

# Számítógépes Grafika

Hajder Levente és Baráth Dániel

`hajder@inf.elte.hu`

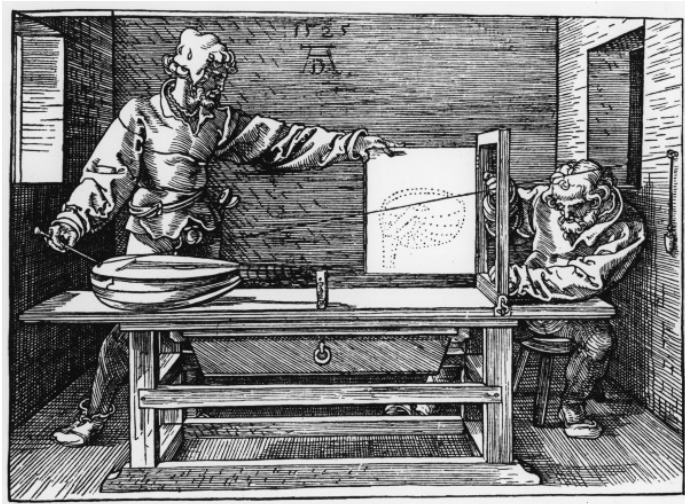
Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Informatikai Kar

2019/2020. I. félév

# Tartalom

- 1 Raycasting: motiváció
- 2 Raycasting
- 3 Sugarak indítása
- 4 Metszések
  - Sugár és sík metszéspontja
  - Sugár és háromszög metszéspontja
  - Sugár és poligon metszéspontja
  - Sugár és gömb metszéspontja
  - Transzformált objektumok
- 5 RayCasting versus RayTracing

Reycasting: motiváció  
Raycasting  
Sugarak indítása  
Metszések  
RayCasting versus RayTracing



