

ROBOTIRÁNYÍTÁS

3. előadás

Írányítástechnikai alapfogalmak, rendszeregyenletek

Dr. habil. Kovács Levente
egyetemi docens

kovacs.levente@nik.uni-obuda.hu

Dr. Haidegger Tamás
egyetemi adjunktus

haidegger@irob.uni-obuda.hu



Élettani
Szabályozások
Csoport
Óbudai Egyetem

Az előadás témája és célja

Az előadás célja, hogy megismertesse a hallgatókkal az irányítástechnika alapfogalmait, a tudományág helyzetét a mérnöki tudományokban és kapcsolatát az alaptudományokkal, matematikával és fizikával. Ismertetésre kerül az irányítás definíciója és célja, az irányítási rendszerek alapelemei és szerepük az irányítási folyamatokban. Különbséget teszünk vezérlés és szabályozás között, ismertetjük a kanonikus szabályozókört és alkotóelemeit, a jelterjedés fogalmát és az irányítási folyamatok grafikus, folyamatábrával való ábrázolásának módját.

Az irányítástechnikai alapfogalmak ismertetése után bemutatjuk a matematikai modellezés szerepét, illetve azt, hogyan írható fel az irányítási rendszer egy elemének bemenő és kimenő jele közötti matematikai összefüggés. Szó lesz a dinamikus rendszerekről, definíciójukról, viselkedésükről és típusaikról. Bevezetjük a diszkrét és a folytonos rendszerek fogalmát, matematikai leírásukat, majd szemléletes példákon keresztül mutatjuk be, hogyan alakítható át egy fizikai rendszer leírása egy, az irányítástechnikában használható matematikai alakra.

Kulcsszavak

Tartalomjegyzék

| | |
|--|----|
| 1. Irányítás | 4 |
| 1.1. Az irányítási rendszerek alapelemei | 5 |
| 1.2. Irányítások osztályozása | 7 |
| 2. Matematikai modellezés | 9 |
| 2.1. Matematikai modellek..... | 9 |
| 2.2. Dinamikus rendszerek | 9 |
| 2.3. Példák dinamikus rendszerekre..... | 10 |
| 2.3.1. RL-rezgőkör dinamikus modellje..... | 10 |
| 2.3.2. Tömeg–rugó–csillapítás modell | 12 |

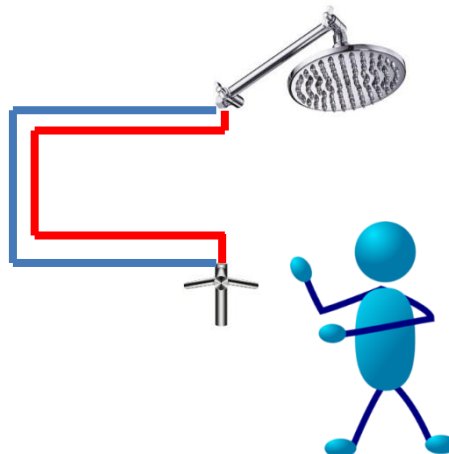
1. Irányítás

Definíció:

Az irányítás olyan művelet, mely valamely folyamatot elindít, fenntart, megváltoztat vagy megállít.

Mérnöki értelemben véve tehát az irányítás olyan tevékenységeknek az összefoglaló fogalma, melyek egy folyamat lefutásába avatkoznak be, legyen az műszaki jellegű (pl. robotpilóta), biológiai jellegű (pl. vércukorszint-szabályozás) stb. Ez a beavatkozás lehet a folyamat elindítása, azaz annak valamilyen nyugalmi állapotból való kimozdítása (pl. gépek bekapcsolása), a folyamat fenntartása (pl. a kívánt hőmérséklet fenntartása), a folyamat megváltoztatása (pl. újratervezés GPS navigáció esetén) vagy a folyamat megállítása (pl. gépek kikapcsolása).

