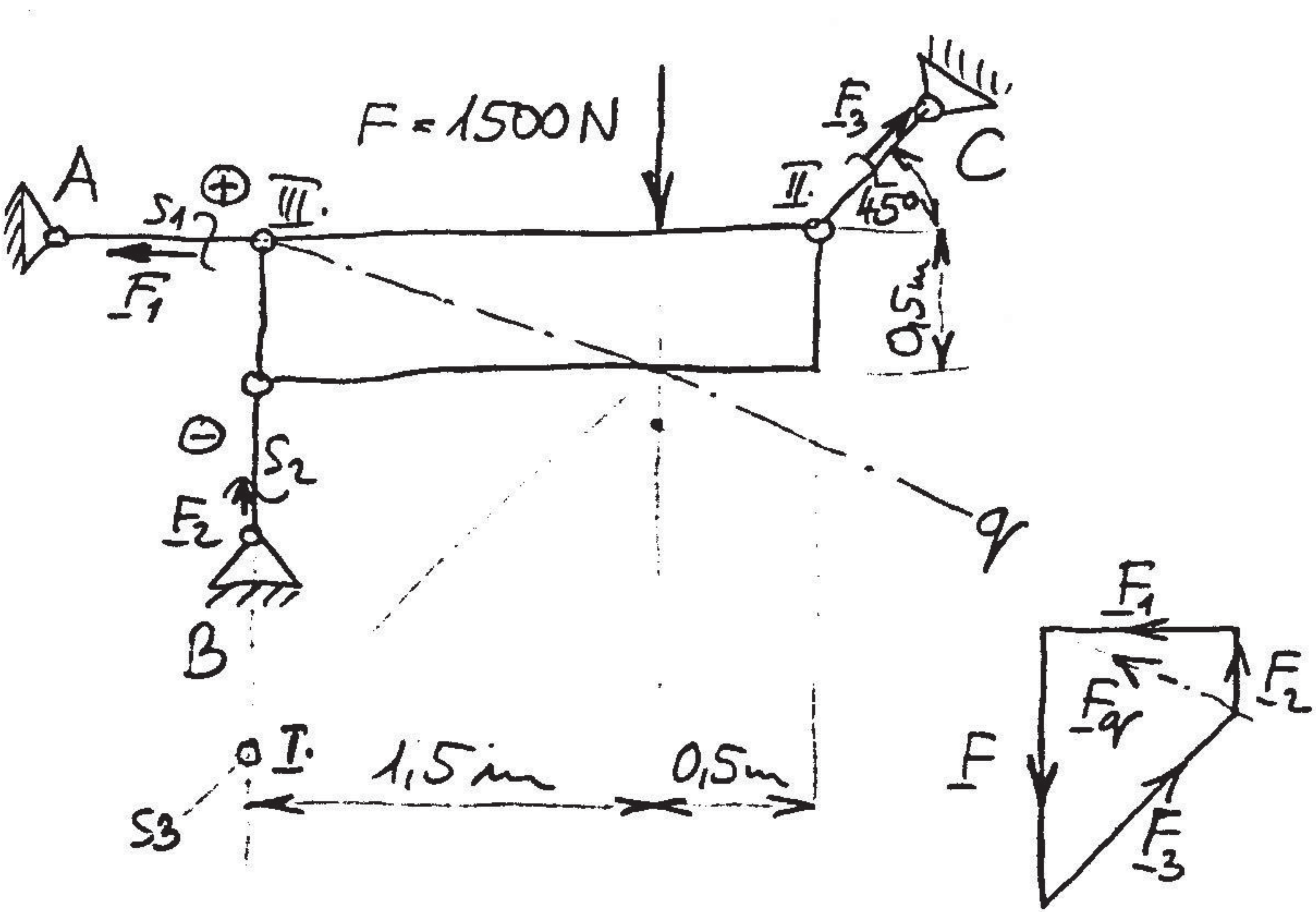
Lényege, hogy a hatásvonalak metszéspontjair a felírjuk a nyomatéktételt.