Albrecht Dürer, 1525

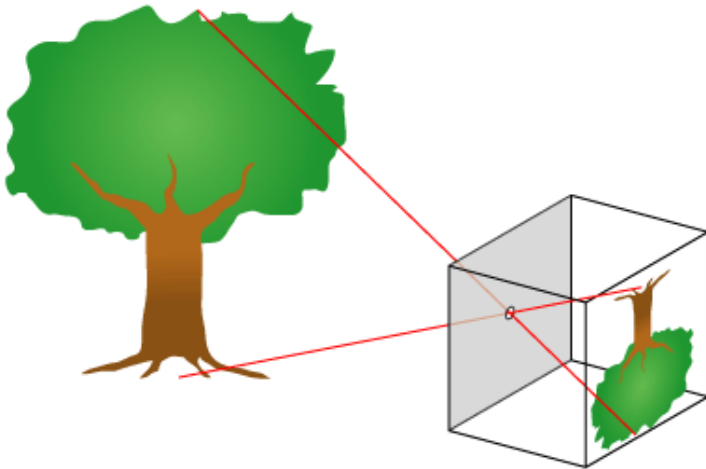
Reycasting: motiváció

Raycasting

Sugarak indítása

Metszések

RayCasting versus RayTracing



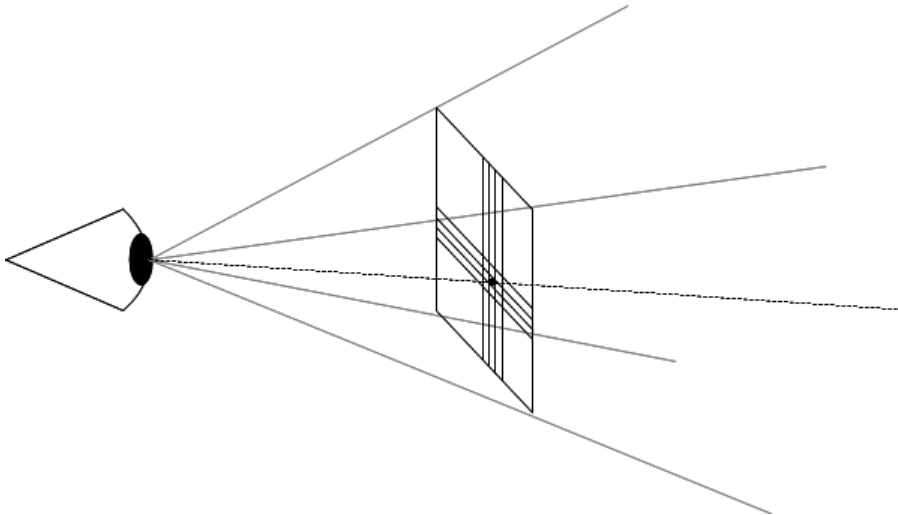
Reycasting: motiváció

Raycasting

Sugarak indítása

Metszések

RayCasting versus RayTracing



# Motiváció

- Tekintsünk minden pixelre úgy, mint egy kis ablakra a világra
- Milyen színértéket vegyen fel ez a pixel? → Nézzük meg, mi látszik onnan a világból és az alapján rendeljünk hozzá a pixelhez egy színt!

# Raycasting

Minden pixelre:

Indítsunk egy sugarat a színtérbe

Minden objektumra a színtérben:

Nézzük meg, hogy metszi-e a sugár az objektumot

A legközelebbi metszett objektum  
színével színezzük ki a pixelt

# Sugár

- A sugárnak van
  - egy  $\mathbf{p}_0$  kiindulási pontja
  - és egy  $\mathbf{v}$  iránya
- A parametrikus sugár:

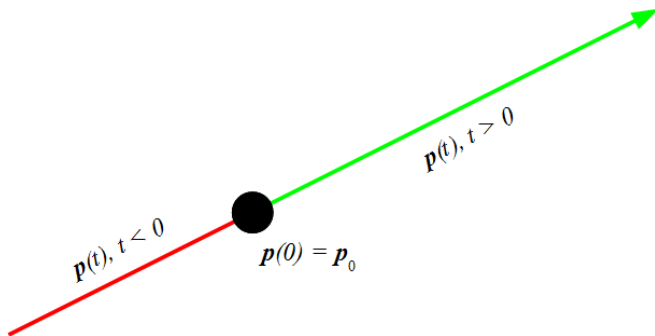
$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v},$$

ahol  $t > 0$  (félegyenes!).

- $t = 0?$ ,  $t < 0?$  sugár kezdőpontja, sugár mögötti részek



# Sugár

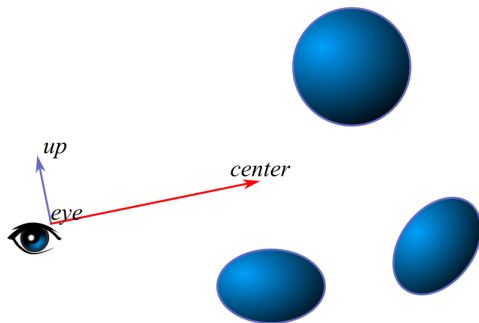


# Kérdés

- Honnan indítsuk a sugarat?
- Milyen irányba küldjük a sugarat?
- Hogyan metszük el a sugarat akármivel?

# Sugarak indítása

- A szempozícióból indítunk sugarakat minden pixel középpontján keresztül
- Most: középpontosan szeretnénk vetíteni egy szembe, a vetítési sík egy négyszögletes részét megfeleltetve a képernyőnek
- Szem/kamera tulajdonságok:
  - szempozíció (**eye**),
  - egy pont amire néz (**center**),
  - felfele irányt megadó vektor a világban (**up**),
  - nyílásszög, amekkora szögtartományt lát (*fovx*, *fovy*).
  - (vetítővászon mérete. Most legyen adott:  
 $2 \tan\left(\frac{fovx}{2}\right) \times 2 \tan\left(\frac{fovy}{2}\right)$  nagyságú )
- Ezek segítségével fogjuk megadni az  $(i, j)$  pixel világbeli koordinátáit



# Sugarak indítása

Keressük a kamera saját **u**, **v**, **w** (jobbkezes!) koordinátarendszerét!