Az irányítás célja tehát, hogy valós rendszerek viselkedését általunk kívánt tulajdonságúvá, megadott szempontoknak, céloknak megfelelővé tegye. Tipikus irányítási példa a zuhanyvíz hőmérsékletének szabályozása, ahogyan azt az 1. ábrán is láthatjuk.



1. ábra: Példa irányítási rendszerre

A példában az irányítás célja a víz kívánt hőmérsékletének elérése (*kívánt tulajdonság*) a csapok megnyitásával (*elindítás*), beállításával (*fenntartás*), a hőmérséklet esetleges megváltoztatása (*megváltoztatás*) és végül a csapok elzárása (*megállítás*).

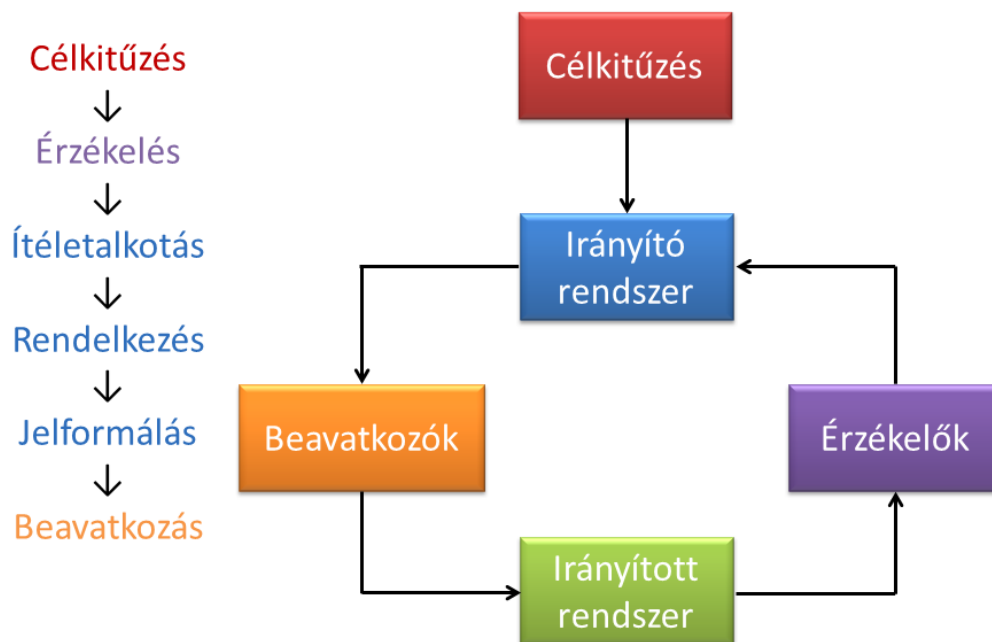
Az irányítás valamilyen formáját magukba foglaló rendszereket *irányítási rendszereknek* nevezzük. Az irányítási rendszerek alapelemei a következők:

- Célkitűzés
- Irányító rendszer
- Beavatkozók
- Érzékelők
- Irányított rendszer

Az irányítási rendszerek alapelemei a következő feladatokat látják el:

1. Célkitűzés
2. Érzékelés
3. Ítéletalkotás
4. Rendelkezés
5. Jelformálás
6. Beavatkozás

Az irányítási rendszerek és az irányítási feladatok sematikus ábrája a 2. ábrán látható.