A P_{13} körül az $\underline{F}_1$ és $\underline{F}_3$ erő nem forgat, csak $\underline{F}_2$, aminek a nyomatéka megegyezik $\underline{F}$ nyomatékával.

$$k\left|\underline{F}\right| = k_2 \cdot \left|\underline{F}_2\right| \qquad \Rightarrow \qquad \left|\underline{F}_2\right| = \frac{k}{k_2} \cdot \left|\underline{F}\right|$$

Példa:



Számítás:

$$M_I = 2m \cdot F_1 - 1{,}5m \cdot F = 0$$

ebből:

$$F_1 = \frac{1{,}5m \cdot 1500N}{2m} = 1125\ N$$

Hasonlóan:

$$M_{II} = 2m \cdot F_2 + 0{,}5m \cdot F = 0$$

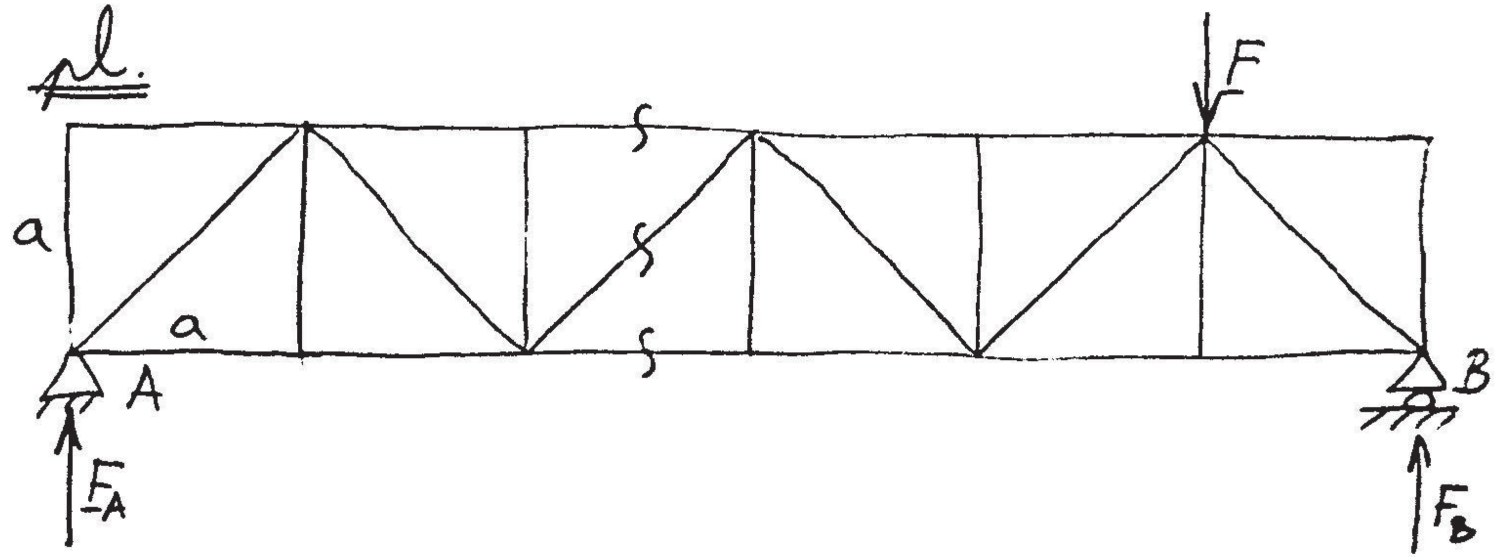
$$F_2 = -\frac{0{,}5m \cdot 1500N}{2m} = -375\ N$$

és

$$M_{III} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2m \cdot F_3 - 1{,}5m \cdot F = 0$$

$$F_3 = \frac{1{,}5m \cdot 1500N}{1{,}414m} = 1591\ N$$

Példa:



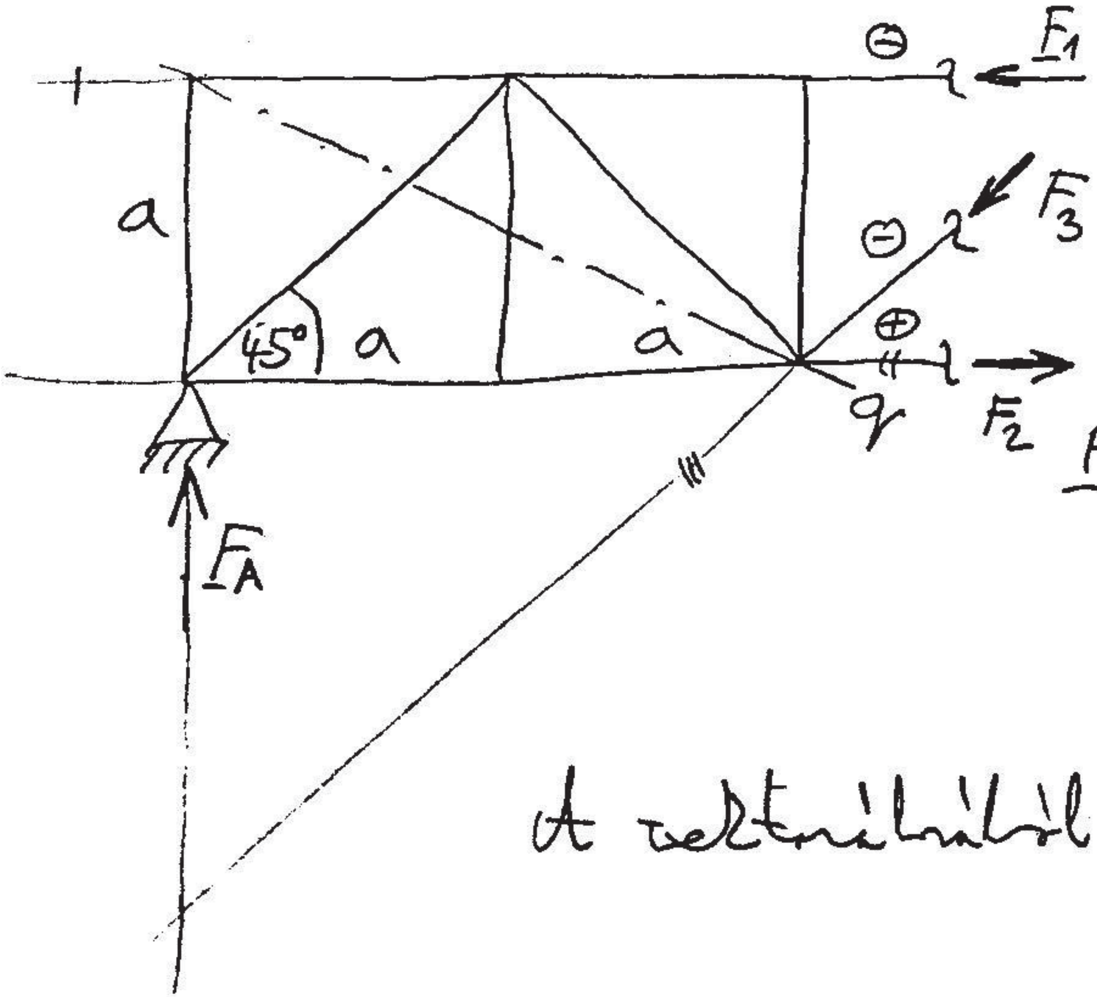
F= 600 kN

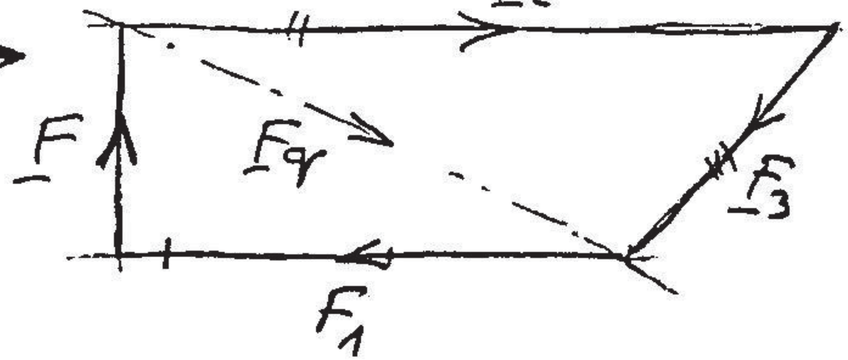
$$F_A + F_B = F$$

$$5a \cdot F = 6a \cdot F_B$$

$$F_B = \frac{5}{6} \cdot F = \frac{5}{6} \cdot 600\ \text{kN} = 500\ \text{kN}$$

$$F_A = 100\ \text{kN}$$





A vektorábrából:

$F_1 = 200\ kN$

$F_2 = 300\ kN$

$F_3 = 141\ kN$