ROBOTIRÁNYÍTÁS

7. előadás

Frekvenciatartomány, Bode és Nyquist diagram

Dr. habil. Kovács Levente
egyetemi docens

Dr. Haidegger Tamás
egyetemi adjunktus

EKIK
Egyetemi Kutató és Innovációs Központ

K-MOOC

ÓBUDAI EGYETEM
Bejczy Antal iRobottechnikai Központ

Élettani Szabályozások Csoport
Óbudai Egyetem

Tartalom

1. Bode diagram

1.1. Bode diagram jellemzői

1.2. Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

1.3. Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

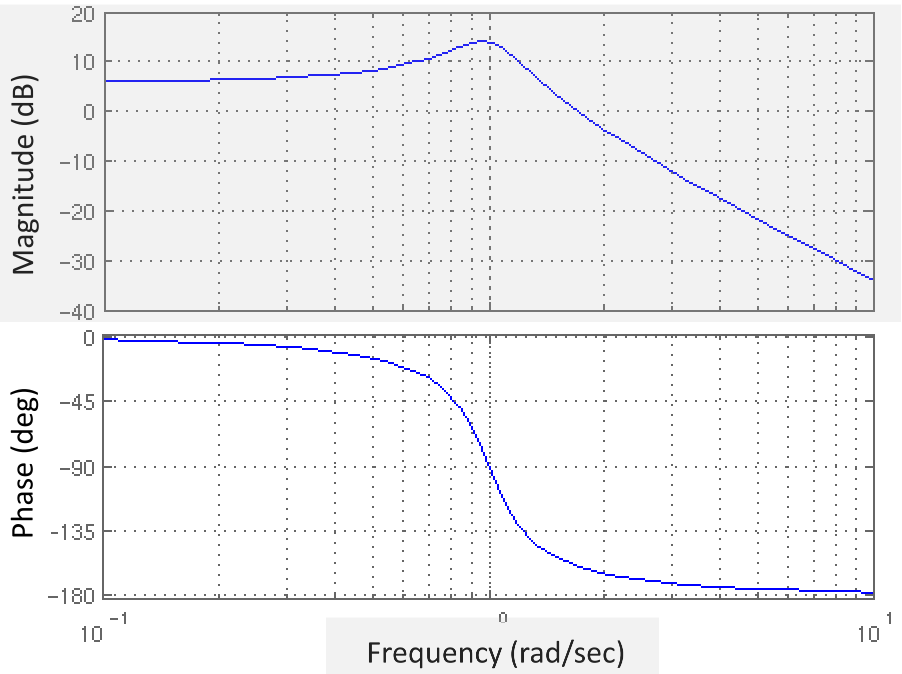
1.4. Bode diagram fázis- és amplitúdótartaléka

1.5. Bode-féle stabilitási kritérium

1.6. Lineáris alaptagok amplitúdó- és fázismenete

Bode diagram jellemzői

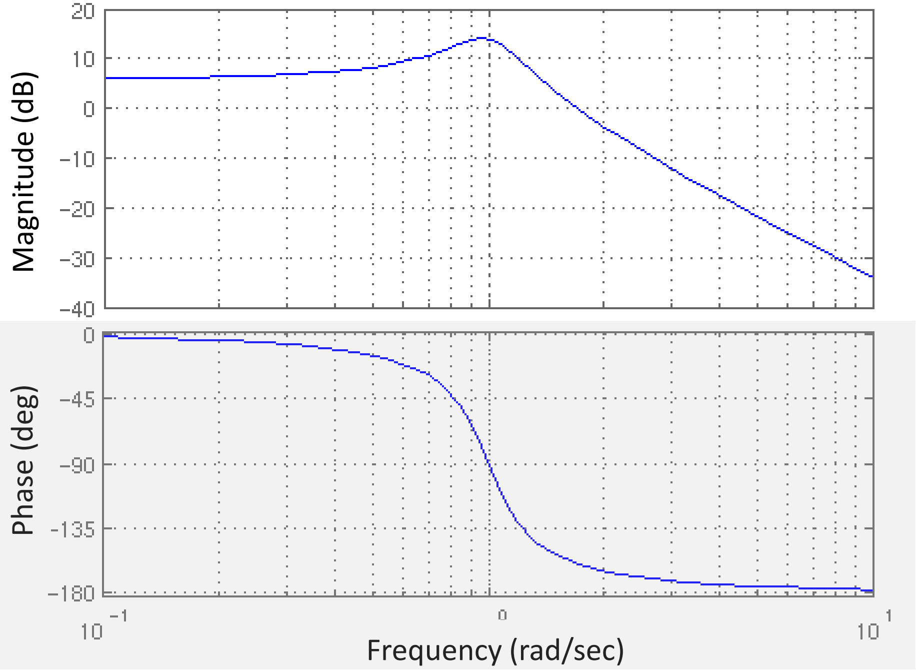
- a Bode diagram LTI (linear time invariant) rendszerek frekvencia válaszát jeleníti meg
- két függvényt ábrázol:
    1. amplitúdó-körfrekvencia függvény → amplitúdódiagram
        - ✓ x tengely: frekvencia logaritmikus skálán [log]
            - egy nagyságrendnyi lépésköz: egy dekád (pl. 10^1 és 10^2 között)
        - ✓ y tengely: amplitúdó decibelben [dB]
            - decibel: $\left|W(j\omega)\right|_{dB} = 20\ \log_{10}\left|W(j\omega)\right|$



Bode diagram jellemzői

- a Bode diagram LTI (linear time invariant) rendszerek frekvencia válaszát jeleníti meg
- két függvényt ábrázol:

    2. fázis-körfrekvencia függvény → fázisdiagram
        - ✓ x tengely: frekvencia logaritmikus skálán [log]
            - ugyanaz a tengely, mint az amplitúdó-körfrekvencia függvény esetén
        - ✓ y tengely: fázis lineáris fok skálán [°]



Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

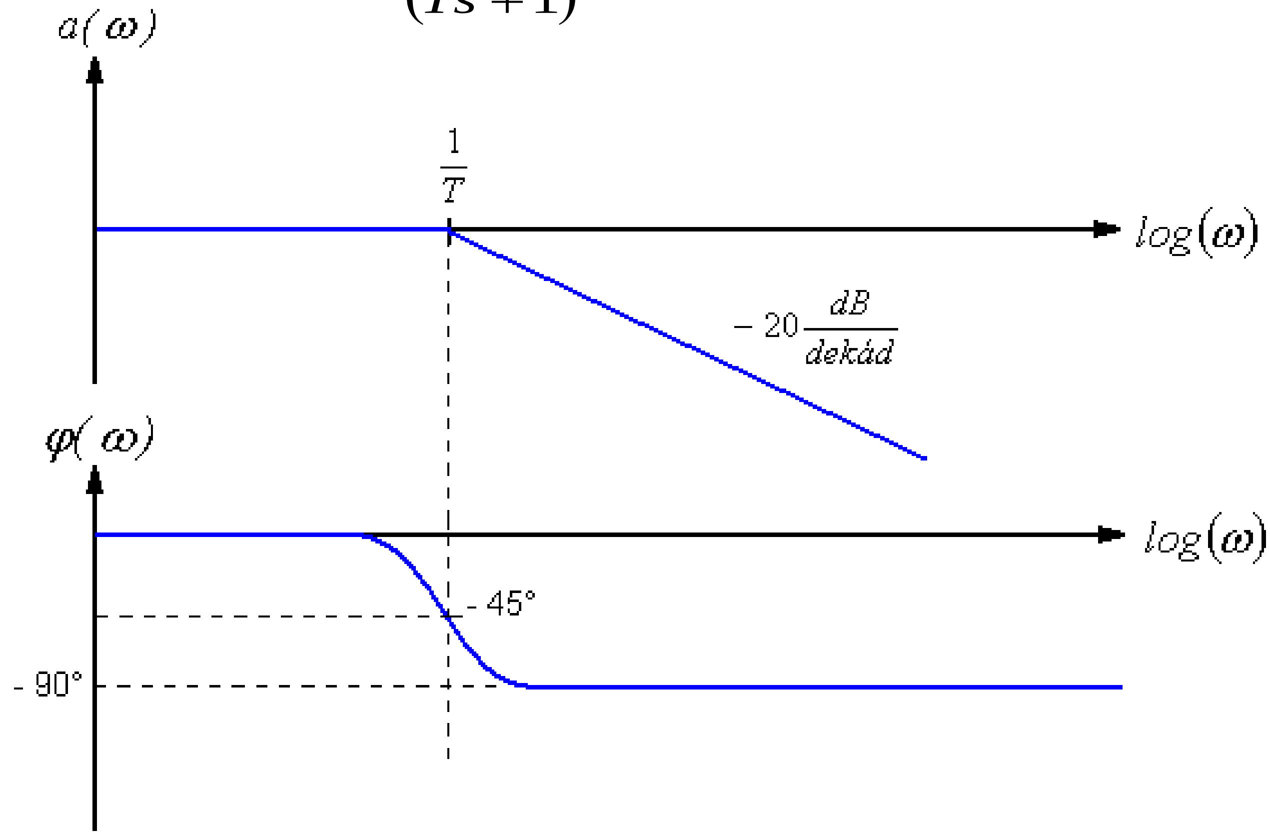
Stabil (negatív valós részű) pólus $\dfrac{1}{(Ts+1)}$