2. ábra: Az irányítási folyamat és az irányítási feladatok

1.1. Az irányítási rendszerek alapelemei

Célkitűzés

A célkitűzés az irányítás folyamatának minőségét határozza meg. Segítségével a rendszer viselkedésével szemben támasztott elvárásokat, a használt matematikai eszközöket és az irányítás módját írjuk elő. Alapelemei:

- Referenciajel: segítségével a rendszer pillanatnyi kívánt állapotát adjuk meg.
 - o Értéktartás: cél az irányított jellemző állandó értéken tartása.
pl. tempomat, klíma
 - o Értékkövezés: cél, hogy az irányított jellemző kövesse az időben változó referenciajelet.
pl. robotpilóta, szerszámgépek

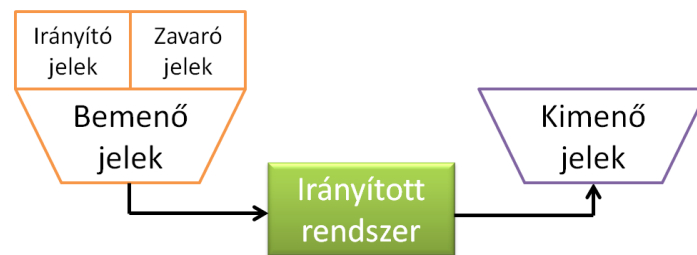
- A kívánt állapot elérésének tulajdonságainak megadása, pl. hiba, túllendülés, gyorsaság.
- A zavaró jelek kiküszöbölésének és kezelésének módja.
- Az érzékenység megadása a rendszer paramétereinek változása esetén (robosztusság).

Irányított rendszer

Az irányított rendszer lehet egy folyamat, berendezés vagy egy irányított szakasz.

Az irányítás célja az irányított rendszer befolyásolása a kívánt irányítási célok elérésének érdekében. A befolyásolt jellemzőket *irányított jellemzőknek* nevezzük. Az irányított rendszer viselkedését *matematikai modellekkel* írjuk le.

Mint ahogyan azt a 3. ábra is mutatja, az irányított rendszer kimenete a bemenő jelektől és a rendszer viselkedésétől függ. A *bemenő jelek* alatt a folyamatot érő külső hatásokat értjük, melyek lehetnek *irányító jelek* (ismert, az irányításért felelős jelek) és *zavaró jelek* (általában nem ismert, zavaró hatások). A *kimenő jelek* a folyamat érzékelőkkel (szenzorokkal) megfigyelhető jelei, melyek az irányítási rendszer pillanatnyi állapotáról adnak információt. A rendszer viselkedését leíró matematikai modell belső változóit *állapotváltozóknak* nevezzük. Az állapotváltozók nem mindig mérhetőek és/vagy befolyásolhatóak közvetlenül, de a megfelelő fizikai törvények alkalmazásával általában felírható a matematikai összefüggés az állapotváltozók és a rendszer kimenete között.



3. ábra: Az irányított rendszer

Érzékelők

Az érzékelők (szenzorok) az irányított rendszer kimenő jeleinek érzékeléséért felelős eszközök. Feladatuk az érzékelni kívánt fizikai jellemzőkkel (sebesség, hőmérséklet, nyomás stb.) arányos, az irányító rendszer által feldolgozható, általában elektromos jelek előállítása.

Beavatkozók

A beavatkozók (aktuátorok) feladata az irányított rendszer közvetlen befolyásolása. Az irányító rendszer által meghatározott, általában elektromos jelek alapján mechanikus, termikus, elektromos stb. úton avatkoznak be az irányított rendszer működésébe.

Irányító rendszer

Irányító rendszer az irányítási folyamat *ítéletalkotásért*, *rendelkezésért* és *jelformálásért* felelős része. Az irányító rendszer a célkitűzések és a rendszer megfigyelt állapota alapján

ítélkezik és rendelkezik a beavatkozó jelekről, továbbá felel a beavatkozók által az irányított rendszerre gyakorolt fizikai hatás eléréséhez szükséges jelek előállításáért. Valójában az irányító rendszer az irányítási folyamat „gondolkodásért felelős” egysége, nélküle az érzékelők által adott jelek nem értelmezhetőek, az aktuátorok pedig a rendelkező jelek hiányában tehetetlenek.

Az irányítási rendszer egy tetszőlegesen kiválasztott elemét *tagnak* nevezzük. Leírása általában matematikai összefüggésekkel, karakterisztikákkal történik. Matematikai kapcsolatot teremt a bemenő és kimenő jelek között.



