

# ROBOTIRÁNYÍTÁS

## 8. előadás

### Empirikus szabályzótervezés, a P és PI szabályzás

Dr. habil. Kovács Levente  
egyetemi docens

Dr. Haidegger Tamás  
egyetemi adjunktus



Élettani  
Szabályozások  
Csoport  
Óbudai Egyetem

## 1. Szabályozások

- 1.1. Empirikus szabályozás
- 1.2. P szabályozó tulajdonságai
- 1.3. PI szabályozó tulajdonságai

## 2. Ziegler-Nichols módszer

- 2.1. Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás
- 2.2. Kísérleti identifikáción alapuló szabályozás

## 3. Kessler módszer

- 3.1. Modulusz kritérium
- 3.2. Szimmetrikus kritérium

# 1. Szabályozások

1.1. Empirikus szabályozás

1.2. P szabályozó tulajdonságai

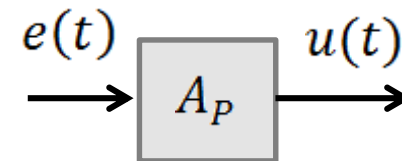
1.3. PI szabályozó tulajdonságai

# Empirikus szabályozás

- Manapság az iparban használt szabályozóknak több, mint a fele PID szabályozó
- Korábban
  - ✓ ezen szabályozók többsége analóg volt
  - ✓ azonban ma már ezen szabályozók digitálisak
- Amikor a rendszer **matematikai modellje elérhető**
  - ✓ a szabályozó *paramétereit expliciten meghatározhatóak*
- Amikor a rendszer **matematikai modellje nem érhető el**
  - ✓ a *paramétereket kísérleti úton* kell meghatározni
    - ➡ **Empirikus szabályozó tervezés**: a kívánt kimenet elérése érdekében kell hangolni a szabályozó paramétereit
  - ✓ matematikai modell készítése
    - ➡ **Modell identifikáció**

# P szabályozó tulajdonságai

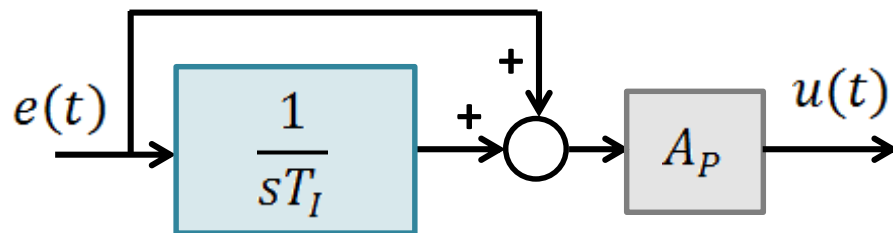
- átviteli függvénye:  $W_P(s) = A_P$
- paramétere (erősítés):  $A_P > 0$
- a szabályzó nem változtatja meg a felnyitott kör átviteli függvényének
  - ✓ típusszámát
  - ✓ fázismenetét
- a szabályzó megváltoztatja
  - ✓ a körerősítést  $\rightarrow A_P$  -szeresére módosítja
  - ✓ a körerősítése növelésével
    - $\rightarrow$  a vágási frekvencia nő
    - $\rightarrow$  a fázistartalék csökken
    - $\rightarrow$  a stabilitás határa felé haladunk



# PI szabályozó tulajdonságai

- átviteli függvénye:

$$W_{PI}(s) = A_P \left( 1 + \frac{1}{sT_I} \right) = \frac{A_P}{T_I} \cdot \frac{1 + sT_I}{s}$$



- paraméterek:

✓ erősítés:  $A_P > 0$

✓ integrálási idő (integrátor időállandója):  $T_I > 0$

- a szabályzó megváltoztatja

✓ a körerősítést  $\rightarrow \frac{A_P}{T_I}$ -szeresére módosítja

✓ a szabályozási kör típusszámát 1-el növeli

✓ a felnyitott körben új zérus jelenik meg:  $-\frac{1}{T_I}$

✓ a felnyitott kör fázismenetét  $\frac{1}{T_I}$  frekvenciánál kisebb értékeknél  $-90^\circ$ -al csökkenti, annál nagyobb frekvenciáknál (közelítőleg) változatlanul hagyja

## 2. Ziegler-Nichols módszer

2.1. Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

2.2. Kísérleti identifikáción alapuló szabályozás

# Ziegler-Nichols módszer

- Az 1940-es években Ziegler és Nichols két empirikus módszert dolgozott ki szabályozók paramétereinek meghatározására
- A módszerek jellemzői:
  - ✓ nem elsőfokú rendszerekre lett kifejlesztve
  - ✓ a rendszerek tartalmazzanak holtidőt
  - ✓ a tervezés számos manuális számítást tartalmaz
- Az egyre fejlettebb optimalizáló szoftverek megjelenésével az ilyen manuális számításokat alkalmazó módszertanokat már nem igen használják
- Számítógépes támogatással azonban a módszerek alkalmazhatók