Amplitúdó menet

–20 dB/dekád

Fázis menet

–90° eltolás

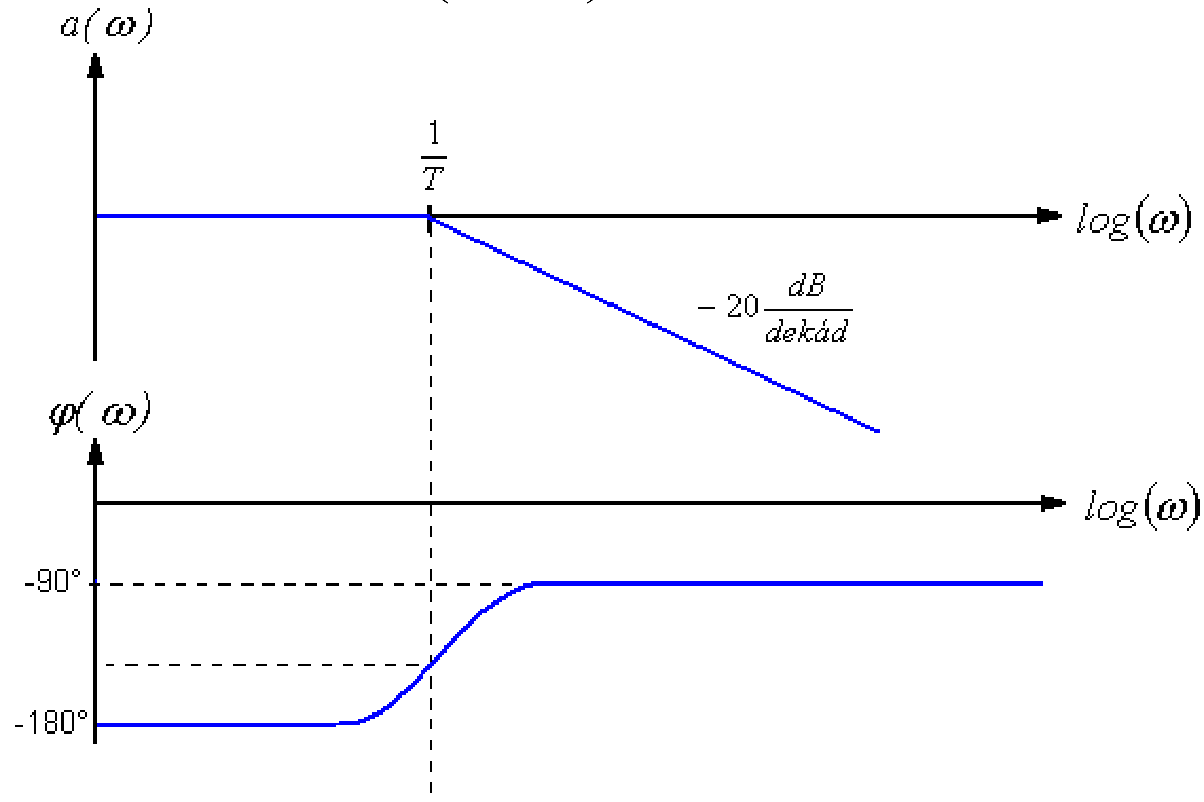


Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

Instabil (pozitív valós részű) pólus $\dfrac{1}{(Ts-1)}$

Amplitúdó menet
–20 dB/dekád

Fázis menet
+90° eltolás

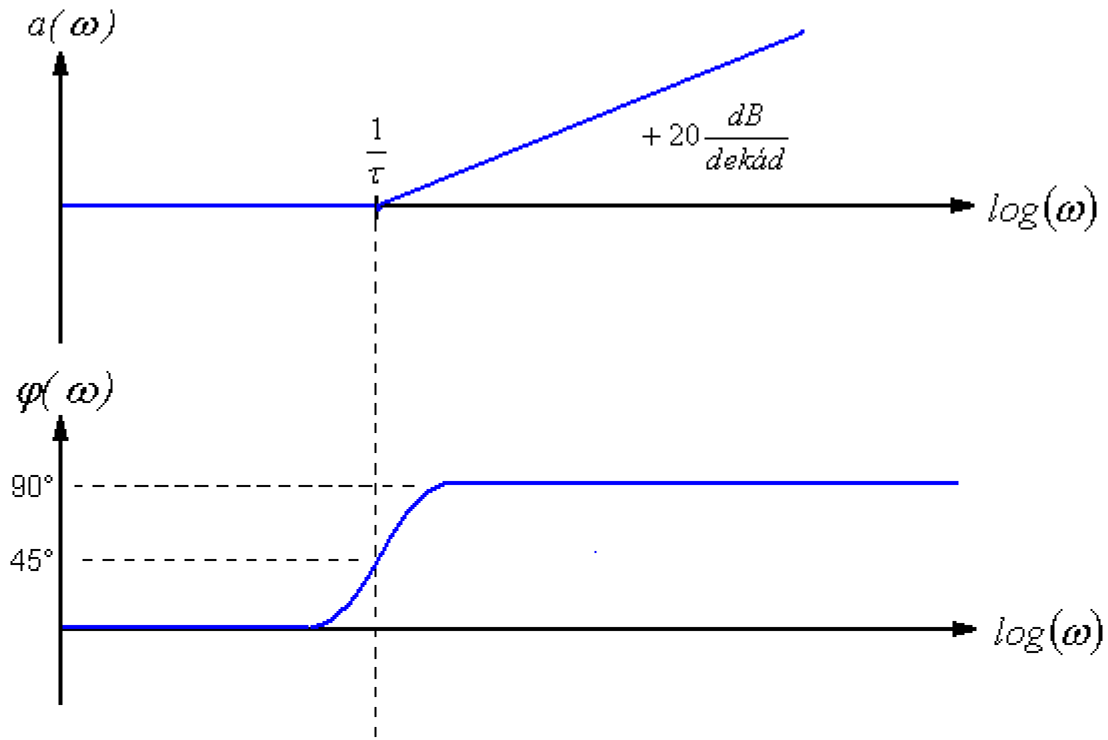


Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

„Stabil” (negatív valós részű) zérus $(\tau s + 1)$

Amplitúdó menet
+20 dB/dekád

Fázis menet
+90° eltolás

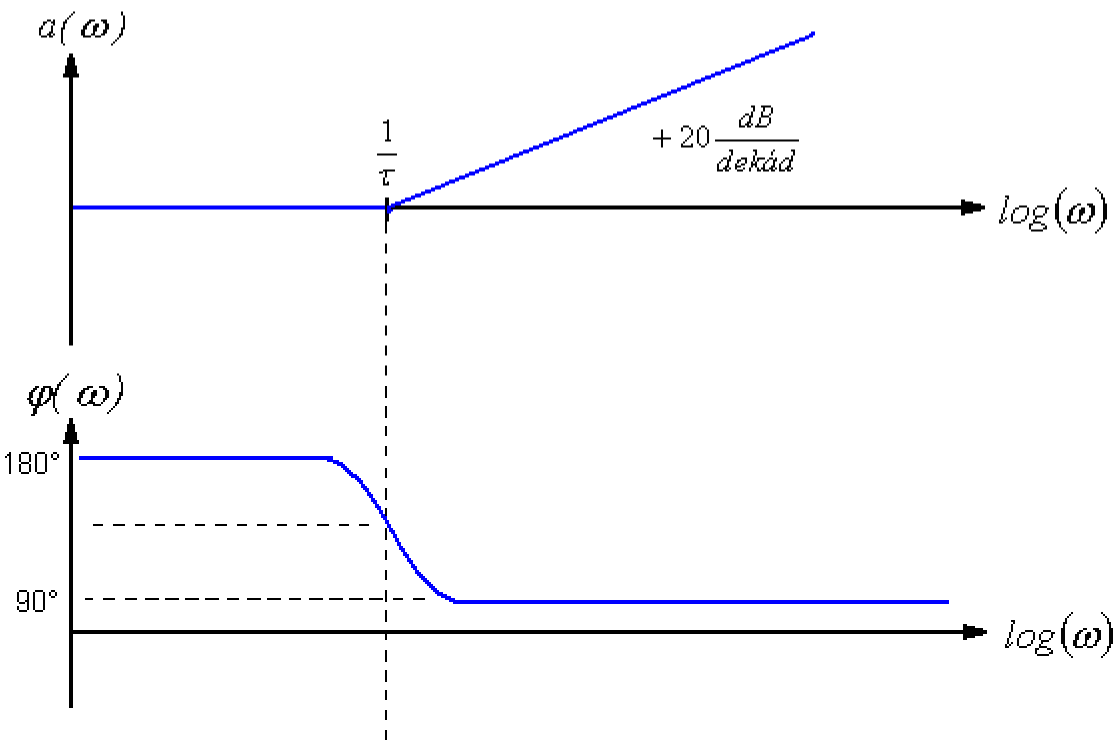


Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

„Instabil" (pozitív valós részű) zérus $(\tau s - 1)$

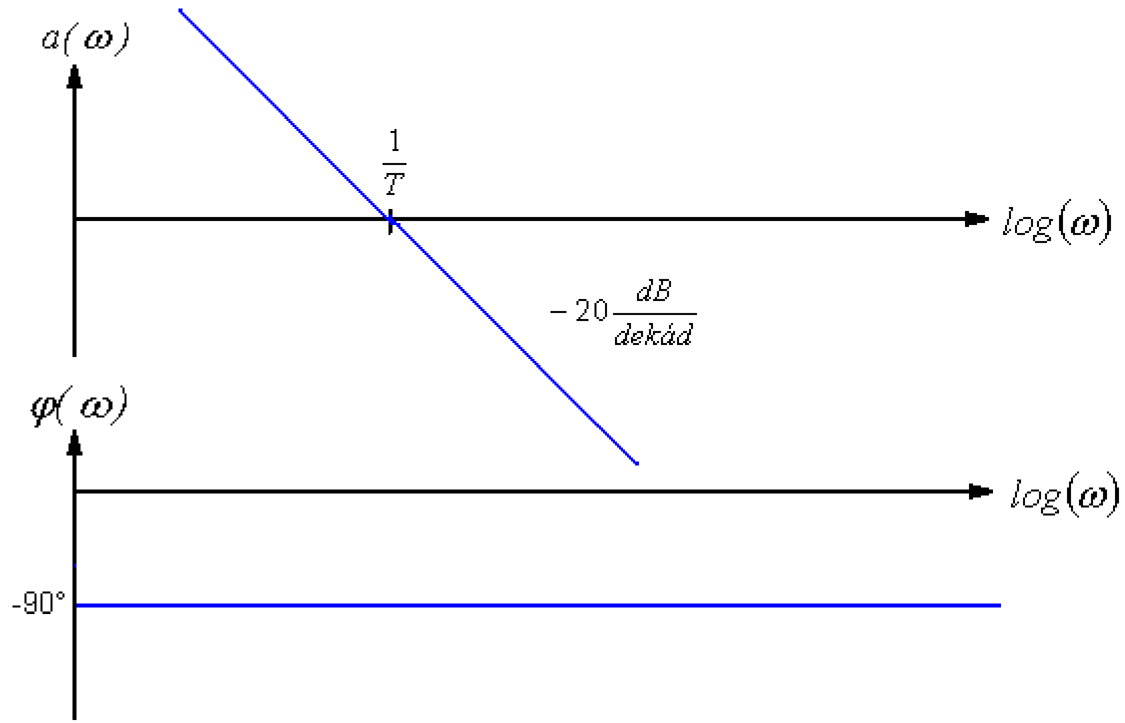
Amplitúdó menet
+20 dB/dekád

Fázis menet
-90° eltolás



Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

Integrátor $\frac{1}{Ts}$



Amplitúdó menet

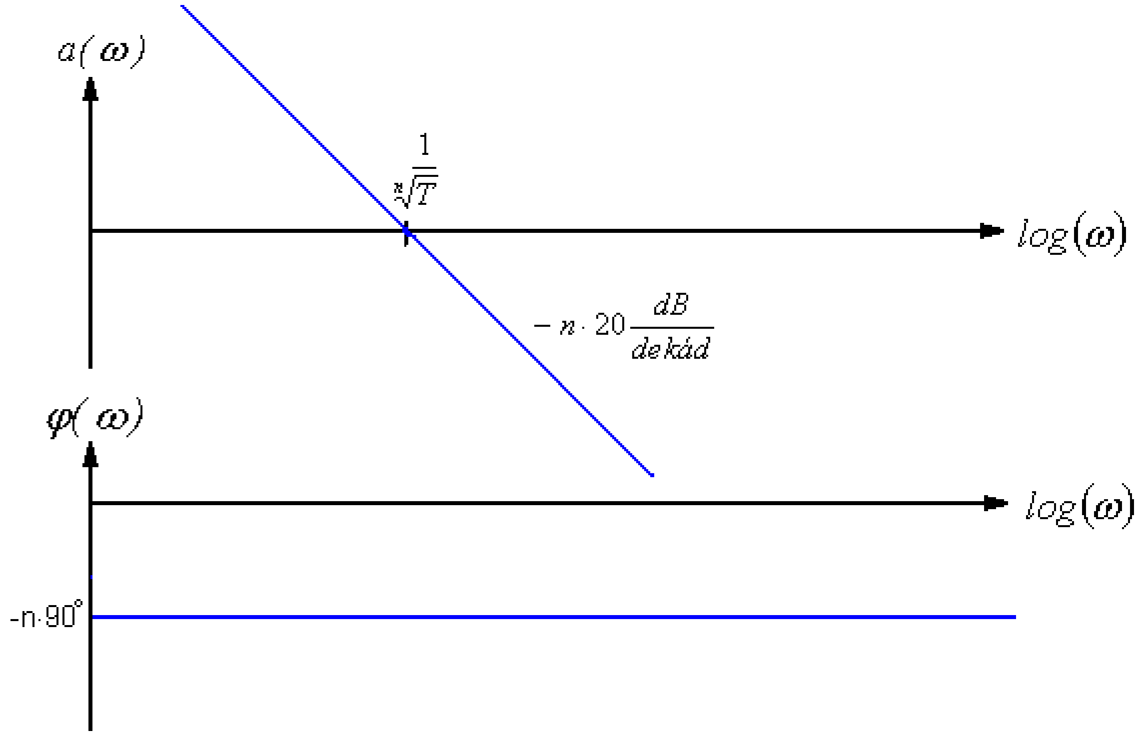
–20 dB/dekád

Fázis menet

-90° (konstans)

Pólusok és zérusok hatása a Bode diagramra

Integrátor-sor $\dfrac{1}{Ts^n}$



Amplitúdó menet

– n·20 dB/dekád

Fázis menet

- n·90° (konstans)

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

1. Zérusok és pólusok meghatározása
2. Zérusok és pólusok abszolút értékének számítása és növekvő sorrendbe rendezése
3. Multiplicitás, index meghatározása
4. Amplitúdómenet meredekségének számítása
5. Táblázat készítése (abszolút érték, index, multiplicitás, meredekség)
6. Az amplitúdómenet meghatározása
    6.1. Kezdőpont (szabad integrátor)
    6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)
7. A fázismenet meghatározása
    7.1. Kezdőpont (szabad integrátor)
    7.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

1. példa

Ábrázoljuk az alábbi átviteli függvénnyel jellemzett rendszer Bode diagramjának amplitúdó-és fázismenetét!

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

1. Zérusok és pólusok meghatározása

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

A zérusok az átviteli függvény számlálójának a gyökei

- jelen példában nincs zérus

A pólusok az átviteli függvény nevezőjének a gyökei

- jelen példában két pólus van (komplex konjugált póluspár)

$$s_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}, s_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

2. Zérusok és pólusok abszolút értékének számítása és növekvő sorrendbe rendezése

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

- Komplex szám abszolút értékének meghatározása

$$z = a + ib \Rightarrow |z| \coloneqq \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Komplex konjugált póluspár abszolút értéke megegyezik

$$|s_{1,2}| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = 1$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

3. Multiplicitás, index meghatározása

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Multiplicitás: „hányszoros gyök”

- komplex konjugált póluspár az kétszeres gyök

$$M_{s_1,s_2} = 2$$

Index: zérus esetén -1, pólus esetén +1

$$I_{s_1,s_2} = +1$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

4. Amplitúdómenet meredekségének számítása

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Meredekség: egy pólus amplitúdó-tolásának értéke megszorozva a multiplicitással és az indexszel

$$-20\frac{dB}{dekád} \cdot M \cdot I$$

$$s_{1,2} \rightarrow -20\frac{dB}{dekád} \cdot 2 \cdot 1 = -40\frac{dB}{dekád}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

5. Táblázat készítése (abszolút érték, index, multiplicitás, meredekség)

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_{1,2}\rvert = 1$
index	$+1$
multiplicitás	2
meredekség	$-40\,\frac{dB}{dekád}$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.1. Kezdőpont (szabad integrátor)

- a szabad integrátor azt jelenti, hogy a gyöktényezős alakban (zpk) a nevezőben van egy szabad s, amit kiemelve a törtből az átviteli függvény $1/s$-sel szorzódik
- az amplitúdómenet kezdeti értéke: $a_{dB} = 20 \cdot \log K$, ahol $K = W(s = 0)$ a statikus erősítés

a) ha van szabad integrátor

✓ az amplitúdómenet egy *meredek* szakasszal indul, melynek meredeksége: szabad integrátorok száma szorozva -20 db/dekáddal

✓ az amplitúdómenet kezdeti értéke: $a_{dB} = \infty$ minden esetben

b) ha nincs szabad integrátor

✓ az amplitúdómenet egy *egyenes* szakasszal indul

✓ az amplitúdómenet kezdeti értéke: $a_{dB} = 20 \cdot \log K$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

6. Az amplitúdómenet meghatározása

$$W(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

6.1. Kezdőpont (szabad integrátor)

- jelen esetben nincs szabad integrátor
- az amplitúdómenet egy *egyenes* szakasszal indul
- az amplitúdómenet kezdeti értéke: $a_{dB}=20\cdot\log K$, ahol $K=W(s=0)$ a statikus erősítés

$$K=W(s=0)=\left.\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}\right|_{s=0}=\frac{1}{0+0+1}=1$$

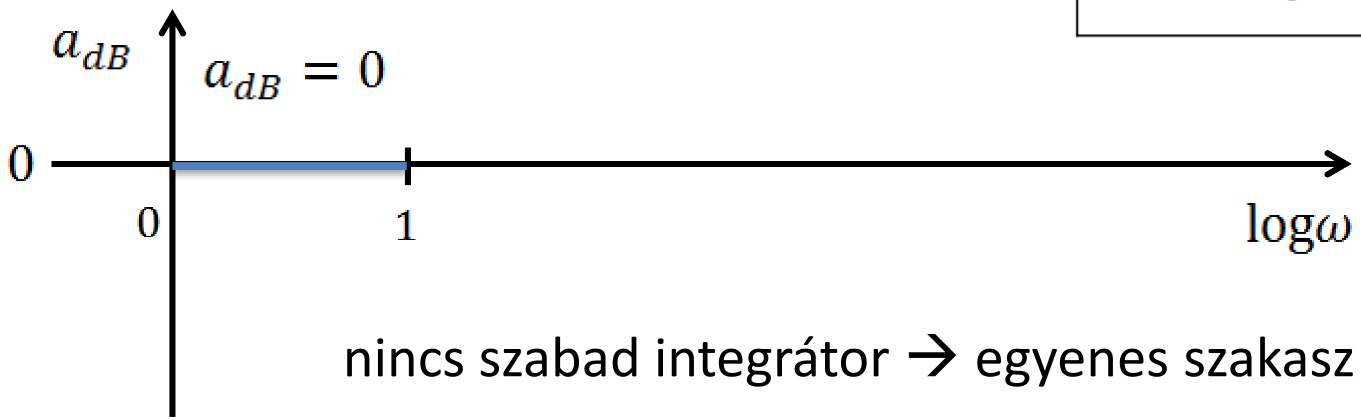
$$a_{dB}=20\cdot\log K=20\cdot\log 1=0$$