- Nézzen a kamera  $-Z$  irányba!

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{eye} - \mathbf{center}}{|\mathbf{eye} - \mathbf{center}|}$$

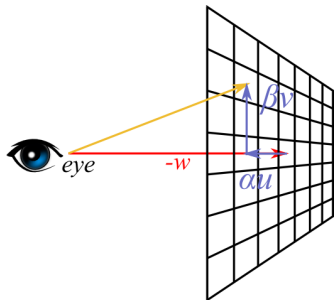
- Az  $X$  tengely legyen merőleges mind **w**-re, mind az **up** irányra!

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{up} \times \mathbf{w}}{|\mathbf{up} \times \mathbf{w}|}$$

- Az  $Y$  tengely merőleges **u**-ra és **w**-re is:

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \times \mathbf{u}$$

# $(i, j)$ pixel koordinátái



- Legyen  $\mathbf{p}$  az  $i, j$  pixel középpontja, a vetítősík egységnyi távolságra a nézőponttól! Ekkor

$$\mathbf{p}(i, j) = \mathbf{eye} + (\alpha \mathbf{u} + \beta \mathbf{v} - \mathbf{w}).$$

- Ahol

$$\alpha = \tan\left(\frac{fov_x}{2}\right) \cdot \frac{i - width/2}{width/2},$$

$$\beta = \tan\left(\frac{fov_y}{2}\right) \cdot \frac{height/2 - j}{height/2}.$$

# A sugár egyenlete

- A sugár egy félegyenes, amit kezdőpontjával és irányvektorával adhatunk meg.
- Legyen  $\mathbf{p}_0$  a sugár kezdőpontja,  $\mathbf{v}$  pedig az irányvektora, ekkor

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}, \quad t \geq 0$$

megadja a sugár összes pontját.

- Most a sugarak kezdőpontját az előbbieknek megfelelően számoljuk, azaz  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(i, j)$
- A sugár irányvektora pedig  $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}(i, j) - \text{eye}}{|\mathbf{p}(i, j) - \text{eye}|}$

# Metszések

- A sugárkövető programok futásidejük döntő részében metszéseket fognak végezni
- Nézzük meg néhány egyszerű geometriai elemmel vett metszetét a sugárnak
- A sugarunk mindig a fent is látott  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}$  alakú, ahol feltesszük a továbbiakban, hogy  $|\mathbf{v}| = 1$



# Metszések: parametrikus sugár-implicit felület

- Legyen adva egy  $f(\mathbf{x}) = 0$  implicit egyenlet, ami meghatározza a metszeni kívánt felületünket ( $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ )
- A sugarunk egyenlete  $\forall t \in [0, \infty)$ -re meghatároz egy pontot a térben  $\rightarrow$  tegyük be ezt a képletet az implicit egyenletbe!
- Tehát a következő egyenletet kell megoldanunk  $t$ -re:

$$f(\mathbf{p}(t)) = 0$$

- A kapott  $t$ -től függően a következő esetek állhatnak fenn:
  - Ha  $t > 0$ , akkor a sugarunk előtt van a felület és metszi
  - Ha  $t = 0$  a sugár a felületről indul
  - Ha  $t < 0$ , akkor a sugár "mögött" van a felület és metszi a sugár egyenesese a felületet (de nekünk  $t > 0$  kell!)