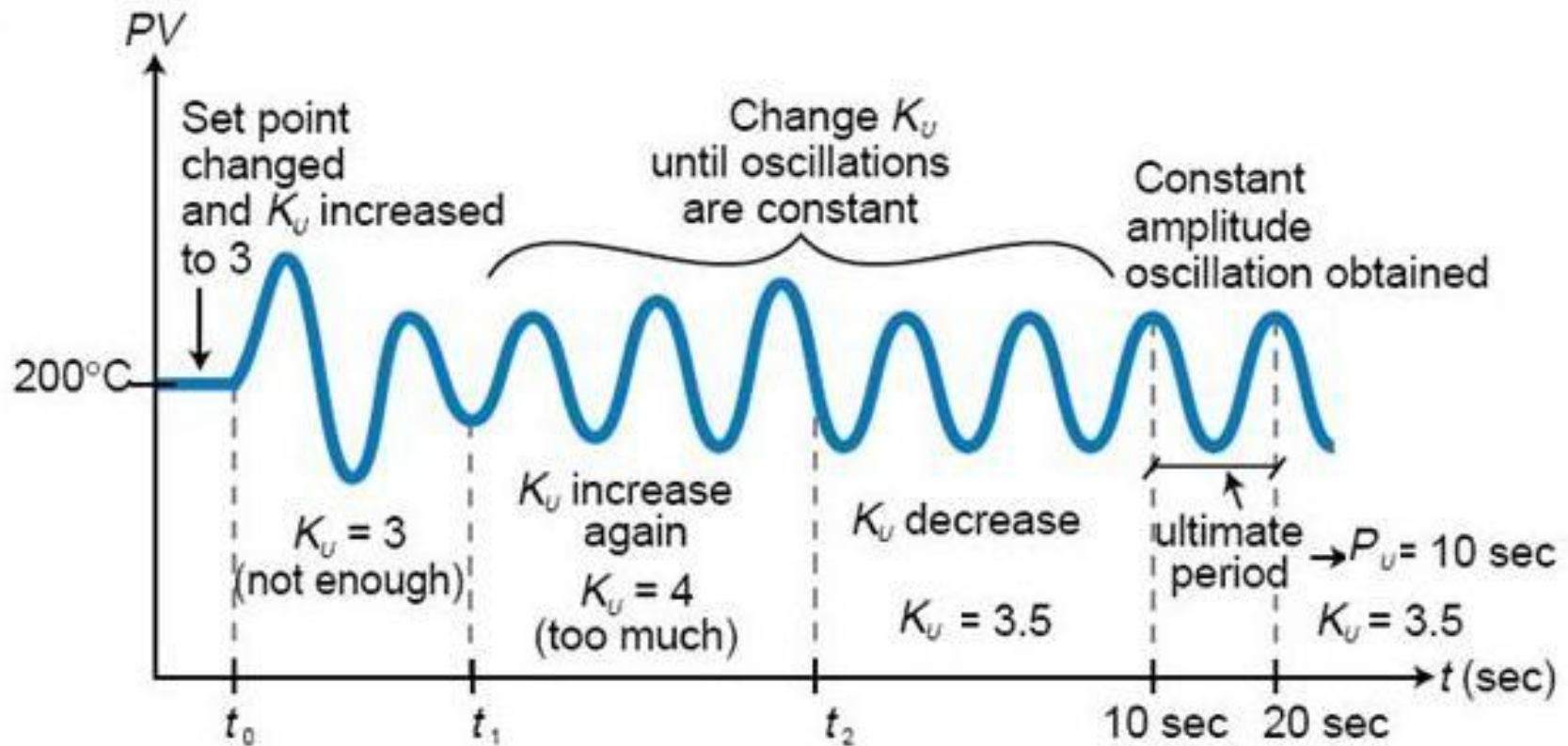


# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

- **stabilitás határán lévő rendszer erősítésének,  $K_u$  megtalálása**
  - ✓ egyetlen P erősítést használva keressük meg azt az erősítés értéket, amelynek hatására a rendszer **oszcillál**
    - ennek megtalálásához az I és a D tagok erősítése nullára van állítva, így csak a P tag érvényesül
- a másik paraméter, amely a csak P tagot tartalmazó szabályozásból meghatározható, a **stabilitás határán lévő rendszer lengési periódusa,  $P_u$** 
  - ✓ az az idő, amely ahhoz kell, hogy egy teljes oszcillációt elvégezzen a rendszer az állandósult állapotban

➡ Ezen két paraméter ( $K_u$  és  $P_u$ ) segítségével a szabályozó paraméterei számíthatók ( $A_p$ ,  $T_p$ ,  $T_D$ )

# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás



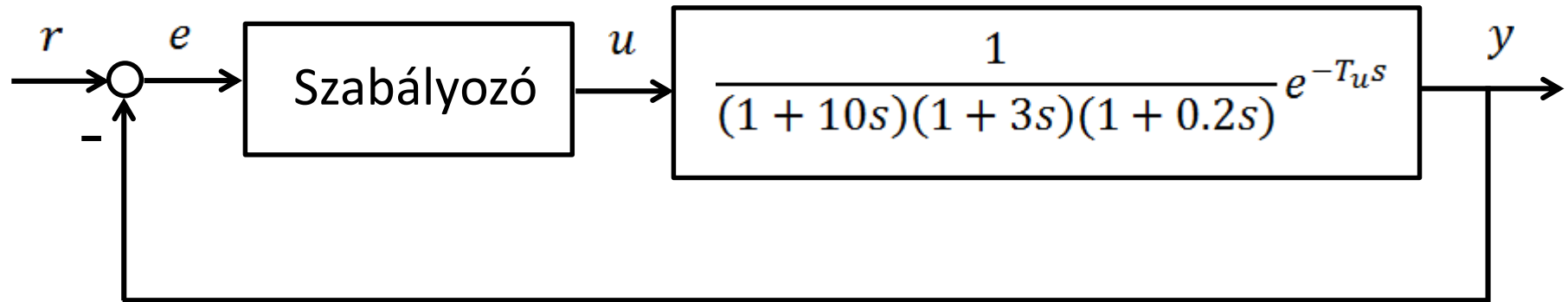
# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

## Táblázat a szabályozótervezéshez

Szabályozó típusa	A szabályozó paraméterei		
	$A_P$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$0.5 K_U$	–	–
<b>PI</b>	$0.45 K_U$	$0.85 P_U$	–

# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

## Példa

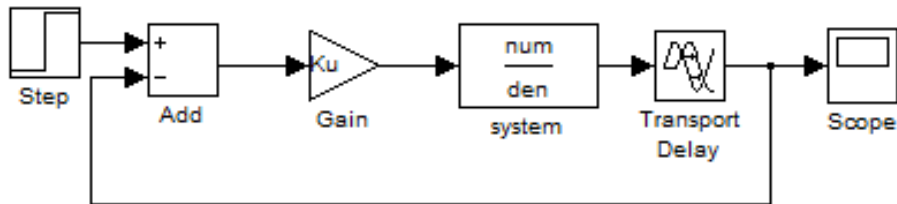


$$T_u = 1$$

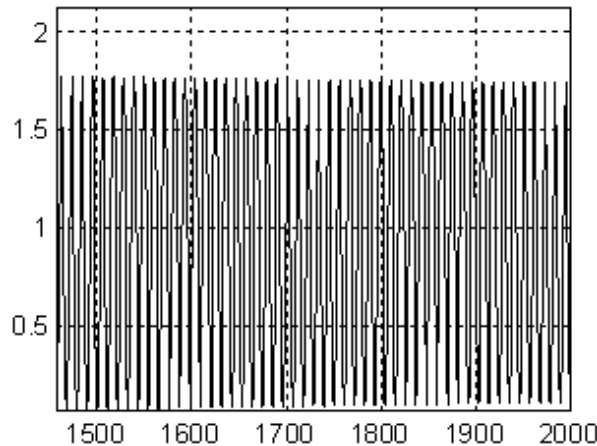
Feladat: PI szabályozó tervezése

# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

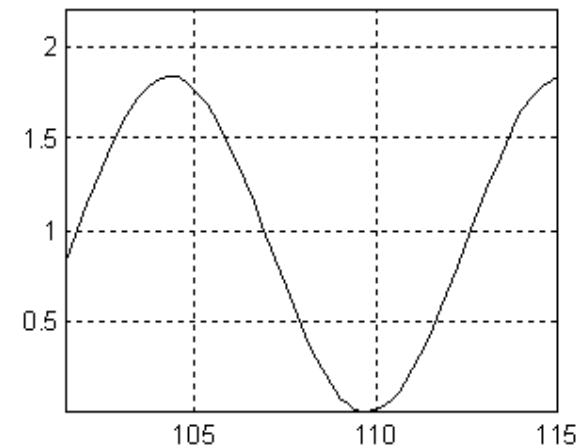
## A stabilitás határán lévő rendszer (erősítés) megtalálása



1. a rendszer létrehozása Simulink alatt
2.  $K = 1$  értékről kezdve figyeljük a scope-ot
  - a) ha a rendszer stabil  $\rightarrow$  növeljük a  $K$ -t
  - b) ha a rendszer instabil  $\rightarrow$  csökkentjük a  $K$ -t



$$K_u = 11.86$$



$$P_u = 11$$

# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

## PI szabályozó tervezés

Szabályozó típusa	A szabályozó paramétere		
	$A_P$	$T_I$	$T_D$
PI	$0.45 K_U$	$0.85 P_U$	–

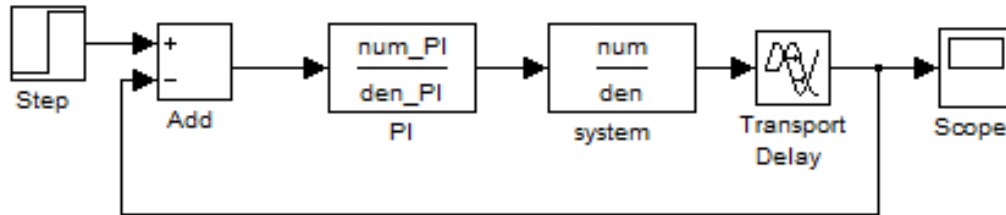
$$K_u = 11.86 \quad A_P = 0.45 K_u = 0.45 \cdot 11.86 = 5.337$$

$$P_u = 11 \quad T_I = 0.85 P_u = 0.85 \cdot 11 = 9.35$$

$$W_{PI}(s) = A_P \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right) \quad \Rightarrow \quad W_{PI}(s) = 5.337 \cdot \left(1 + \frac{1}{9.35s}\right) = \frac{49.9s + 5.337}{9.35s}$$

# Stabilitás határának elérésén alapuló szabályozás

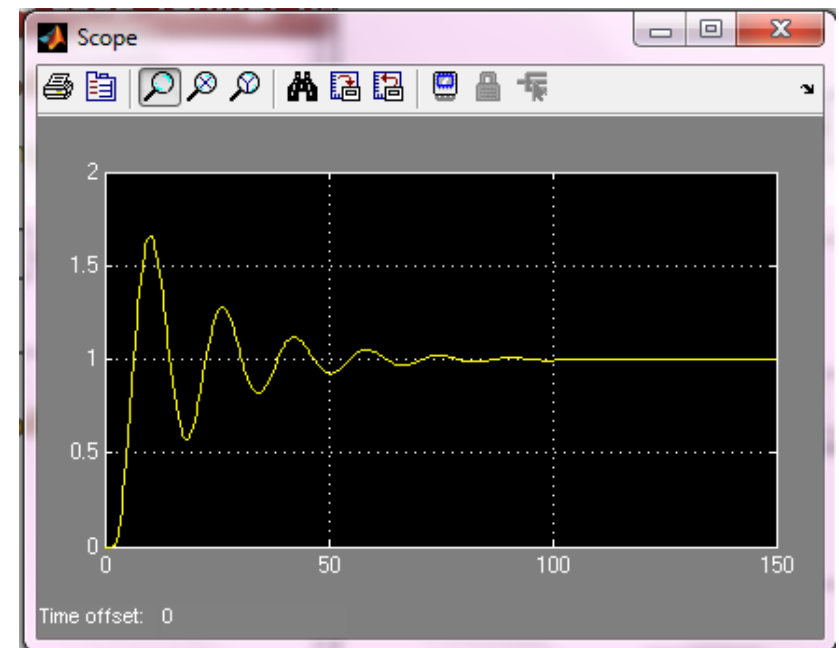
## PI szabályozó tervezés – megvalósítás Simulink alatt