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_{1,2}\rvert = 1$
index	$+1$
multiplicitás	2
meredekség	$-40\,\dfrac{dB}{dek\acute{a}d}$



nincs szabad integrátor → egyenes szakasz

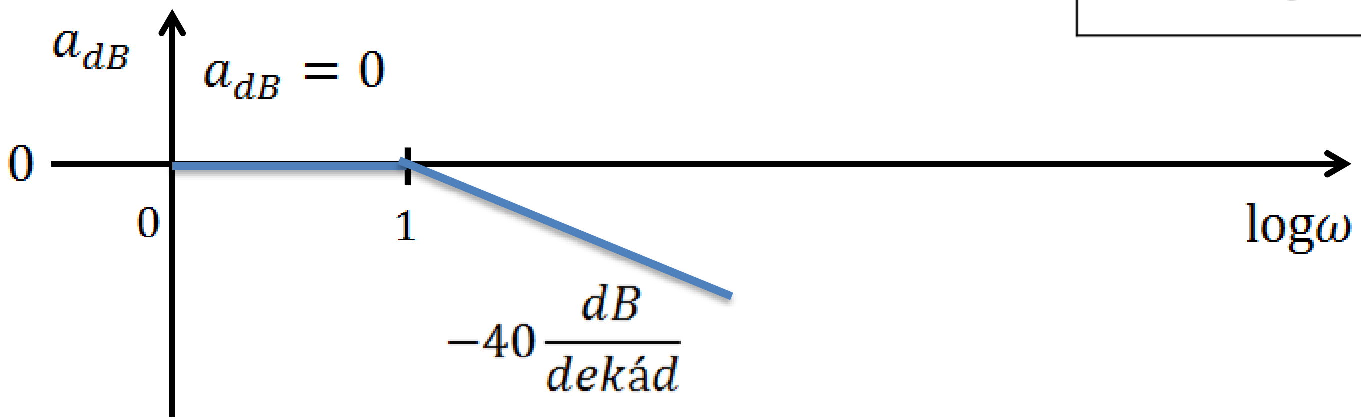
Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_{1,2}\rvert = 1$
index	$+1$
multiplicitás	2
meredekség	$-40\,\dfrac{dB}{dekád}$



Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

7. A fázismenet meghatározása

7.1. Kezdőpont (szabad integrátor)

a) ha van szabad integrátor

✓ az fázismenet $\varphi = -90°$ -ról indul

b) ha nincs szabad integrátor

✓ az fázismenet $\varphi = 0°$-ról indul

7.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

a) zérus

✓ az fázismenet $\varphi = +90°$ -kal tolja el

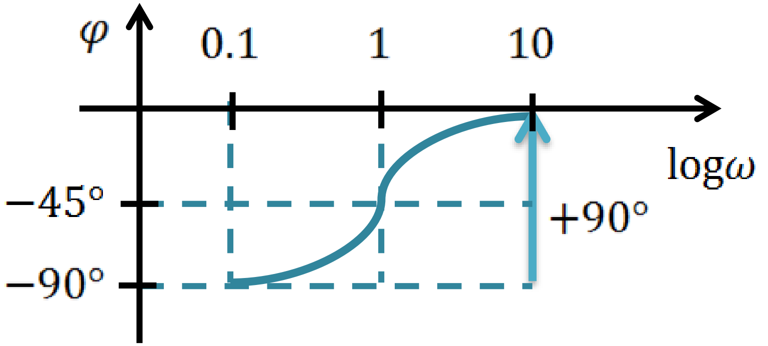
b) pólus

✓ az fázismenet $\varphi = -90°$ -kal tolja el

- a zérus, pólus hatás „hatóköre” ± 1 dekád, hatása szimmetrikus

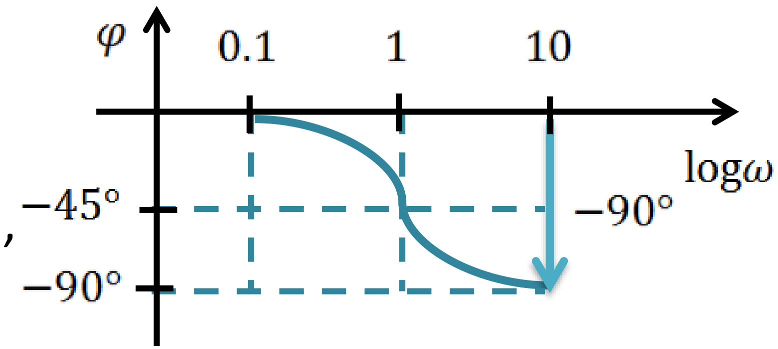
zérus hatása a fázismenetre

$|z| = 1$



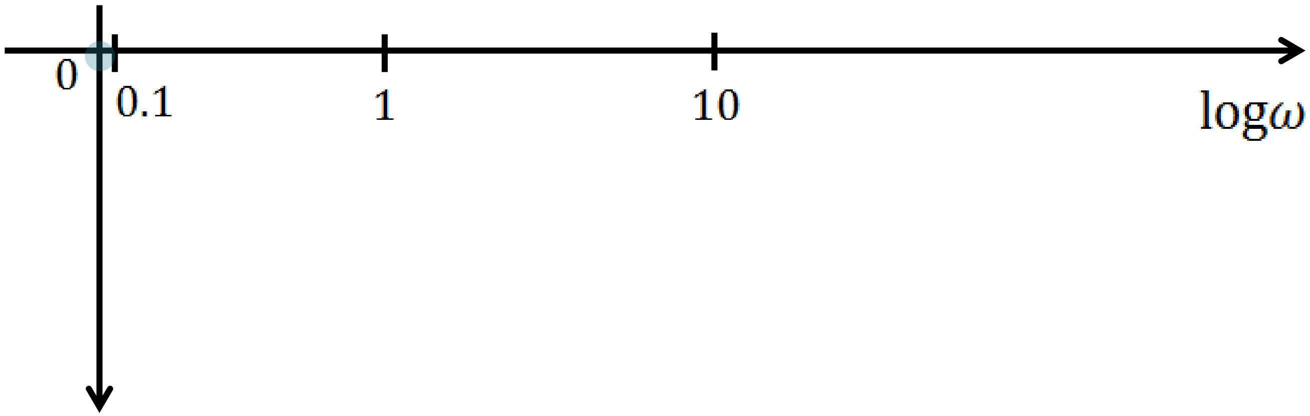
pólus hatása a fázismenetre

$|p| = 1$



7. A fázismenet meghatározása

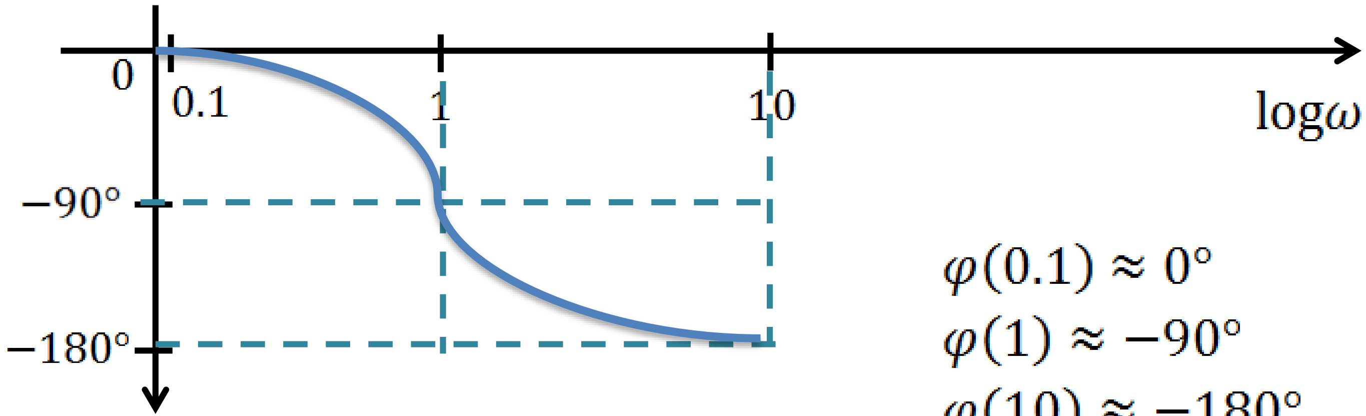
- a példánkban nincs szabad integrátor → $\varphi = 0^\circ$-ról indul



Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

7. A fázismenet meghatározása

- a példánkban nincs szabad integrátor → $\varphi = 0°$-ról indul
- $|s_{1,2}| = 1$ → $2 \cdot (-90°) = -180°$ -os tolás



$$\varphi(0.1) \approx 0°$$
$$\varphi(1) \approx -90°$$
$$\varphi(10) \approx -180°$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

2. példa

Ábrázoljuk az alábbi átviteli függvénnyel jellemzett rendszer Bode diagramjának amplitúdó-és fázismenetét!

$$W(s) = \frac{s+3}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

1. Zérusok és pólusok meghatározása

$$W(s) = \frac{s+3}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}$$

A zérusok az átviteli függvény számlálójának a gyökei

- jelen példában egyetlen zérus van

$$z = -3$$

A pólusok az átviteli függvény nevezőjének a gyökei

- jelen példában három pólus van

$$s_1 = 0, s_2 = -1, s_3 = -4$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

2. Zérusok és pólusok abszolút értékének számítása és növekvő sorrendbe rendezése

$$W(s) = \frac{s+3}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}$$

$z = -3$ $\qquad$ $s_1 = 0, s_2 = -1, s_3 = -4$

$$|s_1| = 0 < |s_2| = 1 < |z| = 3 < |s_3| = 4$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

3. Multiplicitás, index meghatározása

$$W(s) = \frac{s+3}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}$$

$$|s_1| = 0 < |s_2| = 1 < |z| = 3 < |s_3| = 4$$

Multiplicitás: „hányszoros gyök"
(pl. $s = 0$ egyszeres gyök, $s^2 = 0$ kétszeres gyök)

$$M_{s_1} = 1, M_{s_2} = 1, M_z = 1, M_{s_3} = 1$$

Index: zérus esetén -1, pólus esetén +1

$$I_{s_1} = +1, I_{s_2} = +1, I_z = -1, I_{s_3} = +1$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

4. Amplitúdómenet meredekségének számítása

$$W(s) = \frac{s+3}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}$$

Meredekség: egy pólus amplitúdó-tolásának értéke megszorozva a multiplicitással és az indexszel

$$-20\frac{dB}{dekád} \cdot M \cdot I$$

$$s_1 \to -20\frac{dB}{dekád} \cdot 1 \cdot 1 = -20\frac{dB}{dekád}$$

$$s_2 \to -20\frac{dB}{dekád} \cdot 1 \cdot 1 = -20\frac{dB}{dekád}$$

$$z \to -20\frac{dB}{dekád} \cdot 1 \cdot -1 = +20\frac{dB}{dekád}$$

$$s_3 \to -20\frac{dB}{dekád} \cdot 1 \cdot 1 = -20\frac{dB}{dekád}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

5. Táblázat készítése (abszolút érték, index, multiplicitás, meredekség)

$$W(s) = \frac{s+3}{s\cdot(s+1)\cdot(s+4)}$$

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_1\rvert = 0$	$\lvert s_2\rvert = 1$	$\lvert z\rvert = 3$	$\lvert s_3\rvert = 4$
index	$+1$	$+1$	-1	$+1$
multiplicitás	1	1	1	1
meredekség	$-20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$	$+20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

6. Az amplitúdómenet meghatározása

$$W(s) = \frac{s+3}{s\cdot(s+1)\cdot(s+4)}$$

6.1. Kezdőpont (szabad integrátor)

- jelen esetben van 1 szabad integrátor

- az amplitúdómenet egy *meredek* szakasszal indul, amely

$$1\cdot\left(-20\frac{dB}{dekád}\right) = -20\frac{dB}{dekád}$$ meredekségű

- az amplitúdómenet kezdeti értéke:

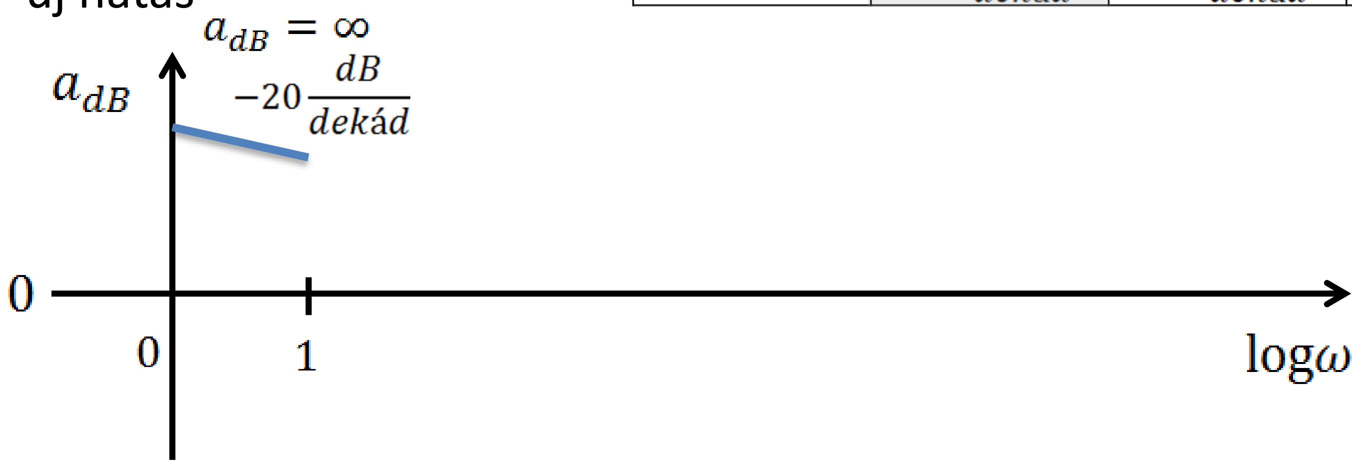
$$W(s=0) = \left.\frac{s+3}{s\cdot(s+1)\cdot(s+4)}\right|_{s=0} = \frac{3}{0} \rightarrow \infty \qquad a_{dB} = \infty$$