# Metszések: parametrikus sugár-parametrikus felület

- Legyen adva egy  $\mathbf{r}(u, v) = [r_x(u, v), r_y(u, v), r_z(u, v)]^T$  parametrikus felület
- Kell: találni egy olyan  $t$  sugárparamétert, amihez létezik  $(u, v)$ , hogy

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(u, v)$$

- Ez három ismeretlenes  $(t, u, v)$ , három egyenletes  $(x, y, z)$  koordinátánként egy) egyenletrendszer
- A  $t$  ugyanúgy ellenőrizendő, mint előbb, de most az  $(u, v)$ -re is figyeljünk, hogy a felületünk paramétertartományának megengedett részén van-e (általában  $(u, v) \in [0, 1]^2$  kell)!

# Egyenes és implicit sík metszéspontja

- Síkot megadhatunk implicit alakban:  $Ax + By + Cz + D = 0$
- A

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

sugár egyenese metszi a síkot, ha

$$A(x_0 + tx) + B(y_0 + ty) + C(z_0 + tz) + D = 0$$

# Egyenes és implicit sík metszéspontja

- Ezt  $t$ -re átrendezve adódik

$$t(Ax + By + Cz) + Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$$

$$t = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{Ax + By + Cz}$$

- Látható a sík a nézőpontunkból, ha  $t > 0$

# Egyenes és normálvektoros sík metszéspontja

- Legyen  $\mathbf{q}_0$  a sík egy pontja,  $\mathbf{n}$  a normálvektora,
- Legyen  $\mathbf{p}_0$  ez egyenes egy pontja,  $\mathbf{v}$  az irányvektora.
- Az egyenes egyenlete:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}$$

- A sík egyenlete:

$$\langle \mathbf{n}, \mathbf{q} - \mathbf{q}_0 \rangle = 0$$

- minden  $\mathbf{q}$  pontja a síknak kielégíti ezt az egyenletet

# Egyenes és normálvektoros sík metszéspontja

- Behelyettesítve  $\mathbf{p}(t)$ -t a  $\mathbf{q}$  helyére:

$$\langle \mathbf{n}, \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v} - \mathbf{q}_0 \rangle = 0,$$

$$\langle \mathbf{n}, \mathbf{p}_0 \rangle + t\langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle - \langle \mathbf{n}, \mathbf{q}_0 \rangle = 0,$$

$$t = \frac{\langle \mathbf{n}, \mathbf{q}_0 \rangle - \langle \mathbf{n}, \mathbf{p}_0 \rangle}{\langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle} = \frac{\langle \mathbf{n}, \mathbf{q}_0 - \mathbf{p}_0 \rangle}{\langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle},$$

ha  $\langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle \neq 0$ .

- A sugár metszi a síkot, ha:  $t > 0$ .
- Ha  $\langle \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle = 0$ , akkor az egyenes párhuzamos a síkkal, és így vagy nincs metszéspontjuk, vagy az egyenes a síkon fut

# Egyenes és parametrikus sík metszéspontja

- Síkot megadhatunk egy  $\mathbf{q}$  pontjával és  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  kifeszítő vektorokkal is:  $\mathbf{s}(u, v) = \mathbf{q} + u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$
- Metszéspont a  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}$  sugár egyenesével: keressük  $t$  és  $u, v$ -t úgy, hogy

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{s}(u, v)$$

- Beírva a képleteket adódik

$$\mathbf{p}_0 + t\mathbf{v} = \mathbf{q} + u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$$

- Átrendezve kapjuk, hogy

$$\mathbf{p}_0 - \mathbf{q} = -t\mathbf{v} + u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$$

# Egyenes és parametrikus sík metszéspontja

- Ez három ismeretlenes, három lineáris egyenletből álló egyenletrendszer, ami megoldható, ha  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  lineárisan nem összefüggő
- Mátrix alakban:

$$\begin{bmatrix} p_{0x} - q_x \\ p_{0y} - q_y \\ p_{0z} - q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_x & i_x & j_x \\ -v_y & i_y & j_y \\ -v_z & i_z & j_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix}$$

- Látjuk a síkot, ha  $t > 0$  (most  $u, v \in \mathbb{R}$  a felület paramétertartománya, ez teljesülni fog)