## PI szabályozó tervezés – szimuláció

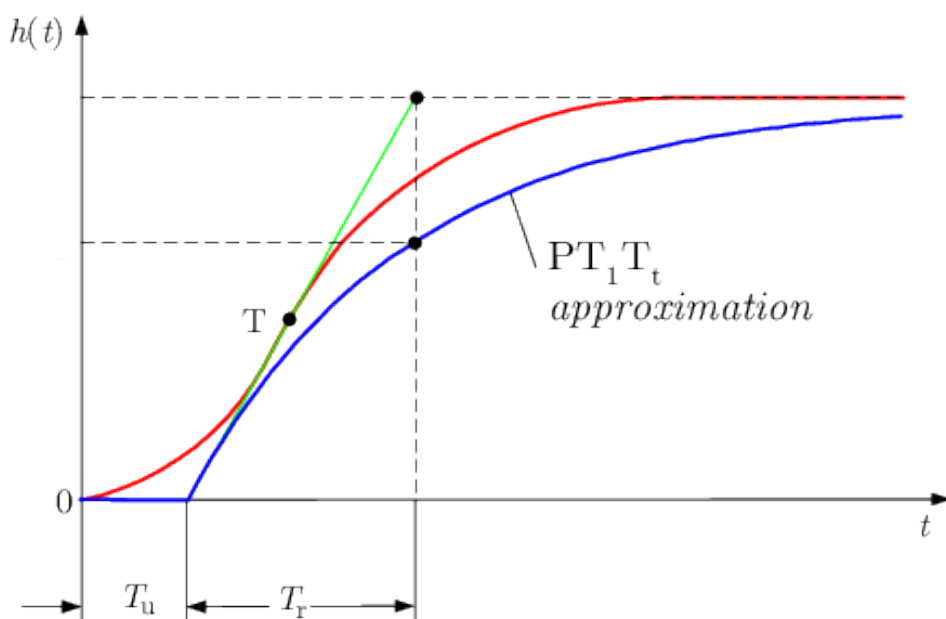
Ugrásválasz paramétereit:

- ✓ szabályozási idő:  $t_s = 100$  sec
- ✓ túllövési idő:  $t_1 = 9$  sec
- ✓ túllövés:  $\sigma_1 = 65\%$



# Kísérleti identifikáció alapuló szabályozás

- számos ipari folyamat ugrásválasza mutat tiszta aperiodikus viselkedést
- ez az S-alakú görbe általában a magasabb rendű rendszerekre jellemző



A szakasz ugrásválasza az alábbi paraméterekkel írható le:

- ✓  $K_P$  a szakasz erősítése
- ✓  $T_r$  felfutási idő
- ✓  $T_u$  holtidő

- a szakasz átviteli függvénye az alábbi modellel közelíthető:

$$W_P = \frac{K_P}{1 + Ts} e^{-T_t s}$$



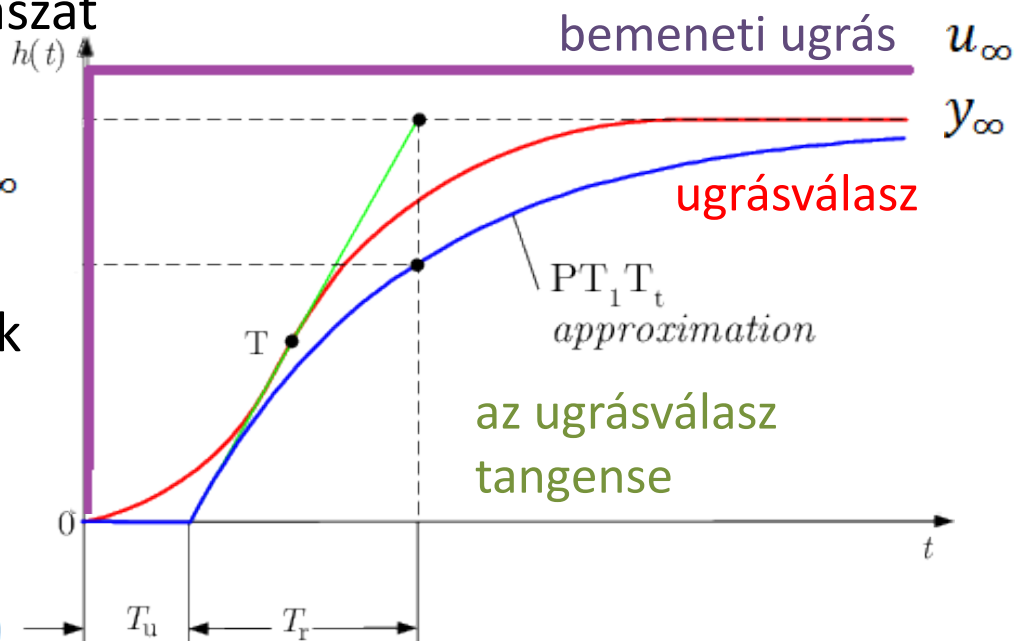
# Kísérleti identifikáció alapuló szabályozás