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\|s_1\| = 0$	$\|s_2\| = 1$	$\|z\| = 3$	$\|s_3\| = 4$
index	$+1$	$+1$	-1	$+1$
multiplicitás	1	1	1	1
meredekség	$-20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$	$+20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$

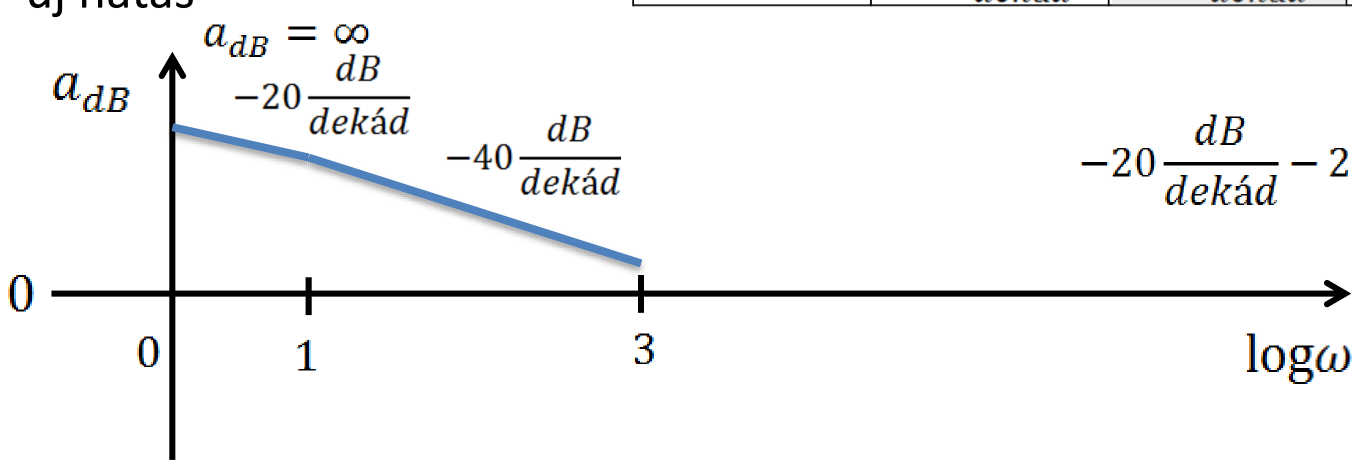


6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_1 \rvert = 0$	$\lvert s_2 \rvert = 1$	$\lvert z \rvert = 3$	$\lvert s_3 \rvert = 4$
index	$+1$	$+1$	-1	$+1$
multiplicitás	1	1	1	1
meredekség	$-20\dfrac{dB}{dekád}$	$-20\dfrac{dB}{dekád}$	$+20\dfrac{dB}{dekád}$	$-20\dfrac{dB}{dekád}$



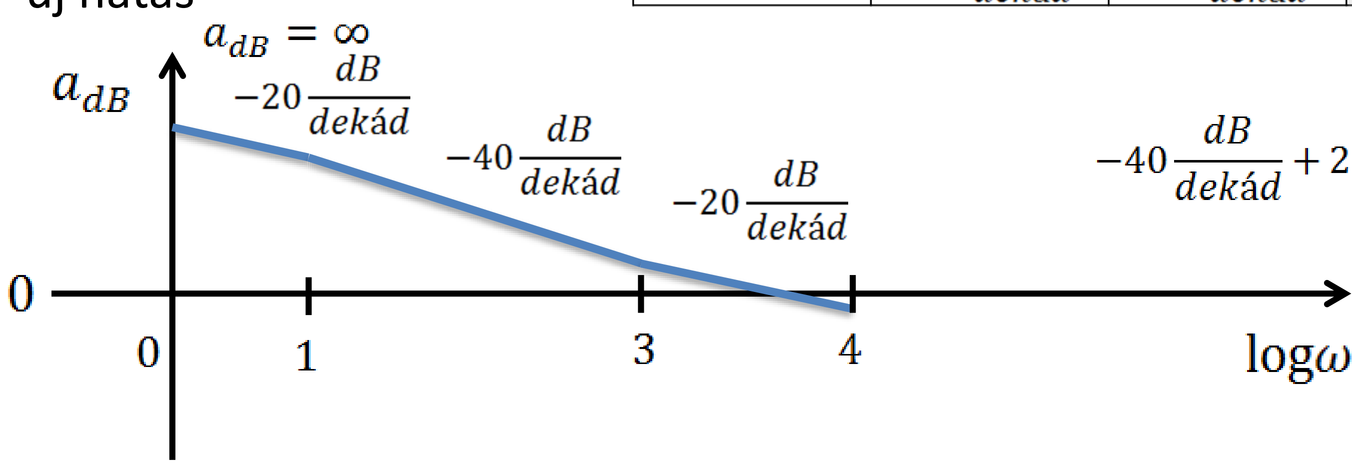
$$-20\frac{dB}{dekád} - 20\frac{dB}{dekád} = -40\frac{dB}{dekád}$$

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_1\rvert = 0$	$\lvert s_2\rvert = 1$	$\lvert z\rvert = 3$	$\lvert s_3\rvert = 4$
index	+1	+1	-1	+1
multiplicitás	1	1	1	1
meredekség	$-20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$	$+20\frac{dB}{dekád}$	$-20\frac{dB}{dekád}$



$$-40\frac{dB}{dekád} + 20\frac{dB}{dekád} = -20\frac{dB}{dekád}$$

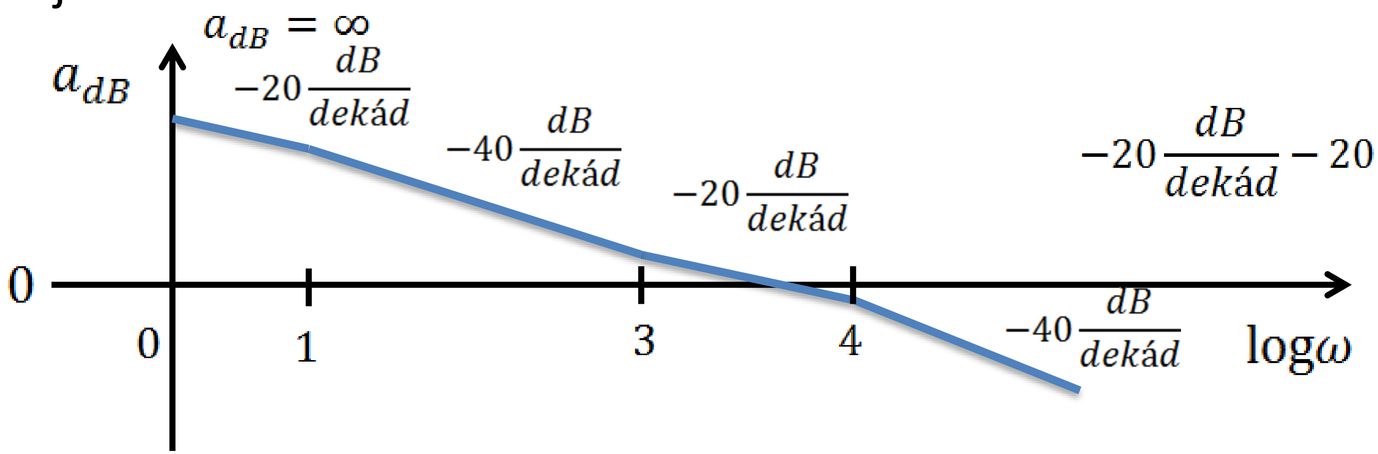
Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

6. Az amplitúdómenet meghatározása

6.2. Nevezetes pontok (pólus, zérus hatása)

- a pólusok, zérusok (és a szabad integrátor) hatásukat külön fejtik ki, azonban az előzőek hatásához adódik hozzá az új hatás

pólus, zérus abszolút értéke	$\lvert s_1\rvert = 0$	$\lvert s_2\rvert = 1$	$\lvert z\rvert = 3$	$\lvert s_3\rvert = 4$
index	$+1$	$+1$	-1	$+1$
multiplicitás	1	1	1	1
meredekség	$-20\dfrac{dB}{dekád}$	$-20\dfrac{dB}{dekád}$	$+20\dfrac{dB}{dekád}$	$-20\dfrac{dB}{dekád}$

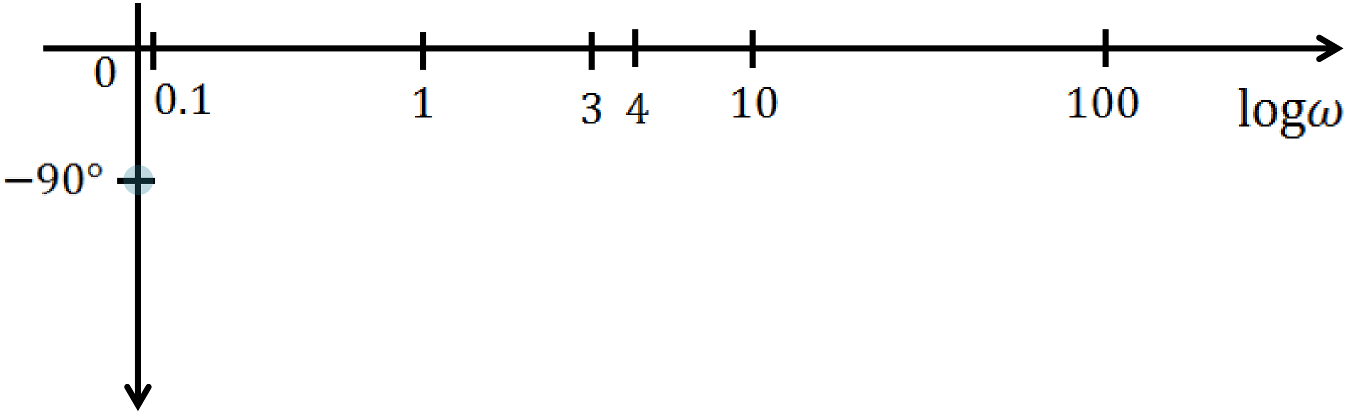


$$-20\frac{dB}{dekád} - 20\frac{dB}{dekád} = -40\frac{dB}{dekád}$$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

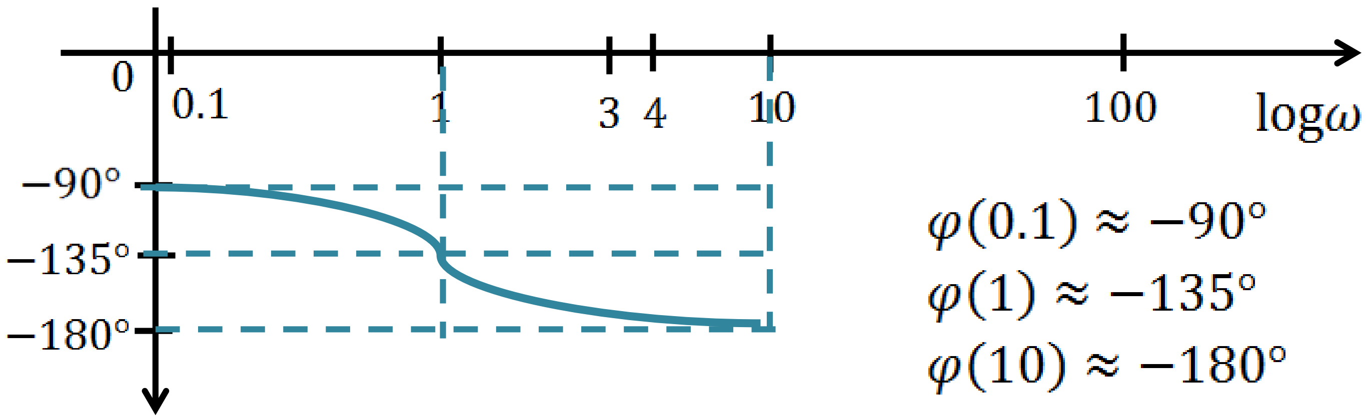
7. A fázismenet meghatározása

- a példánkban van szabad integrátor → $\varphi = -90°$-ról indul ($|s_1| = 0$)



7. A fázismenet meghatározása

- a példánkban van szabad integrátor → $\varphi = -90°$-ról indul ($|s_1| = 0$)
- $|s_2| = 1$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$

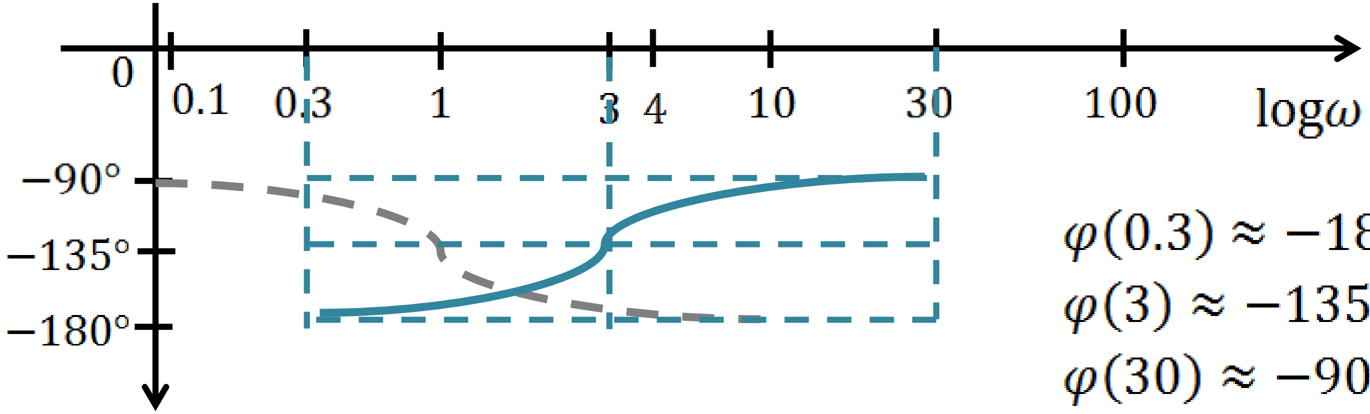


$\varphi(0.1) \approx -90°$
$\varphi(1) \approx -135°$
$\varphi(10) \approx -180°$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