4. ábra: Az irányítási rendszer egy tagja, mely kapcsolatot teremt a bemenő és kimenő jelek között

Hatáslánc

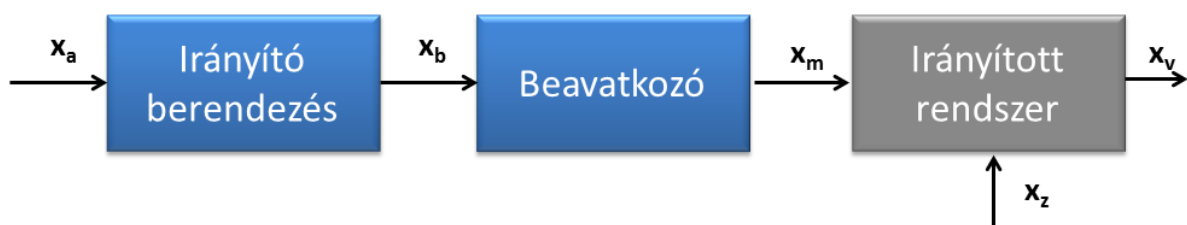
A hatáslánc az irányítási rendszer azon szerkezeti egységeinek (tagjainak) láncolata, amelyeken a jel egy magadott irányban áthalad. A jelterjedés ábrázolását a hatásvázlaton nyilak segítségével végezzük, ahogyan az a 4. ábrán is látható.

1.2. Irányítások osztályozása

Az irányítás fogalmát (angolul: *control*) két nagy alcsoportra osztjuk: *vezérlésre* (open-loop control) és *szabályozásra* (closed-loop control).

Vezérlés

A vezérlés nyílt hatásláncú irányítás, ahol az irányított jellemző nincs közvetlen hatással az irányítási folyamatra. Az irányító jel az irányított rendszerről alkotott előzetes ismeretek alapján kerül meghatározásra. A vezérlés folyamatábrája az 5. ábrán látható.



5. ábra: A vezérlés folyamatábrája

A rendszer viselkedését befolyásoló jelek:

x_a : alapjel – rendelkező jel, referenciajelként is értelmezhető

x_b : beavatkozó jel – a szabályozó kimenete, egyben a beavatkozó berendezés bemenete

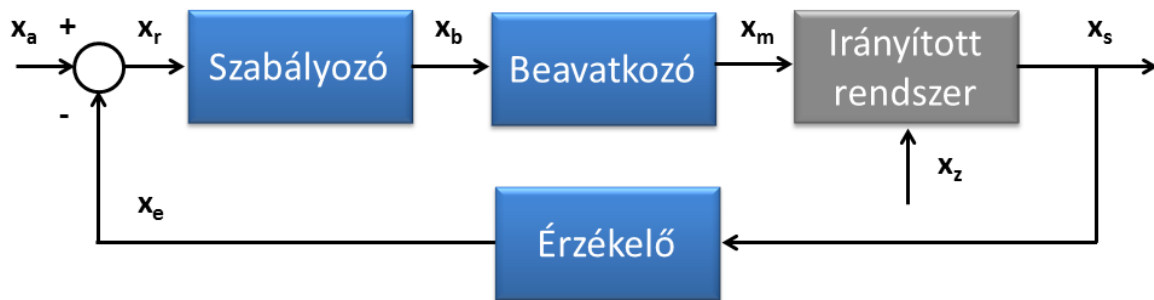
x_m : módosított jellemző – a beavatkozó kimenete, az irányított rendszer bemenete

x_v : vezérelt jellemző – a rendszer kimenete

x_z : zavaró jel

Szabályozás

Zárt hatásláncú irányítás, ahol az irányított jellemző célkitűzéstől való eltérését használjuk fel a szabályzó jel meghatározására. A rendelkező jel a célkitűzéstől való eltérés függvénye, így szükséges az irányított jellemző közvetlen mérése. A szabályozás folyamatábrája (*kanonikus szabályozókör*) a 6. ábrán látható.