## 1. Vizsgáljuk meg a szakasz ugrásválaszát

- ✓ bemeneti ugrás értéke:  $u_\infty$
- ✓ a válasz állandósult állapota:  $y_\infty$

## 2. A $T$ infleksiós pontban szerkesszük meg az ugrásválasz tangensét

- ✓ holtidő:  $T_u$
- ✓ felfutási idő:  $T_r$
- ✓ szakasz erősítése:  $K_P = \frac{y_\infty - y_0}{u_\infty - u_0}$



## 3. Az ugrásválasz közelítése

$$W_P = \frac{K_P}{1 + T_s} e^{-T_t s} \xrightarrow[T = T_r]{T_t = T_u} W_P = \frac{K_P}{1 + T_r s} e^{-T_u s}$$

# Kísérleti identifikáción alapuló szabályozás

## Táblázat a szabályozótervezéshez

$$\rho = \frac{T_u}{T_r} \quad \text{relatív holtidő}$$

Szabályozó típusa	A szabályozó paraméterei		
	$A_P \cdot K_P \cdot \rho$	$T_I$	$T_D$
<b>P</b>	$\leq 1$	-	-
<b>PI</b>	$\leq 0.9$	$3 T_u$	-

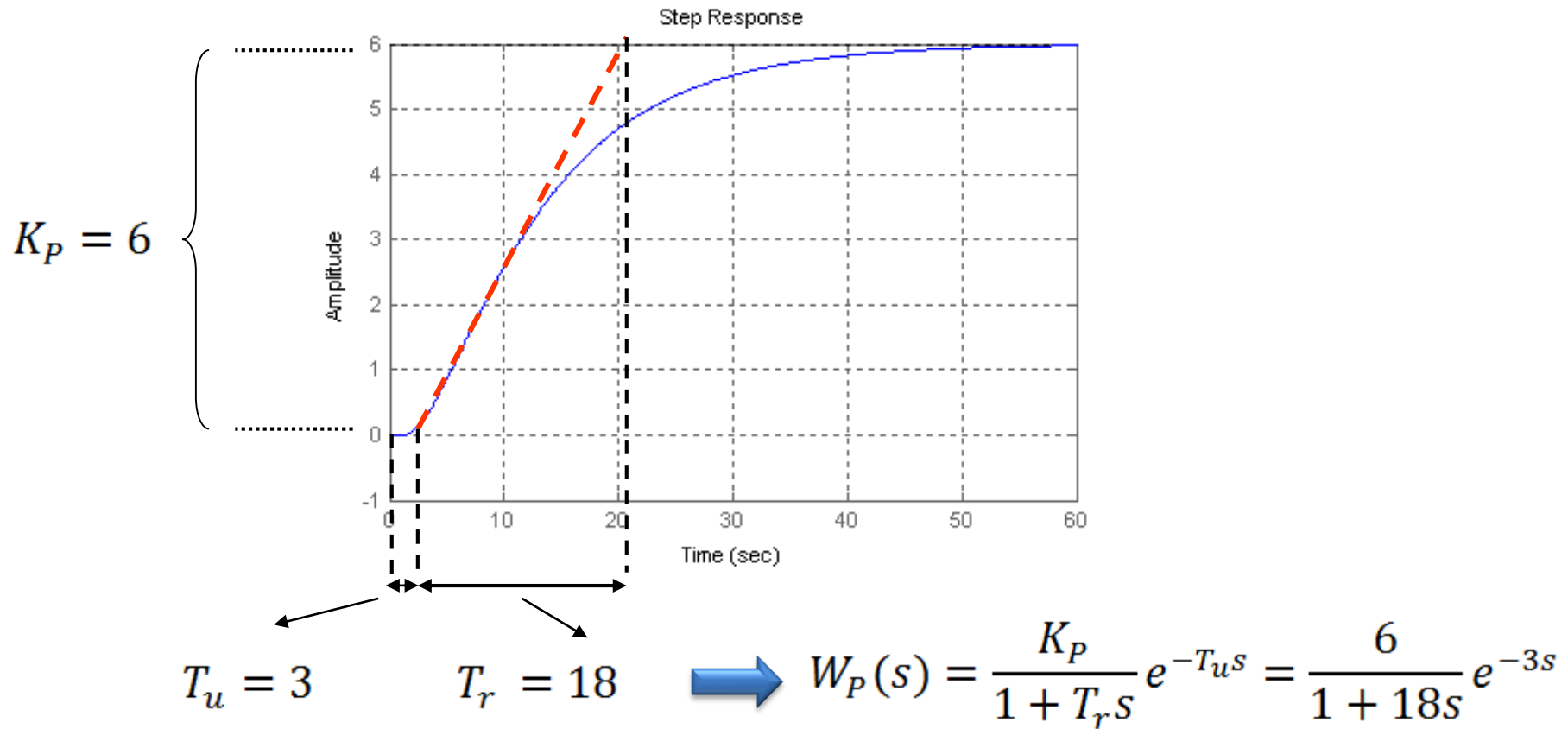


Vegyük észre, hogy kisebb is lehet, mint a táblázatban szereplő érték!  
Ha a táblázatban szereplő értékkel tervezett szabályozó nem működik, próbáljunk meg kisebb értékkel számolni (pl. PI esetén 0.7-tel 0.9 helyett)