7. A fázismenet meghatározása

- a példánkban van szabad integrátor → $\varphi = -90°$-ról indul ($|s_1| = 0$)
- $|s_2| = 1$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$
- $|z| = 3$ → $+90°$-os tolás → $-180° + 90° = -90°$

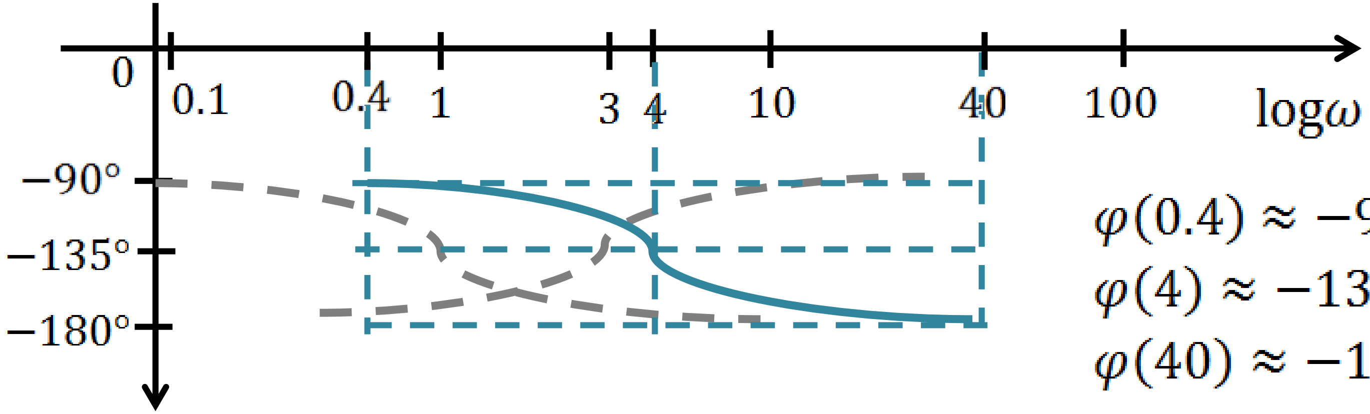


$\varphi(0.3) \approx -180°$
$\varphi(3) \approx -135°$
$\varphi(30) \approx -90°$

Bode diagram rajzolása – lépésről lépésre

7. A fázismenet meghatározása

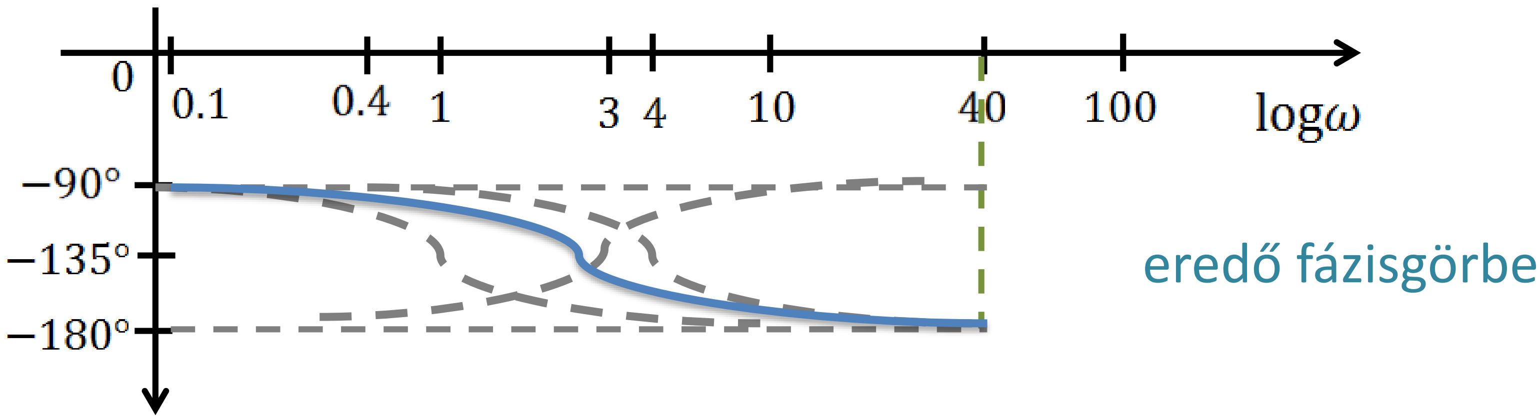
- a példánkban van szabad integrátor → $\varphi = -90°$-ról indul ($|s_1| = 0$)
- $|s_2| = 1$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$
- $|z| = 3$ → $+90°$-os tolás → $-180° + 90° = -90°$
- $|s_3| = 4$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$



$\varphi(0.4) \approx -90°$
$\varphi(4) \approx -135°$
$\varphi(40) \approx -180°$

7. A fázismenet meghatározása

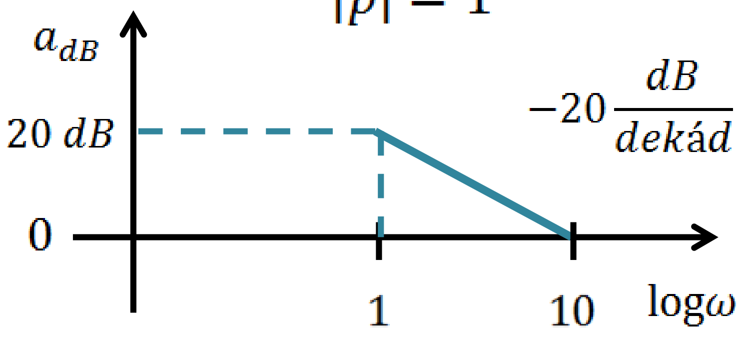
- a példánkban van szabad integrátor → $\varphi = -90°$-ról indul ($|s_1| = 0$)
- $|s_2| = 1$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$
- $|z| = 3$ → $+90°$-os tolás → $-180° + 90° = -90°$
- $|s_3| = 4$ → $-90°$-os tolás → $-90° - 90° = -180°$



Bode diagram összefoglalás

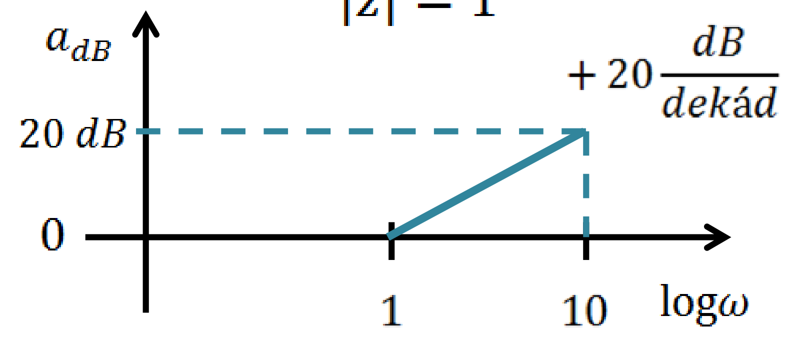
pólus hatása az amplitúdó-menetre

$|p| = 1$



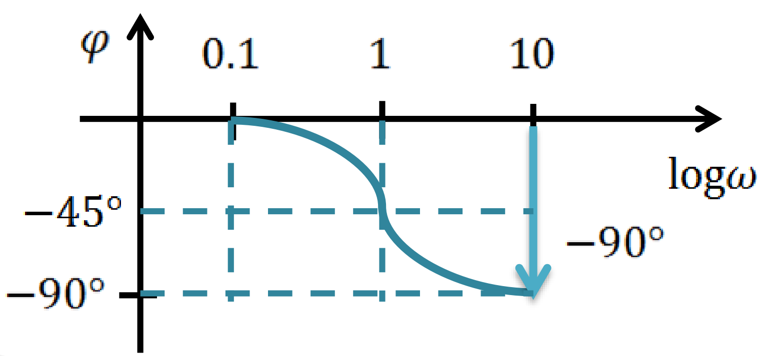
zérus hatása az amplitúdó-menetre

$|z| = 1$



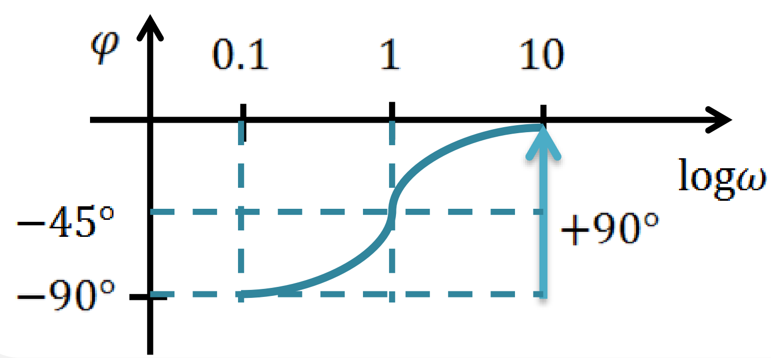
pólus hatása az fázis-menetre

$|p| = 1$



zérus hatása az fázis-menetre

$|z| = 1$



Szabad integrátor:

ugyanaz a hatása, mint a pólusnak; rögtön a diagram elején játszik szerepet

Bode diagram fázis- és amplitúdótartaléka

Fázistartalék, φ_t (Phase Margin, Pm)

✓nyitott körre értelmezzük

✓megmutatja, hogy mekkora fázistolás hatására lenne a zárt kör instabil

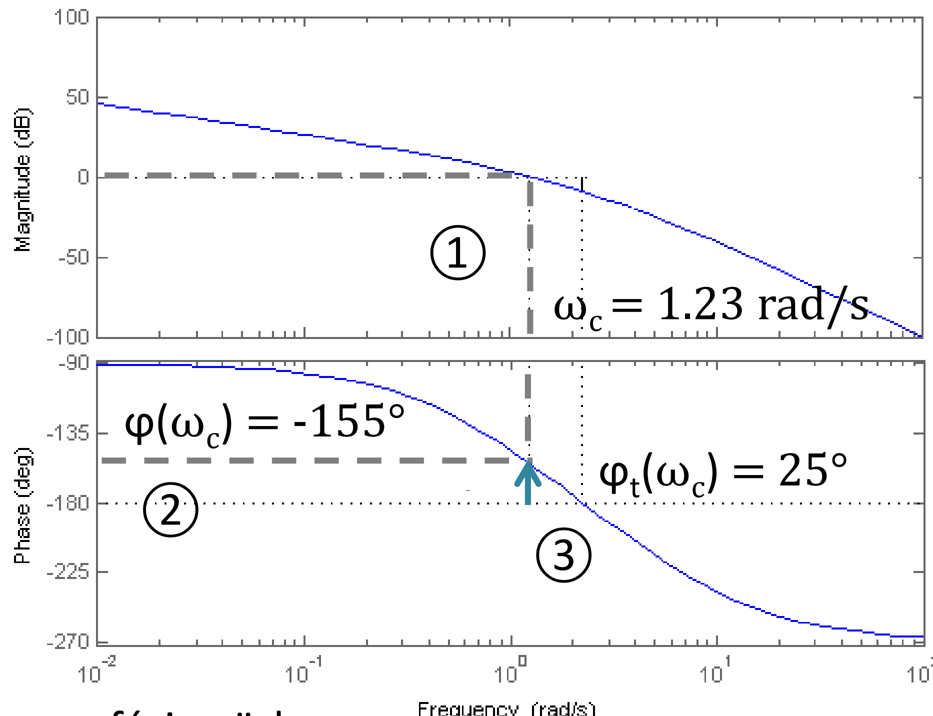
✓ grafikusan:

1. az amplitúdó-görbén megkeressük, hogy a görbe hol metszi a 0 dB-t → ez a ω_c vágási körfrekvencia
2. megnézzük, hogy mennyi a fázis-görbén a görbe értéke ezen a ω_c frekvencián → $\varphi(\omega_c)$
3. a fázis-görbén megkeressük a -180°-ot és ehhez viszonyítjuk a $\varphi(\omega_c)$ értékét

$$\varphi_t = \pi + \varphi(\omega_c)\ [\mathrm{rad}]$$

$$\varphi_t = 180° + \varphi(\omega_c)\ [°]$$

amplitúdó-görbe



fázis-görbe

$$\varphi_t = 180° - 155° = 25°$$

Bode diagram fázis- és amplitúdótartaléka

Amplitúdótartalék/erősítéstartalék (Gain Margin, Gm)

✓nyitott körre értelmezzük

✓megmutatja, hogy ha a hurokerősítést Gm-szeresére növelnénk, akkor a stabilitás határhelyzetére jutnánk

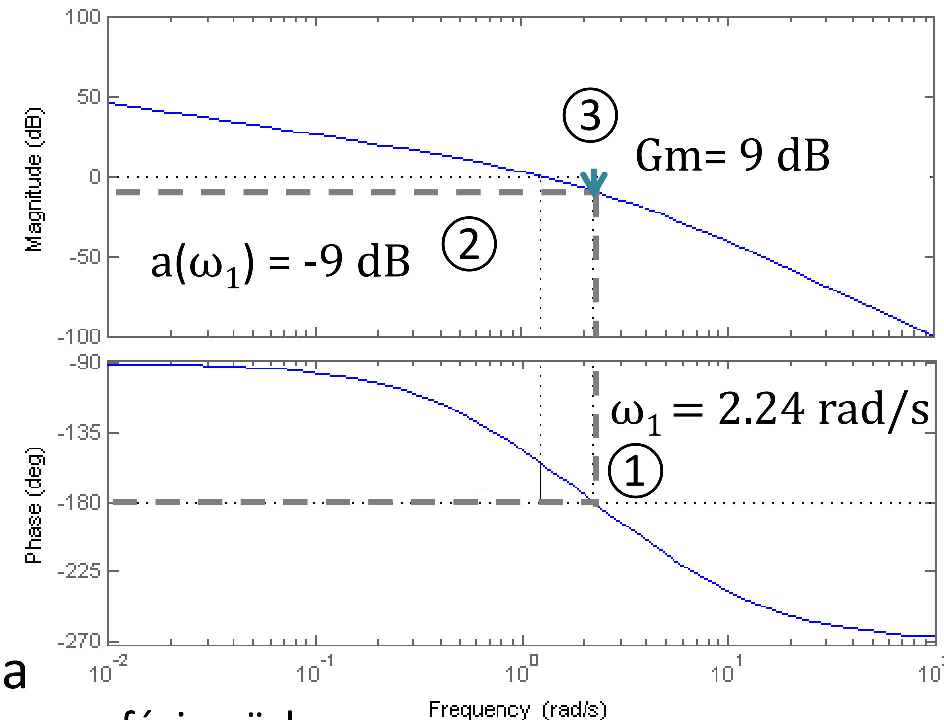
✓ grafikusan:

1. az fázis-görbén megkeressük, hogy a görbe hol metszi a -180°-ot → ez a ω_1 frekvencia
2. megnézzük, hogy mennyi az amplitúdó-görbén a görbe értéke ezen a ω_1 frekvencián → $a(\omega_1)$
3. az amplitúdó-görbén megkeressük a 0 dB-t és ehhez viszonyítjuk $a(\omega_1)$-t

$$Gm_{\mathrm{dB}} = 0 - a(\omega_1)\ [\mathrm{dB}]$$

$$Gm_{\mathrm{lin}} = 10^{\frac{a(\omega_1)}{20}}$$

amplitúdó-görbe



fázis-görbe

$$Gm_{\mathrm{dB}} = 0 - (-9) = 9\ \mathrm{dB}$$

$$Gm_{\mathrm{lin}} = 10^{\frac{9}{20}} = 2.82$$

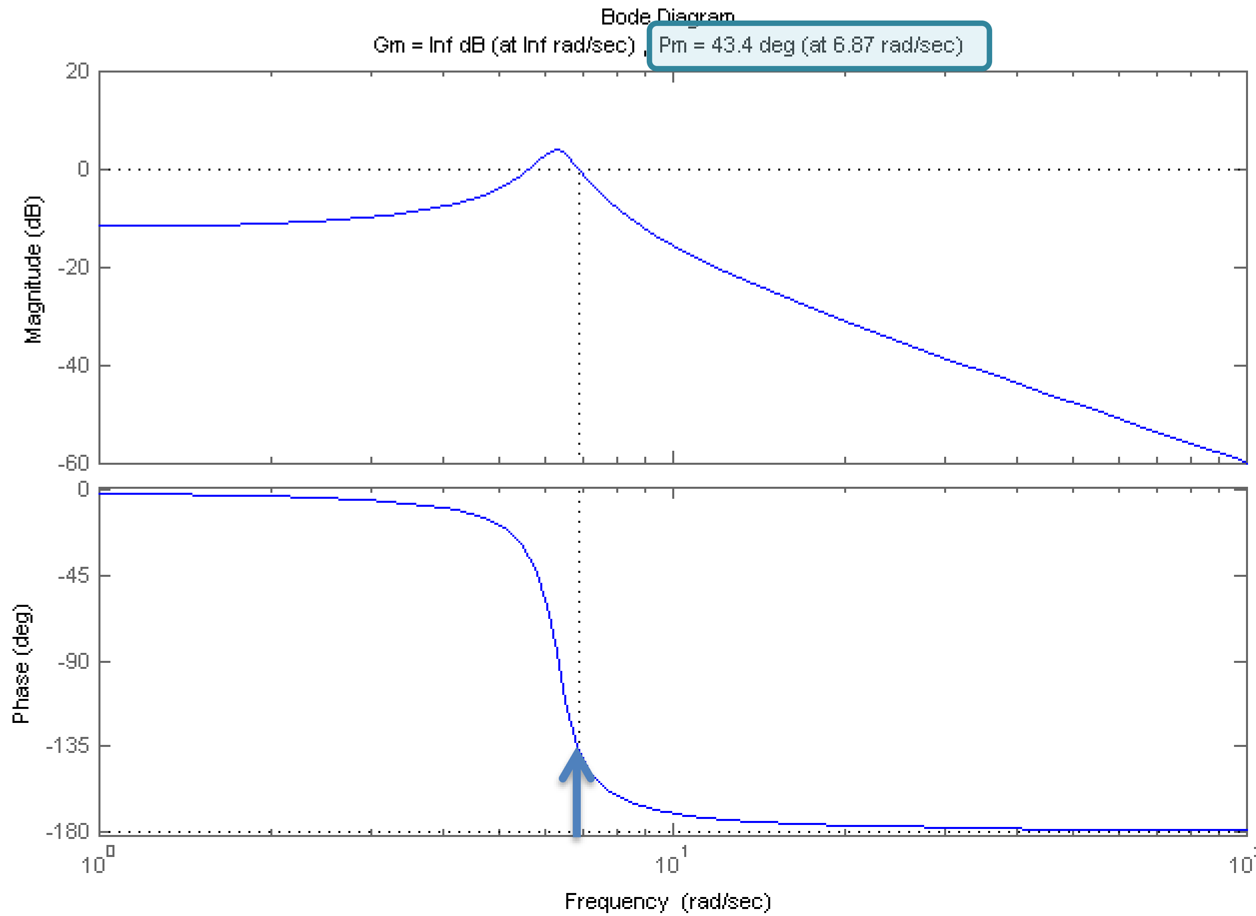
Bode-féle stabilitási kritérium

- Nyitott körre ábrázolunk, $W_0(j\omega)$
- $W_0(j\omega)$ Bode diagramjának φ_t fázistöbblete alapján
  - A zárt rendszer stabilis, ha $\varphi_t > 0$;
  - A zárt rendszer stabilitás határán van, ha $\varphi_t = 0$;
  - A zárt rendszer labilis, ha $\varphi_t < 0$.

- *Megjegyzés*: $\varphi_t \in [45, 60]°$ biztos működés (gyakorlati tapasztalat).