# Háromszög megadása

- Egyértelműen megadható három csúcsával.
- Ha **a**, **b**, **c** a háromszög csúcsai, akkor a hozzá tartozó sík pont-normálvektoros implicit megadásához a sík
  - egy pontja **a**, **b**, **c** bármelyike
  - normálvektora

$$\mathbf{n} = \frac{(\mathbf{c} - \mathbf{a}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a})}{\|(\mathbf{c} - \mathbf{a}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a})\|},$$

ahol  $\times$  a vektoriális szorzást jelöli, és ekkor **n** egységnyi hosszúságú.

# Háromszög és egyenes metszéspontja

Két lépés alapján meghatározhatjuk

- 1 Először számítsuk ki az egyenes és háromszög síkjának metszéspontját
  - Egyenes egy pontja ismert: pl. háromszög **a** csúcsa.
  - Egyenes két irányvektora megadható: pl. **b – a** és **c – a**
  - Metszéspontot jelöljük **p**-vel.
- 2 Majd nézzük meg, hogy a metszéspont a háromszögön belül van-e.

# Pont a háromszögon vizsgálat: egyszerűbb módszer

- A háromszög három oldala és a normálvektor alapján két félsík adódik.
- Minden oldal esetén a háromszöget csak az egyik félsík tartalmazza.

$$\langle (\mathbf{p} - \mathbf{a}) \times (\mathbf{b} - \mathbf{a}), \mathbf{n} \rangle \geq 0$$

$$\langle (\mathbf{p} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} - \mathbf{b}), \mathbf{n} \rangle \geq 0$$

$$\langle (\mathbf{p} - \mathbf{c}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{c}), \mathbf{n} \rangle \geq 0$$

- A három frappáns képlet viszonylag sok számítást tartalmaz.

# Pont a háromszögön vizsgálat: gyorsabb módszer

- Legyenek  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  a  $\mathbf{p}$  pont háromszögön belüli baricentrikus koordinátái, úgy hogy

$$\mathbf{p} = \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b} + \lambda_3 \mathbf{c}$$

- $p$  Akkor, és csak akkor van a  $\triangle$ -ön belül, ha

$$0 \leq \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \leq 1.$$

## Pont a háromszögön vizsgálat: gyorsabb módszer

- Először számítsuk ki az egyenes és a háromszög síkjának metszéspontját, ez legyen  $\mathbf{p}$  (már ha létezik).
- Legyenek  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  a  $\mathbf{p}$  pont háromszögön belüli baricentrikus koordinátái, úgy hogy

$$\mathbf{p} = \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b} + \lambda_3 \mathbf{c}$$

- $p$  Akkor, és csak akkor van a  $\triangle$ -ön belül, ha

$$0 \leq \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \leq 1.$$

# Pont a háromszögon vizsgálat: gyorsabb módszer

- Tudjuk, hogy  $\mathbf{p} = [x, y, z]^T = \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b} + \lambda_3 \mathbf{c}$ . Ekkor

$$x = \lambda_1 a_x + \lambda_2 b_x + \lambda_3 c_x$$

$$y = \lambda_1 a_y + \lambda_2 b_y + \lambda_3 c_y$$

$$z = \lambda_1 a_z + \lambda_2 b_z + \lambda_3 c_z,$$

ill.  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \Rightarrow \lambda_3 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2$

- A gyorsabb számolásért vegyük a fentiek egy síkra vett vetületét
- A koordinátasíkok közül ( $XY$ ,  $XZ$  vagy  $YZ$ ) arra vegyük a háromszög 2D vetületét, amelyre a háromszög vetületének területe a legnagyobb!  $\rightarrow$  a háromszög és a sík normálisa leginkább "egyállású"
- A vetülethez egyszerűen elhagyjuk  $z$ ,  $y$  vagy  $x$  egyenletét, megfelelően