# Kísérleti identifikáció alapuló szabályozás

## Példa

### Ugrásválasz és paraméterek



# Kísérleti identifikáción alapuló szabályozás

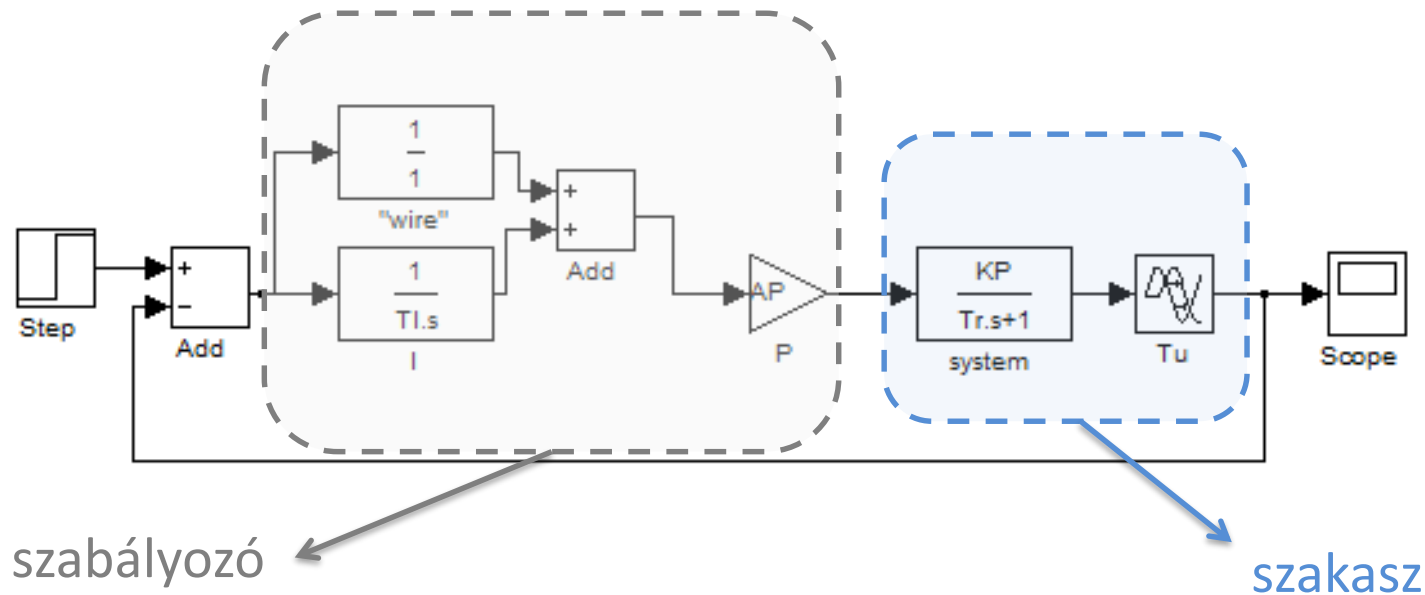
## PI szabályozó tervezés

Szabályozó típusa	A szabályozó paraméterei		
	$A_P \cdot K_P \cdot \rho$	$T_I$	$T_D$
<b>PI</b>	$\leq 0.9$	$3 T_u$	-

$$\begin{aligned} K_P &= 6 & \rho &= \frac{T_u}{T_r} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} & A_P \cdot K_P \cdot \rho &\leq 0.9 & W_{PI}(s) &= A_P \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right) \\ T_u &= 3 & & & & & W_{PI}(s) &= 0.9 \cdot \left(1 + \frac{1}{9s}\right) \\ T_r &= 18 & T_I &= 3T_u = 3 \cdot 3 = 9 & A_P &\leq \frac{0.9}{6 \cdot \frac{1}{6}} = 0.9 & W_{PI}(s) &= \frac{9s + 1}{10s} \end{aligned}$$

# Kísérleti identifikáció alapuló szabályozás

## PI szabályozó tervezés – megvalósítás Simulink alatt



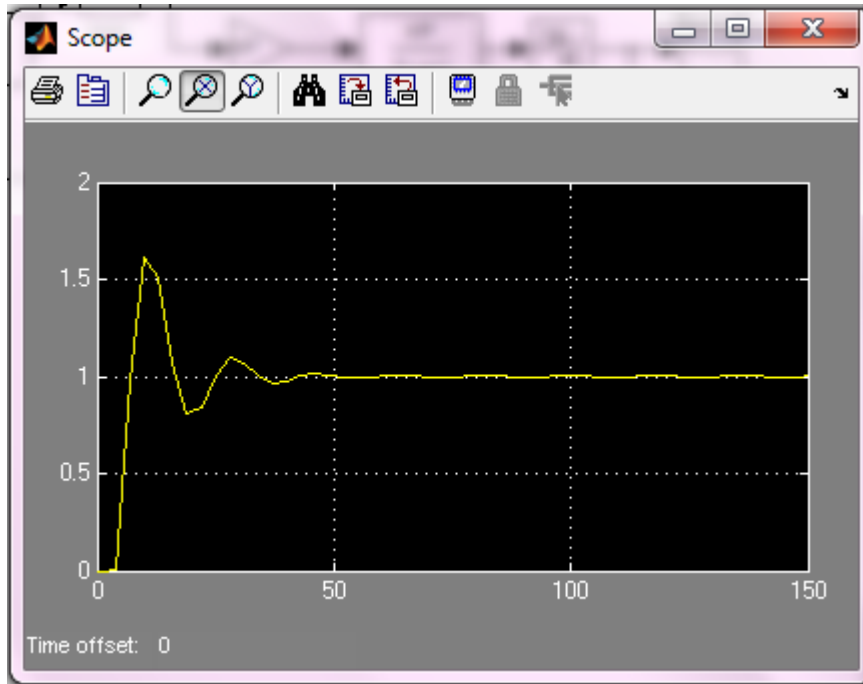
$$W_{PI}(s) = A_P \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_I}\right)$$

$$W_{PI}(s) = 0.9 \cdot \left(1 + \frac{1}{9s}\right)$$

$$W_P(s) = \frac{K_P}{1 + T_r s} e^{-T_u s} = \frac{6}{1 + 18s} e^{-3s}$$

# Kísérleti identifikáción alapuló szabályozás

## PI szabályozó tervezés – szimuláció



Ugrásválasz paramétereit:

- ✓ szabályozási idő:  $t_s = 50$  sec
- ✓ túllövési idő:  $t_1 = 10$  sec
- ✓ túllövés:  $\sigma_1 = 60\%$

## 3. Kessler módszer

3.1. Modulusz kritérium

3.2. Szimmetrikus kritérium

# Kessler módszer

- A rendszer **nem tartalmaz holtidőt**

$$W_d(s) = e^{-sT_d}$$


- ✓ ha igen, közelíteni kell

- ✓ **Padé közelítés**

- a függvény közelítése egy adott fokszámú törttel

- gyakran a Taylor sorbafejtésnél jobb közelítést ad

- ha a Taylor sor nem konvergens, ez akkor is működhet

-  **MATLAB** `[num den]=pade(Td,5);`  
% 5th order approximation

$$e^{-sT_d} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2 - sT_d}{2 + sT_d} \\ \frac{12 - 6sT_d + s^2T_d^2}{12 + 6sT_d + s^2T_d^2} \\ etc. \end{array} \right.$$

- A folyamat **átviteli függvénye relatív egyszerű.**
- A rendszer **paraméterei ne változzanak túlzottan.**
- Az elérhető minőségi követelmények relatív adottak.



## Kis időállandók tétele

- egy átviteli függvény kis időállandós tagjai helyettesíthetők egyetlen taggal
- $T_\Sigma$ : kis időállandók összege (vagy a legkisebb időállandó)

$$T_\Sigma = \sum_n T_n$$

- a módszer közelített holtidőt tartalmazó rendszerek esetén is alkalmazható

$$T_\Sigma = \sum_n T_n + T_d$$

 Gyakran a rendszer leírására alacsony rendű modell használható.

## A különböző Kessler módszerek használata

### Szimmetrikus kritérium

- a folyamat tartalmaz egy (szabad) integrátort

- $\frac{K_P}{s(1 + sT_\Sigma)}$

- $\frac{K_P}{s(1 + sT_\Sigma)(1 + sT_1)}$

### Modulusz kritérium

- a folyamat nem tartalmaz (szabad) integrátort

- $\frac{K_P}{1 + sT_\Sigma}$

- $\frac{K_P}{(1 + s \cdot T_1)(1 + s \cdot T_\Sigma)}$

- $\frac{K_P}{(1 + s \cdot T_1)(1 + s \cdot T_2)(1 + s \cdot T_\Sigma)}$

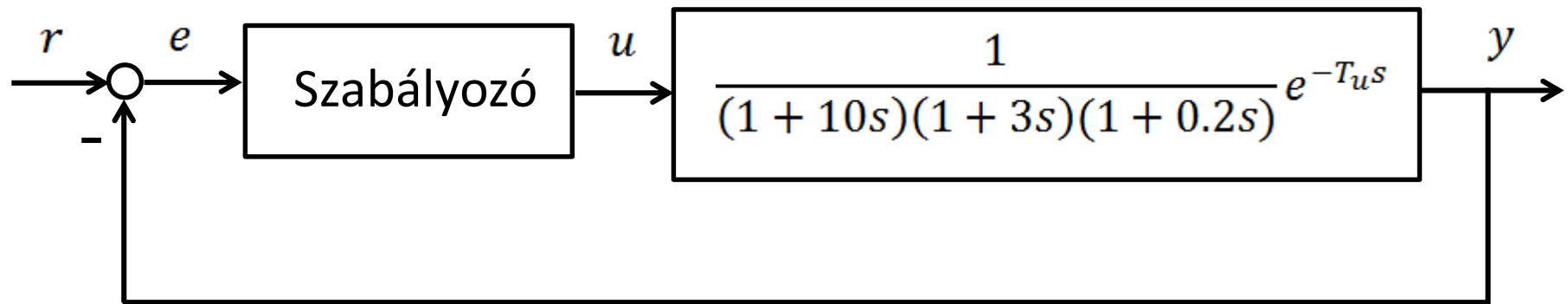
# Modulusz kritérium

## Táblázat a szabályozótervezéshez

Folyamat $W_p(s)$	Szabályozó típusa	Paraméterek relációi	Megjegyzés
$\frac{K_P}{1 + sT_\Sigma}$	$\frac{K_R}{s} \text{ or } \left( \frac{1}{sT_i} \right)$ <b>I</b>	$K_R = \frac{1}{2 K_P T_\Sigma}$	$t_s = 8,4 T_\Sigma$
$\frac{K_P}{(1 + s \cdot T_1)(1 + s \cdot T_\Sigma)}$ $T_1 \gg T_2$	$\frac{K_R}{s} (1 + s \cdot T_i)$ <b>PI</b>	$K_R = \frac{1}{2 K_P T_\Sigma}$ $T_i = T_1$	$t_1 = 4,7 T_\Sigma$ $\sigma_1 = 4,3 \%$