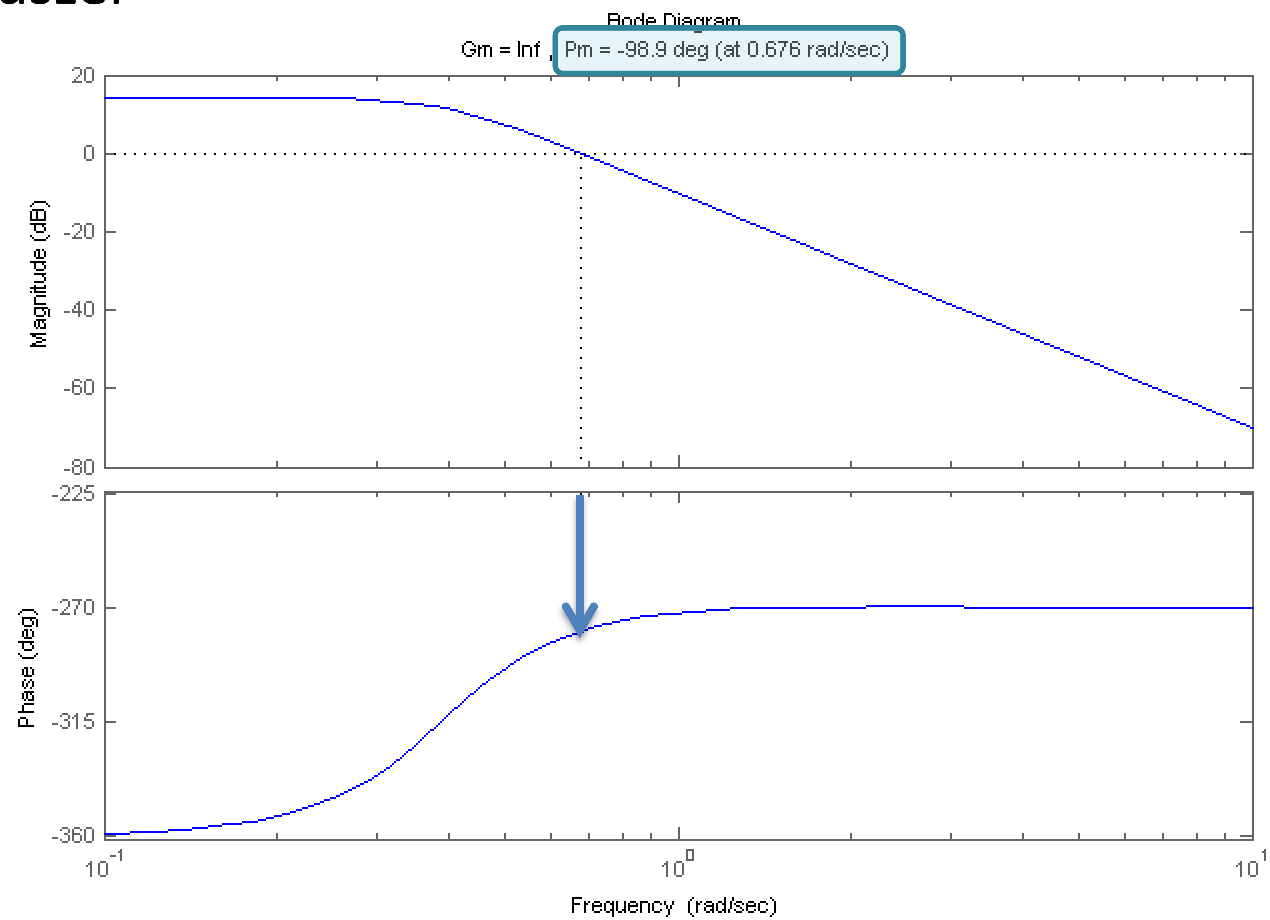
Bode-féle stabilitási kritérium

stabil rendszer



Bode-féle stabilitási kritérium

instabil rendszer



Lineáris alaptagok amplitúdó- és fázismenete

Arányos (P) tag

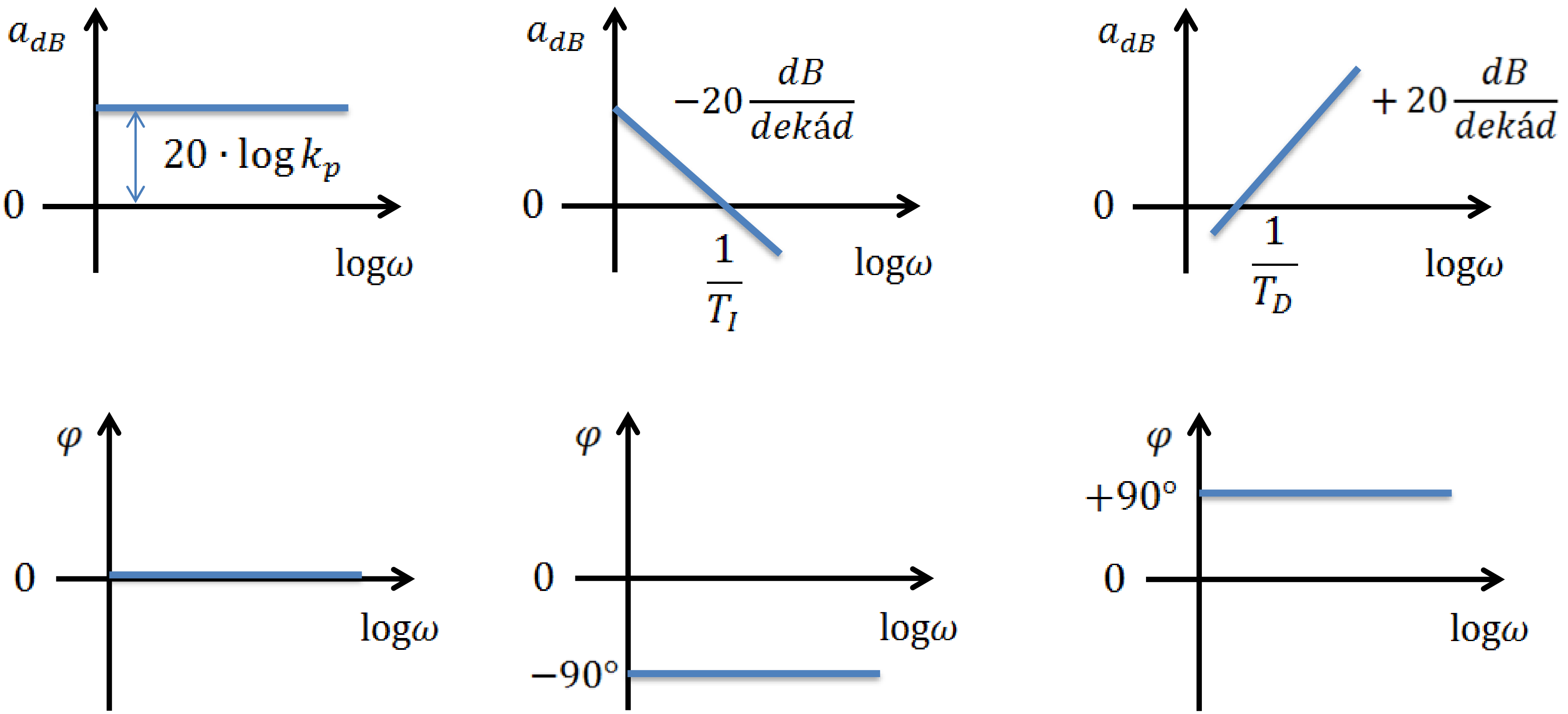
$$W(s) = k_p$$

Integráló (I) tag

$$W(s) = \frac{1}{sT_I}$$

Deriváló (D) tag

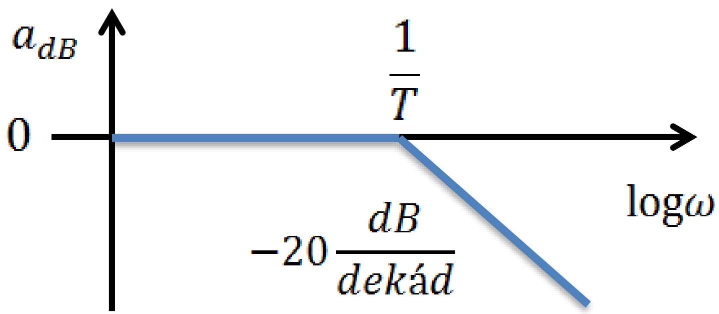
$$W(s) = sT_D$$

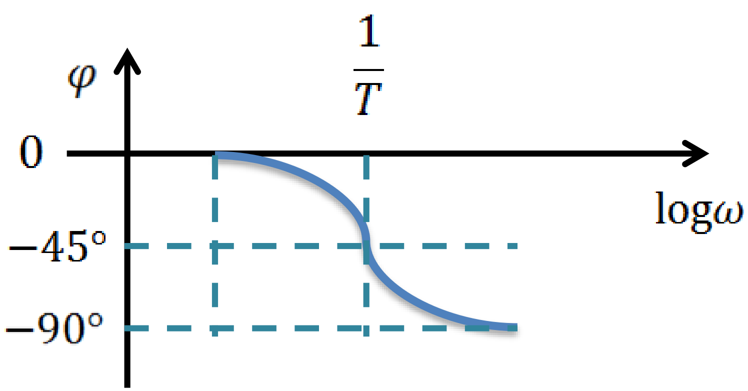


Lineáris alaptagok amplitúdó- és fázismenete

Egytárolós tag

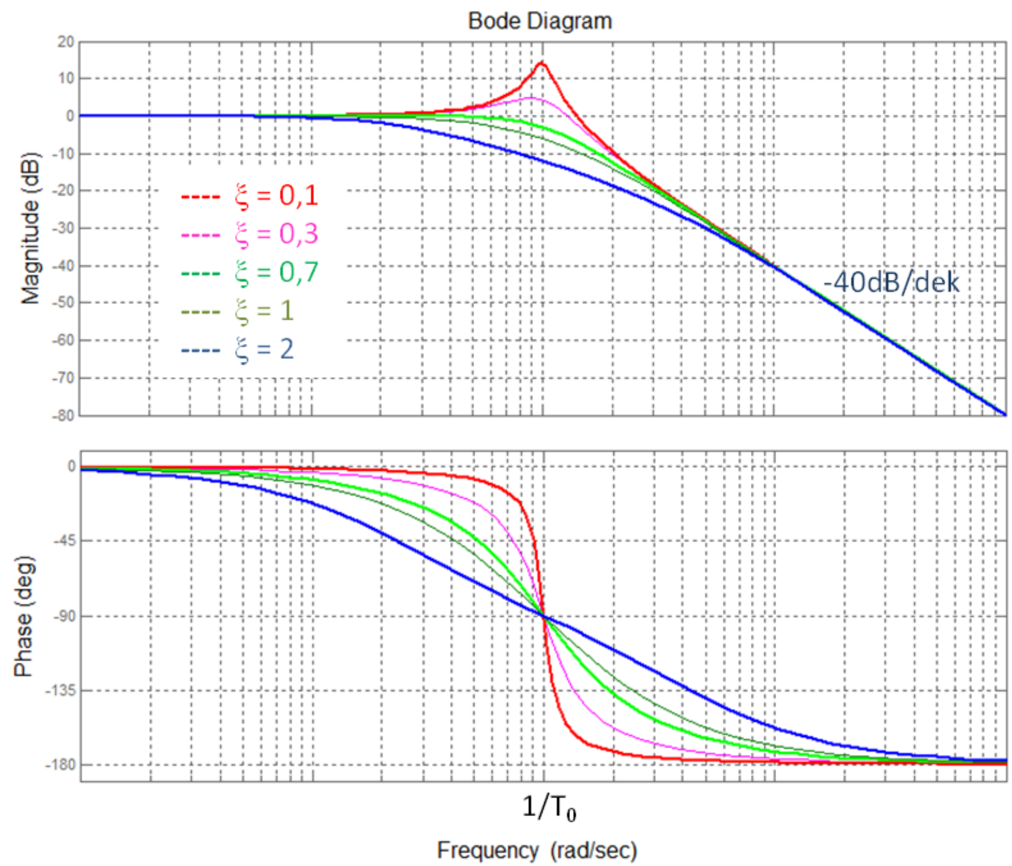
$$W(s) = \frac{1}{(1 + sT)}$$





Kéttárolós arányos/lengő tag

$$W(s) = \frac{1}{1 + 2\xi T_0 s + s^2 T_0^2}$$



2. Nyquist diagram

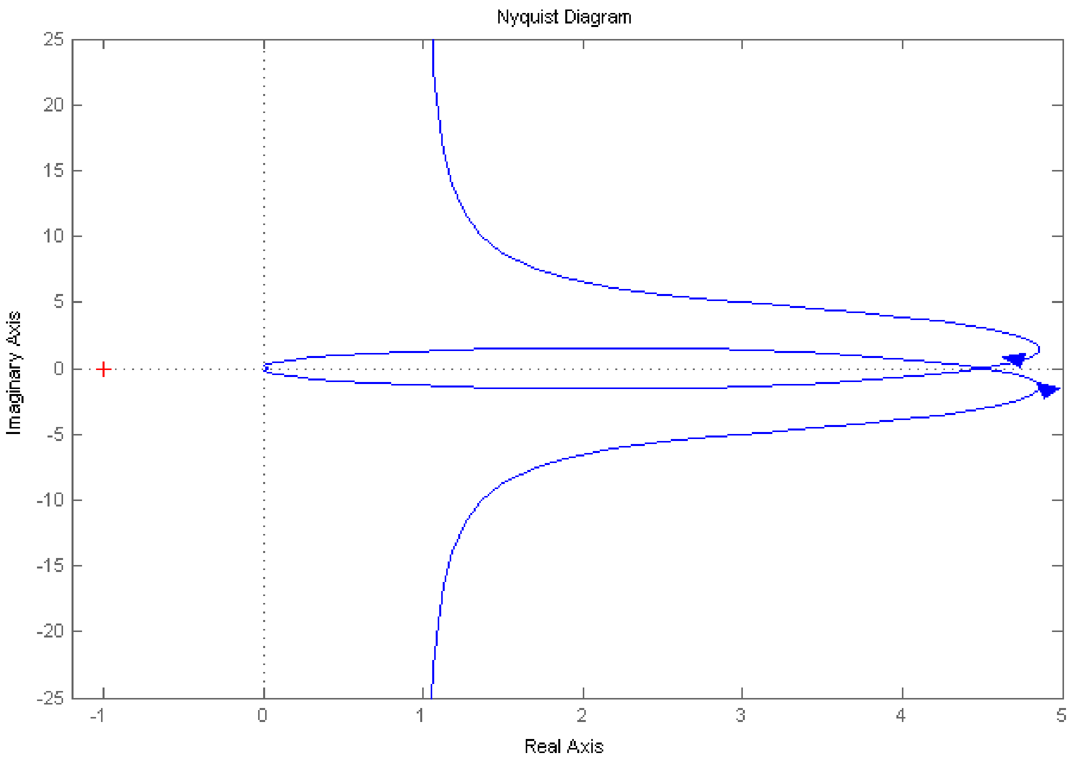
2.1. Nyquist diagram jellemzői

2.2. Nyquist diagram fázis- és amplitúdótartaléka

2.3. Nyquist-féle stabilitás kritérium

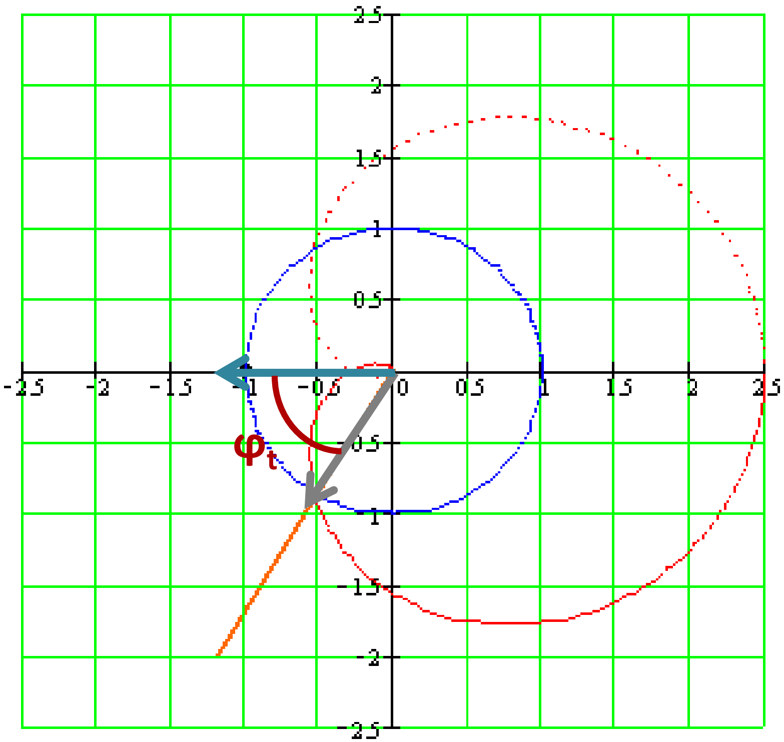
Nyquist diagram jellemzői

- LTI rendszerek frekvencia válaszát jeleníti meg polárdiagramon
- mind a fázis ($\varphi(\omega)$), mind az erősítés/ amplitúdó ($|Y(j\,\omega)|$) megjelenik egyetlen ábrán a frekvencia függvényében



Nyquist diagram fázis- és amplitúdótartaléka

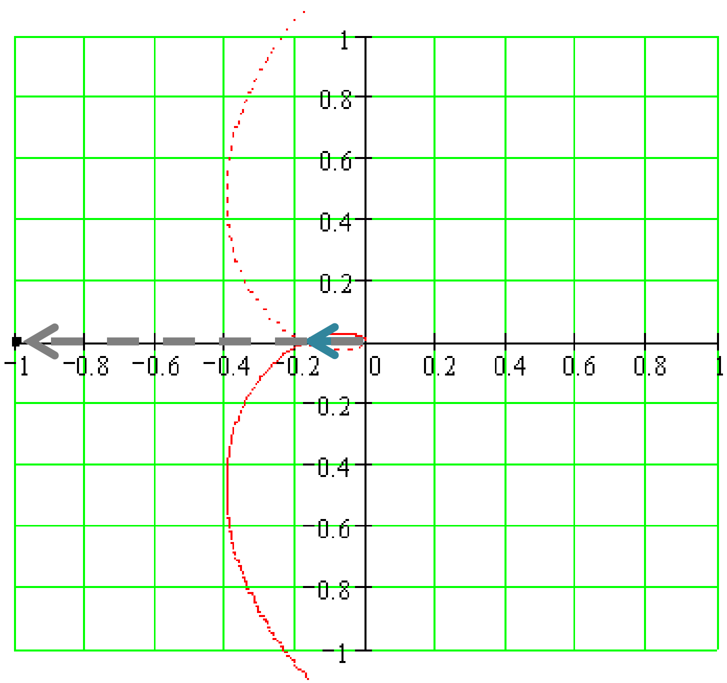
Fázistartalék, φ_t (Phase Margin, Pm)



- a fázistartalék az a szög, amennyit a frekvencia válasz (vektor) elmozdulhat, hogy a -1 pontba mutasson
- mérjük meg a frekvenciaválasz vektora (szürke) és a -180°-os vektor (kék) közötti szögkülönbséget
- $\varphi_t = 60°$
- ha a fázistartalék nagy, a rendszer „erősen” stabil
- ha a fázistartalék 0, a Nyquist diagram átmegy a -1 ponton és a rendszer a stabilitás határán van

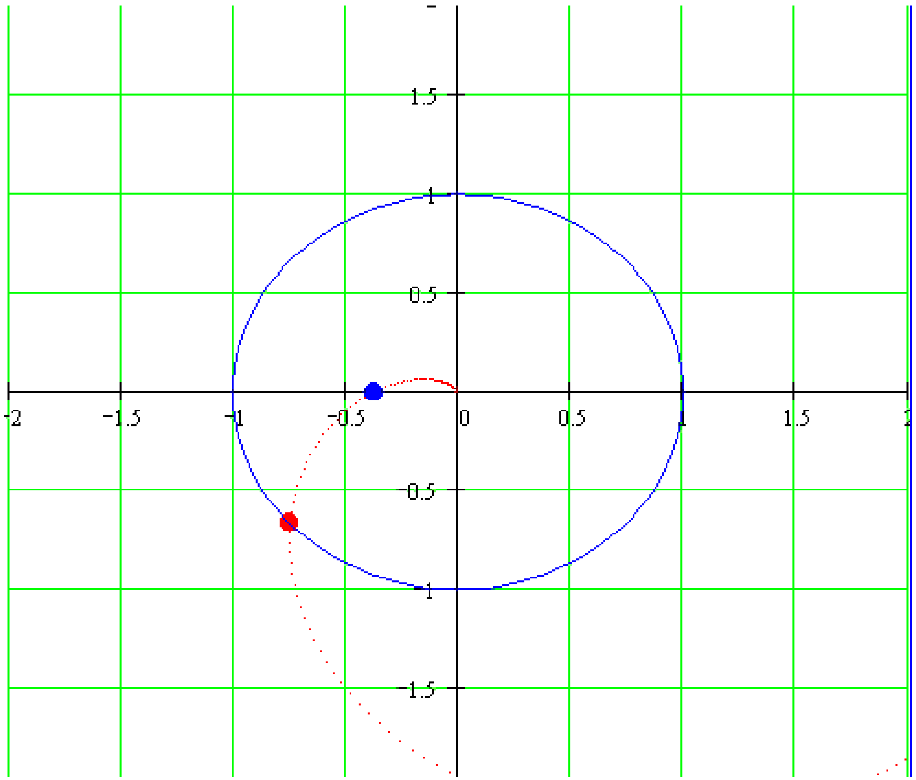
Nyquist diagram fázis- és amplitúdótartaléka

Amplitúdótartalék/erősítéstartalék (Gain Margin, Gm)