Reycasting: motiváció

Raycasting

Sugarak indítása

Metszések

RayCasting versus RayTracing

Sugár és sík metszéspontja

Sugár és háromszög metszéspontja

Sugár és poligon metszéspontja

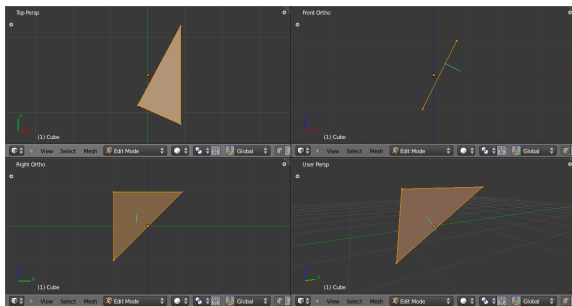
Sugár és gömb metszéspontja

Transzformált objektumok

## Pont a háromszögon vizsgálat: gyorsabb módszer

Azt tengely kell választani, amelyik mentén a legnagyobb a háromszög normálvektorának abszolút értéke.

(Így biztos nem fordulhat elő, hogy a háromszög merőleges a síkra, és csak egy szakasz marad belőle!)



# Pont a háromszögön vizsgálat: gyorsabb módszer

- Pl. legyen a z a választott tengely. Ekkor

$$x = \lambda_1 a_x + \lambda_2 b_x + \lambda_3 c_x$$

$$y = \lambda_1 a_y + \lambda_2 b_y + \lambda_3 c_y$$

- Behelyettesítve  $\lambda_3 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2$ -t, és rendezve:

$$x = \lambda_1(a_x - c_x) + \lambda_2(b_x - c_x) + c_x$$

$$y = \lambda_1(a_y - c_y) + \lambda_2(b_y - c_y) + c_y$$



# Pont a háromszögön vizsgálat: gyorsabb módszer

- Rendezve  $\lambda_1, \lambda_2$ -re kapjuk:

$$\lambda_1 = \frac{(b_y - c_y)(x - c_x) - (b_x - c_x)(y - c_y)}{(a_x - c_x)(b_y - c_y) - (b_x - c_x)(a_y - c_y)}$$

$$\lambda_2 = \frac{-(a_y - c_y)(x - c_x) + (a_x - c_x)(y - c_y)}{(a_x - c_x)(b_y - c_y) - (b_x - c_x)(a_y - c_y)}$$

- A nevező csak degenerált háromszög esetén lehet nulla.
- $\mathbf{p}$  akkor és csak akkor van a háromszögön belül, ha

$$0 \leq \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \leq 1.$$

# Sugár metszése poligonnal

- Egyszerű, de lassú módszer: osszuk fel háromszögekre a poligont.
- Visszavezettük az előző problémára (sugár metszése háromszögekkel).

# Sugár metszése poligonnal

- Gyors módszer adható, ha a poligonunk csúcsai egy síkban vannak.
- Ekkor a metszés két lépésben végezhető:
  - A sugarunkat metszük el a poligon síkjával.
  - Döntsük el, hogy a metszéspont a poligonon belül van-e-
- A másodikat egy síkban érdemes csinálni (vagy a poligon síkjában, vagy a poligon valamely koordinátatengelyre vett vetületének síkjában)