6. ábra: A szabályozás folyamatábrája (kanonikus szabályozókör)

A kanonikus szabályozókör tagjai:

- Irányított (szabályozott) szakasz
- Beavatkozó szerv
- Irányító (szabályozó) berendezés
- Érzékelő szerv

A szabályzó körben terjedő jelek:

- x_e ellenőrző jel: az érzékelő szerv kimenő jele.
- x_a alapjel: a szabályozott jellemző kívánt értékének felel meg.
Az ellenőrző jellel azonos fizikai mennyiség.
- x_r rendelkező jel: az alapjel és az ellenőrző jel különbsége (hibajel).
- x_b beavatkozó jel: a szabályozandó folyamat beavatkozó szervének bemenő jele.
Egyben a beavatkozó szerv működtetéséért felel.
- x_m módosított jellemző: az a fizikai mennyiség, amellyel a beavatkozó szervén keresztül hatunk a szabályozott jellemzőre.
- x_z zavaró jel: azok a hatások, melyek az irányító berendezés hatása mellett ismeretlenül befolyásolják a szabályozott jellemzőt.

2. Matematikai modellezés

2.1. Matematikai modellek

Az irányító berendezés tervezéséhez elengedhetetlenül szükséges az irányított rendszer modellel történő jellemzése. A modell a valós működést a megkívánt mértékben közelíti, egyfajta előrejelzést ad annak várható állapotáról. A modelleknek két fontos tulajdonsága:

- Az irányítás szempontjából lényegtelen vagy kevésbé fontos hatások elhanyagolhatóak.
- Az elhanyagolás mértéke a feladat jellegétől és az irányítási folyamat minőségi követelményeitől függ.

Az irányítástechnikában a modell célja a bemenő és kimenő jelek közötti összefüggések leírása. *Matematikai modellről* akkor beszélünk, ha az összefüggéseket matematikai kifejezésekkel adjuk meg.

A modell megalkotása általában fizikai alaptörvények alapján történik. Ilyenek például Newton törvényei (szilárdtest-mechanika), a Maxwell-egyenletek (elektromosság és mágnesesség), Bernoulli-egyenlet (áramlástan) stb. A modell paramétereit méréssel, a megalkotott matematikai modell alapján identifikációval határozzuk meg.

A modellezés céljai:

- Ismeretek összegzése, rögzítése matematikai formában.
- Ismeretek szerzése feltételezett, részben feltárt ismeretek birtokában.
- Matematikai leírás – szimuláció a rendszer működéséről.
- Működő modell készítése, kicsinyített más tesztelése, prototípus.
- Dinamikus vagy statikus viselkedés tesztelése.

2.2. Dinamikus rendszerek

Dinamikus rendszereknek nevezzük az olyan rendszereket, melyek matematikai modellje leírja az állapotváltozók bemenő jelektől, a rendszer pillanatnyi állapotától és az időtől való függését.

A dinamikus rendszerek legfőbb jellemzője a tehetetlenség (pl. tömeg) és energiatárolók (pl. rugók, kondenzátorok) jelenléte. Egy rendszer *dinamikai modellje* az állapotváltozók időbeli változását írja le, a kapcsolatot az állapotváltozók között pedig fizikai törvények és a rendszer paraméterei teremtik meg.

A dinamikus rendszerek felírásuk módja szerint két csoportba oszthatók:

Diszkrét idejű dinamikus rendszerek

Olyan rendszerek, melyek leírása *differencia-egyenletekkel* történik. A rendszer állapotait csak bizonyos időpillanatokban ismerjük, mérés mintavételezés alapján történik. Valós fizikai rendszerek esetén, szabályozótervezésnél ritkán alkalmazzuk őket a modern technológiának köszönhető magas mintavételezési frekvencia miatt.