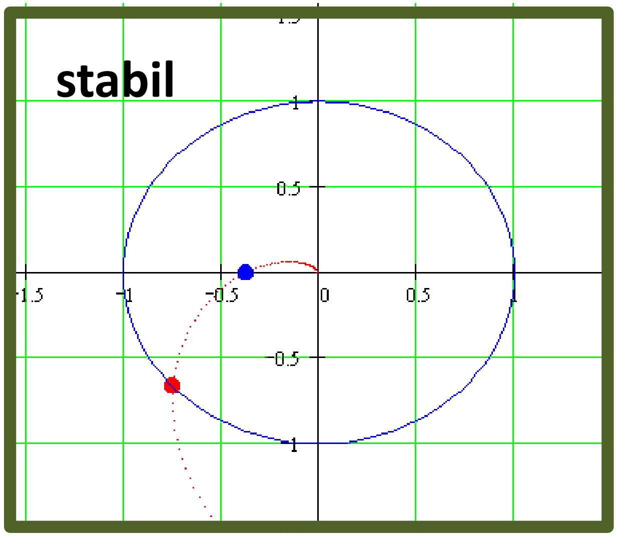
- az amplitúdótartalék az az érték, amennyivel a frekvenciaválaszt szorozni kell, hogy a -1 pontba mutasson a vektor
- a Nyquist diagram a -180°-os vektornál -0.18 értékű
- ez azt jelenti, hogy hurokerősítést 1/0.18-szorosára emelhetjük, hogy a stabilitás határát elérjük
- $Gm = 1/0.18 = 5.55$
- $Gm = 20 \log_{10}(5.55) = 14.8$ dB

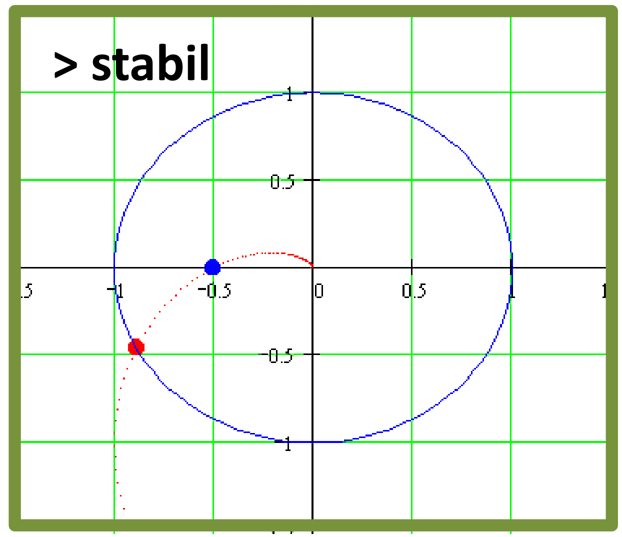
Nyquist diagram – demo

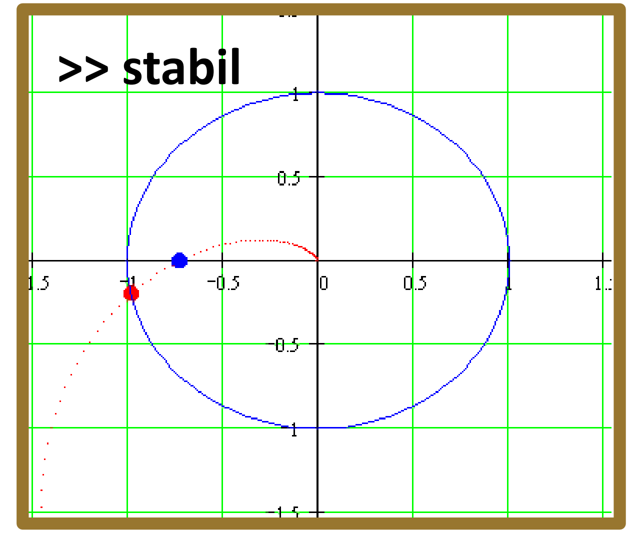


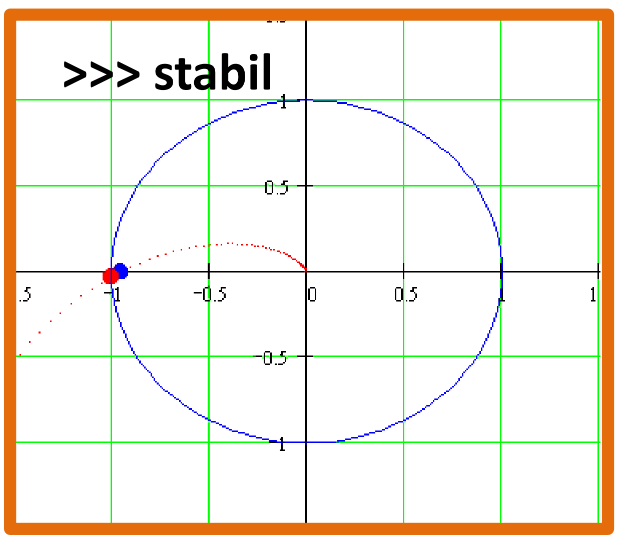
- „fázis vágási körfrekvencia” → ahol az amplitúdó-görbe a 0 dB-t metszi (ω_c)
- „amplitúdó vágási körfrekvencia” → ahol a fázis-görbe a -180°-ot metszi (ω_1)

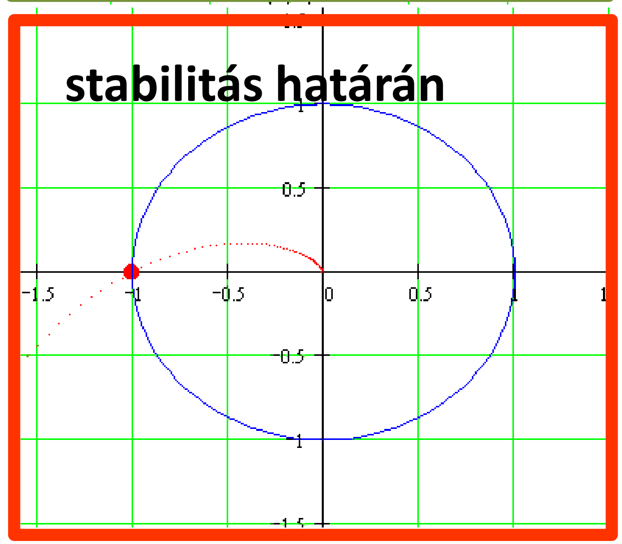
Nyquist diagram – demo

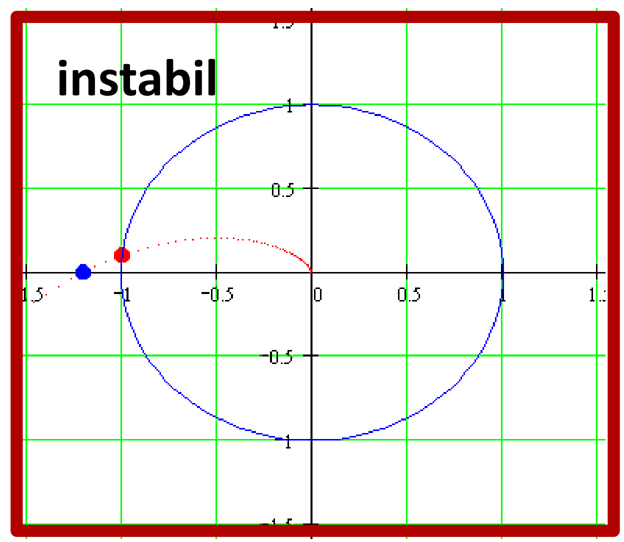










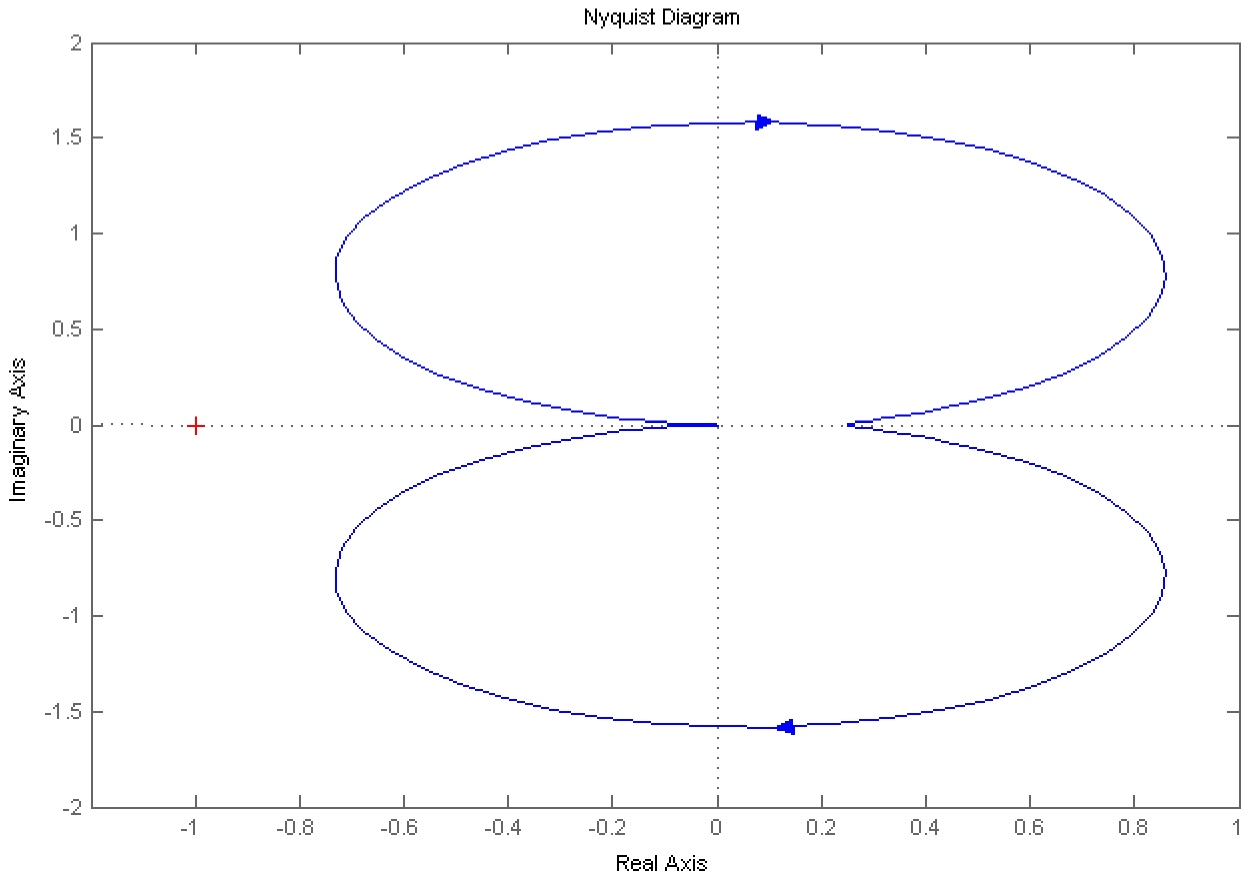


Nyquist-féle stabilitás kritérium

- Nyitott kört ábrázolunk, $W_0(j\omega)$
- Egzakt Nyquist kritérium:
  A zárt rendszer stabilis, ha $W_0(j\omega)$ Nyquist diagramja az óramutató járásával ellentétesen annyiszor fogja körül a -1+j0 pontot, amennyi labilis (jobboldali) pólusa van $W_0(j\omega)$-nak.
- Egyszerűsített Nyquist kritérium :
  A zárt rendszer stabilis, ha $W_0(j\omega)$ Nyquist diagramja nem fogja körül a -1+j0 pontot.

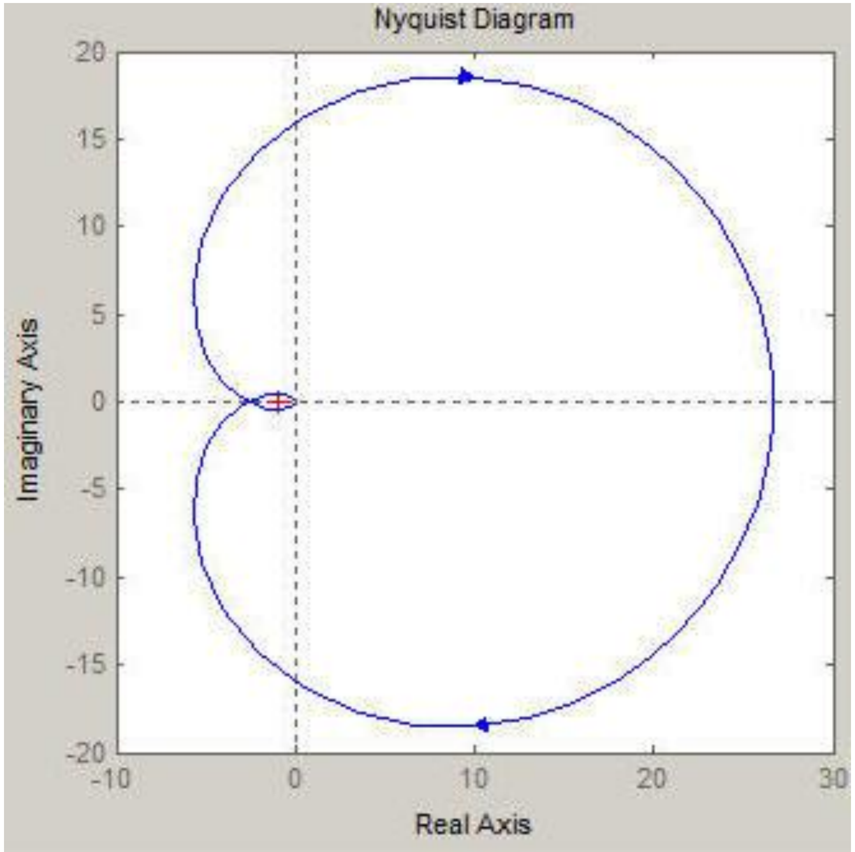
Nyquist-féle stabilitás kritérium

stabil rendszer



Nyquist-féle stabilitás kritérium

instabil rendszer



Videó

[Stabilitás vizsgálata Matlabban]

Köszönöm a figyelmet!

Dr. habil. Kovács Levente
egyetemi docens

kovacs.levente@nik.uni-obuda.hu

Dr. Haidegger Tamás
egyetemi adjunktus

haidegger@irob.uni-obuda.hu

EKIK
Egyetemi Kutató és Innovációs Központ

K-MOOC

ÓBUDAI EGYETEM
Bejczy Antal iRobottechnikai Központ

Physiological Controls Group

Élettani Szabályozások Csoport
Óbudai Egyetem