# Modulusz kritérium

## Példa



$$T_u = 0$$

Feladat: PI szabályozó tervezése

# Modulusz kritérium

## PI szabályozó tervezés

Folyamat $W_p(s)$	Szabályozó típusa	Paraméterek relációi	Megjegyzés
$\frac{K_p}{(1 + s \cdot T_1)(1 + s \cdot T_\Sigma)}$ $T_1 \gg T_2$	$\frac{K_R}{s}(1 + s \cdot T_i)$ <p><b>PI</b></p>	$K_R = \frac{1}{2 K_p T_\Sigma}$ $T_i = T_1$	$t_s = 8,4 T_\Sigma$ $t_1 = 4,7 T_\Sigma$ $\sigma_1 = 4,3 \%$

$$\frac{1}{(1 + 10s)(1 + 3s)(1 + 0.2s)} e^{-T_u s}$$

$$T_i = T_1 = 10$$

$$T_\Sigma = T_2 + T_3 = 3 + 0.2 = 3.2$$

$$K_p = 1$$

$$K_R = \frac{1}{2K_p T_\Sigma} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 3.2} = 0.156$$

$$W_{PI}(s) = \frac{K_R}{s}(1 + sT_i) = \frac{0.156}{s}(1 + 10s)$$

$$W_{PI}(s) = \frac{1.56s + 0.156}{s}$$

# Modulusz kritérium

## PI szabályozó tervezés – megvalósítás Simulink alatt

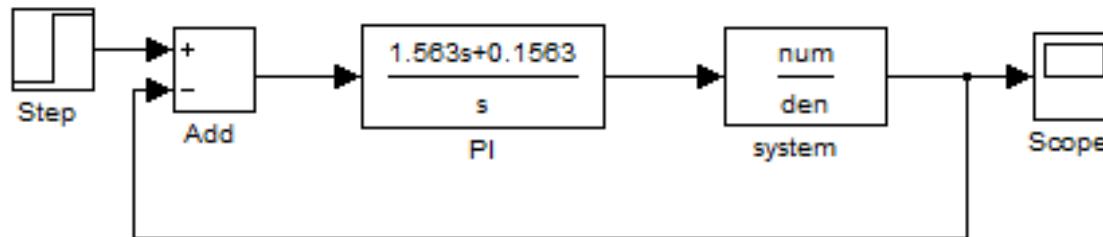
```
s = tf('s');  
W_PI = (KR/s) * (1 + s*Ti)
```

Transfer function:

1.563 s + 0.1563

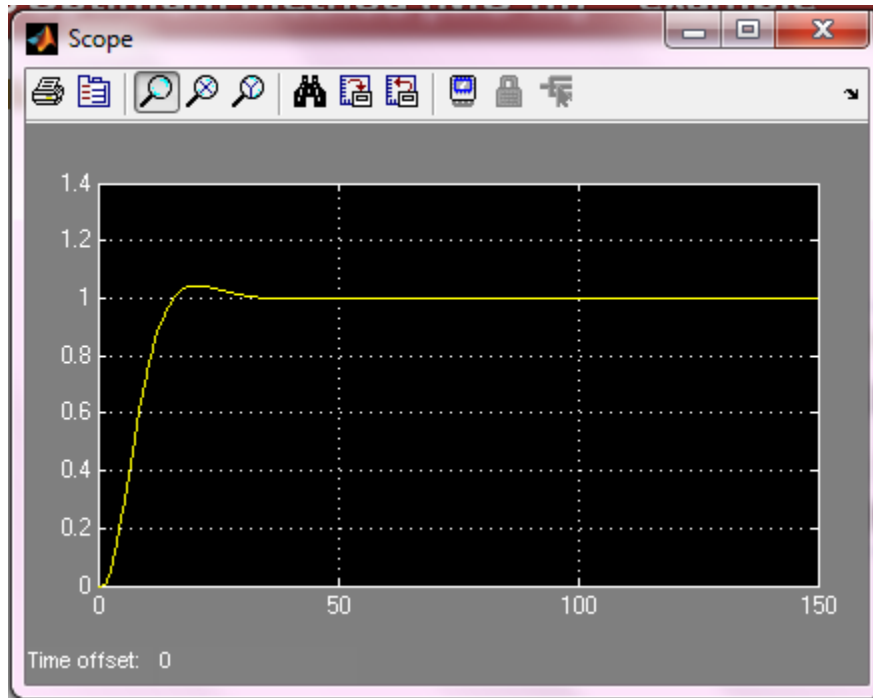
-----

s



# Modulusz kritérium

## PI szabályozó tervezés – szimuláció



Ugrásválasz paramétere:

- ✓ szabályozási idő:  $t_s = 27 \text{ sec}$
- ✓ túllövési idő:  $t_1 = 25 \text{ sec}$
- ✓ túllövés:  $\sigma_1 = 4.3\%$

## Empirikus szabályozások



# Szimmetrikus kritérium

## Táblázat a szabályozótervezéshez

Folyamat $T_1 > T_\Sigma$	Szabályozó típusa	Paraméterek relációi	Észrevé- tel
$\frac{K_P}{s(1 + sT_\Sigma)}$	$\frac{K_R}{s}(1 + sT_r)$ <b>PI</b> $K_R = \frac{K_r}{T_r}$	$K_R = \frac{1}{8T_\Sigma^2 K_P}$ $T_r = 4T_\Sigma$	$t_s = 16,5 T_\Sigma$ $t_1 = 3,1 T_\Sigma$ $\sigma_1 = 43,4 \%$

A szabályozó tervezése a korábbi példákéhoz hasonlóan történik.

# Köszönöm a figyelmet!

Dr. habil. Kovács Levente  
egyetemi docens

[kovacs.levente@nik.uni-obuda.hu](mailto:kovacs.levente@nik.uni-obuda.hu)

Dr. Haidegger Tamás  
egyetemi adjunktus

[haidegger@irob.uni-obuda.hu](mailto:haidegger@irob.uni-obuda.hu)



Élettani  
Szabályozások  
Csoport  
Óbudai Egyetem