Folytonos idejű dinamikai rendszerek

Leírásuk *differenciálegyenletekkel* történik, a rendszer viselkedését folytonos matematikai függvényekkel jellemzik.

Általános alakjuk: $\dot{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$

\mathbf{x} : az állapotváltozók vektora

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$$

\mathbf{u} : a bemeneti változók vektora

$$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T$$

\mathbf{y} : a kimeneti változók vektora

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T$$

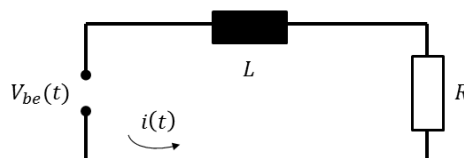
$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$: az állapotváltozók időbeli változását leíró függvény

$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$: a kimenetek alakulását leíró függvény

2.3. Példák dinamikus rendszerekre

2.3.1. RL-rezgőkör dinamikus modellje

Az RL-rezgőkör az egyik legegyszerűbb elektronikai áramkör, mely egy sorosan kapcsolt feszültségforrásból, lineáris ellenállásból és induktív tekercsből áll (7. ábra). A rendszer dinamikus jellegét a tekercs, mint az áramkör tehetetlensége okozza. Az áramkörre kapcsolt feszültség és a rendszer korábbi állapotainak ismeretében modellezhető az áramkörben folyó áram időbeli változása.



7. ábra: Az RL-rezgőkör

Kirchhoff II. törvénye alapján bármely zárt hurokban a feszültségek előjeles összege zérus. Ebből következik, hogy a lineáris ellenálláson és a tekercsen eső feszültségek megegyeznek a bemeneti feszültséggel:

$$V_{be} = V_R + V_L$$

Ohm törvénye alapján a lineáris ellenálláson eső feszültség az áramerősséggel arányos:

$$V_R(t) = R \cdot i(t)$$

Faraday törvénye alapján a tekercsen eső feszültség egyenesen arányos a tekercsen átfolyó áram időbeli változásával:

$$V_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

A felírt egyenleteket összegezve, a bemeneti feszültség és az áramerősség közötti összefüggés a következőképpen alakul:

$$V_{be}(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

A dinamikus rendszerek általános felírása alapján:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

A rendszer bemenete:

$$\mathbf{u} = V_{be}(t)$$

Az állapotváltozó:

$$\mathbf{x} = i(t)$$

A rendszer kimenete:

$$\mathbf{y} = i(t)$$

Átírva a fenti összefüggést az ismert alakra, az áramerősséget állapotváltozónak választva:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}V_{be}(t)$$

Az RL-rezgőkör dinamikus modellje tehát:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = -\frac{R}{L}\mathbf{x}(t) + \frac{1}{L}\mathbf{u}(t)$$

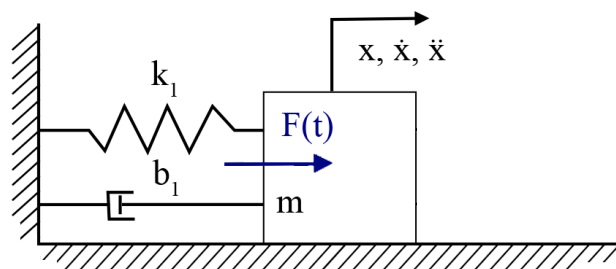
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = \mathbf{x}(t)$$

Megjegyzés: az állapotváltozók kiválasztása többnyire nem triviális feladat. Azt, hogy a modellben mely állapotváltozók szerepelnek majd, a rendszer viselkedését leíró fizikai törvények és differenciálegyenletek határozzák meg.

2.3.2. Tömeg–rugó–csillapítás modell

A mechanikai modellezés, elsősorban a rezgéstani számítások alappéldája az egyszabadságfokú tömeg–rugó–csillapítás modell. A modell elsősorban az autókban található lengéscsillapítók egyszerűsített működését mutatja be, de a szerszámgépek megmunkálásától a teleoperáció modellezéséig számos felhasználása van.