Reycasting: motiváció

Raycasting

Sugarak indítása

**Metszések**

RayCasting versus RayTracing

Sugár és sík metszéspontja

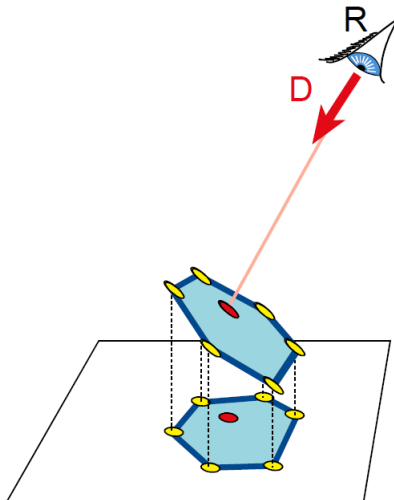
Sugár és háromszög metszéspontja

**Sugár és poligon metszéspontja**

Sugár és gömb metszéspontja

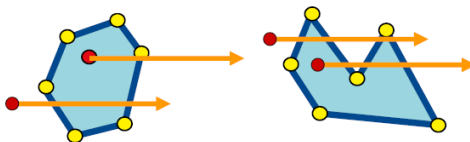
Transzformált objektumok

# Sugár metszése poligonnal



# Pont-poligon tartalmazás teszt síkban

- A pont a poligonon belül van, ha tetszőleges irányú, belőle indított sugárnak páratlan számú metszéspontja van a poligon oldalaival (azaz a sugarat a poligon összes oldalszakaszával el kell metszeni)
- Konkáv és csillag alagú poligonra is működik



# Sugár metszése szakasszal

- A poligon  $\mathbf{d}_i = (x_i, y_i)$ ,  $\mathbf{d}_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1})$  csúcspontjai közötti szakasz parametrikus alakja:  
$$\mathbf{d}_{i,i+1}(s) = (1 - s)\mathbf{d}_i + s\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + s(\mathbf{d}_{i+1} - \mathbf{d}_i), s \in [0, 1]$$
- Ezt kell metszeni a  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}$  alakú sugárral
- Most: a  $\mathbf{p}_0 = (x_0, y_0)$  pont az a pont, amiről el akarjuk dönteni, hogy a poligonon belül van-e,  $\mathbf{v}$  tetszőleges
- Legyen  $\mathbf{v} = (1, 0)$ !
- Így a  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{d}_{i,i+1}(s)$  egyenletet csak  $y$  koordinátára kell megoldani

# Sugár metszése szakasszal

- Keressük meg, hogy hol metszi a  $\mathbf{d}_{i,i+1}(s)$  oldal egyenesese a sugarat (=melyik  $s$ -re lesz  $d_{i,i+1}(s)_y = y_0$ ?)
- Azaz  $y_0 = y_i + s(y_{i+1} - y_i)$
- $s$ -t kifejezve:  $s = \frac{y_0 - y_i}{y_{i+1} - y_i}$
- Innen megkapjuk azt az  $x$  koordinátát  $\mathbf{d}_{i,i+1}(s)$ -be behelyettesítve, ahol a sugár metszi a szakaszt (HF: kifejezni  $t$ -t DE: kell ez most nekünk?)
- Ha  $s \notin [0, 1]$  : a sugár nem metszi a szakaszt (csak az egyenesét)
- Ha  $t \leq 0$ : a sugár egybeesik a szakasszal, vagy mögötte van a metszéspont

# A gömb egyenlete

- Az  $r$  sugarú,  $\mathbf{c} = (c_x, c_y, c_z)$  középpontú gömb implicit egyenlete:

$$(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2 + (z - c_z)^2 - r^2 = 0$$

- Ugyanez skalárszorozattal felírva:

$$\langle \mathbf{p} - \mathbf{c}, \mathbf{p} - \mathbf{c} \rangle - r^2 = 0,$$

ahol  $\mathbf{p} = (x, y, z)$ .