Az m tömegű test k_1 rugón és b_1 csillapításon keresztül csatlakozik a merev falhoz, és csúszásmentesen mozog a vízszintes síkban. Nyugalmi állapotában pozíciója $x = 0$, ebből az állapotból F erő hatására kitérítve lengéseket végez. A rendszer bemenete F erő, kimenete pedig a test x pozíciója (8. ábra).



8. ábra: Az egyszabadságfokú tömeg–rugó–csillapítás modell

Newton II. törvénye szerint a test gyorsulása egyenesen arányos a rá ható erővektorok összegével:

$$m \cdot a = \sum F_i = F + F_k + F_b$$

A testre ható erők három tagból tevődnek össze. A testre ható külső F erő mellett a testre annak elmozdulásának irányával ellentétes, annak mértékével arányos F_k rugóerő hat:

$$F_k = -k_1 \cdot x$$

A csillapításból eredő F_b erő egyenesen arányos a test sebességével, iránya ellentétes a sebesség irányával:

$$F_b = -b_1 \cdot \dot{x}$$

A test gyorsulása megegyezik a test sebességének első, elmozdulásának második idő szerinti deriváltjával:

$$a = \dot{v} = \ddot{x}$$

A rendszert viselkedését leíró differenciálegyenlet tehát:

$$m \cdot \ddot{x} = F - k_1 \cdot x - b_1 \cdot \dot{x}$$

Mechanikai rendszerek esetén a leíró egyenletet *mozgásegyenletnek* nevezzük. A mozgásegyenletet célszerű átrendezni a következő alakra:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \cdot F - \frac{k_1}{m} \cdot x - \frac{b_1}{m} \cdot \dot{x}$$

Ahhoz, hogy a fenti másodrendű differenciálegyenletet a dinamikus rendszerek általános alakjára hozzuk, fel kell bontanunk két, elsőrendű differenciálegyenletre a következő módon:

$$x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}$$

Ez alapján a rendszer matematikai modellje:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} \cdot F - \frac{k_1}{m} \cdot x_1 - \frac{b_1}{m} \cdot x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

$$\mathbf{u} = F, \mathbf{y} = x_1$$

Az előadás összefoglalása

Az előadás során megismerkedtünk az irányítástechnikai alapfogalmakkal, részletesen tárgyaltuk az irányítási rendszerek felépítését, az egyes alkotóelemek funkcióit és feladatait. Az egyes irányítási rendszerek működését és felépítését folyamatábrákkal, tagok és hatásláncok alkalmazásával érdemes ábrázolni, ahol minden tag bemenete is kimenete között egy matematikai összefüggés teremt kapcsolatot. Láthattuk, hogyan alakul át egy referenciajel az irányítási rendszer előírt kimenetének jelére, illetve azt, milyen módon érhető el mindez. Szó volt a matematikai modellezésről, a modellek jelentőségéről és céljáról, a rendszer dinamikus modelljének megalkotásáról és a modellalkotás kapcsolatáról a fizikai törvényekkel. A modellalkotás folyamatát egyszerű példákon ismertettük, melynek a következő fejezetekben kulcsfontosságú szerepe lesz.

Ellenőrző kérdések

1. Mi az irányítás definíciója és célja? Soroljon fel egyszerű példákat irányítási rendszerekre, és mutasson rá az irányítási célok elhelyezkedésére a példákban!
2. Milyen alapelemekből épül fel az irányítási folyamat, és mi az egyes elemek szerepe?
3. Mik az alapvető különbségek a vezérlés és szabályozás között? Mikor, melyiket érdemes használni?
4. Mi a folytonos idejű dinamikai rendszerek általános alakja?
5. Mik a matematikai modellezés alapvető céljai?