# Gömb és egyenes metszéspontja

- Legyen  $\mathbf{p}_0$  ez egyenes egy pontja,  $\mathbf{v}$  az irányvektora.
- Ekkor az egyenes egyenlete:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v}$$

- Behelyettesítve a gömb egyenletébe, kapjuk:

$$\langle \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v} - \mathbf{c}, \mathbf{p}_0 + t\mathbf{v} - \mathbf{c} \rangle - r^2 = 0$$

- Kifejtve:

$$t^2 \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle + 2t \langle \mathbf{v}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle + \langle \mathbf{p}_0 - \mathbf{c}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle - r^2 = 0$$

$$t^2 \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle + 2t \langle \mathbf{v}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle + \langle \mathbf{p}_0 - \mathbf{c}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle - r^2 = 0$$

- Ez másodfokú egyenlet  $t$ -re (minden más ismert).
- Legyen  $D = (2\langle \mathbf{v}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle)^2 - 4\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle (\langle \mathbf{p}_0 - \mathbf{c}, \mathbf{p}_0 - \mathbf{c} \rangle - r^2)$
- Ha  $D > 0$ : két megoldás van, az egyenes metszi a gömböt.
- Ha  $D = 0$ : egy megoldás van, az egyenes érinti a gömböt.
- Ha  $D < 0$ : nincs valós megoldás, az egyenes nem metszi a gömböt.

# Transzformált objektumok

- Legyen  $\mathbf{M}$  egy adott objektum transzformációs mátrixa.
- Feladat: Keressük  $\mathbf{r}$  sugár és az  $\mathbf{M}$ -mel transzformált objektum metszéspontját!
- Probléma: Hogyan transzformálunk egy gömböt? Pontonként? Képletet írjuk át? ...
- Megoldás: Transzformáljuk inkább a sugarat!

## Tétel

Az  $r$  sugár és az  $\mathbf{M}$ -mel transzformált objektum metszéspontja  $\equiv$  az  $\mathbf{M}^{-1}$ -zel transzformált  $r$  sugár és az objektum metszéspontja.

- $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ , homogén transzformáció
- Sugár kezdőpontja:  $\mathbf{p}_0 = (p_x, p_y, p_z) \rightarrow [p_x, p_y, p_z, 1]$
- Sugár iránya:  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z) \rightarrow [v_x, v_y, v_z, 0]$ . Így nem hat rá az eltolás.
- Transzformált sugár  $\mathbf{r}'(t) : \mathbf{M}^{-1}\mathbf{p} + t \cdot \mathbf{M}^{-1}\mathbf{v}$

# Metszésvizsgálat

- Metszésvizsgálat: használjuk  $\mathbf{r}'(t)$ -t!
- Metszéspont:  $\mathbf{q}$ , akkor az eredeti térben  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{q}$ .
- Távolságokat újra kell számolni az eredeti térben!
- Normálvektorok:  $\mathbf{n}$  helyett  $\mathbf{M}^{-T} \cdot \mathbf{n}$  (inverz-transzponált).

# RayCasting versus RayTracing

- Raycasting : sugárvetés
- RayTracing : (rekurzív) sugárkövetés
- Sugárkövetés összetevői: felület pontjait meghatározza a saját színe megvilágítva a
  - fényforrásokkal és a
  - egyéb felületről érkező fénysugarakkal.
- "egyéb felületeket" két kitüntetett irányban nézzük meg
  - tökéletes tükröződés iránya
  - fénytörés (áttetszés esetén)
- Rekurzivitás: felületekről érkező sugarakat tetszőleges mélységben vizsgáljuk
  - Rekurió mélységének a futási idő korlátot ad.

Reycasting: motiváció

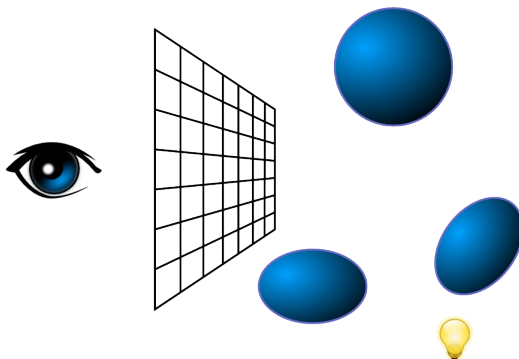
Raycasting

Sugarak indítása

Metszések

RayCasting versus RayTracing

# Rekurzív sugárkövetés



Reycasting: motiváció

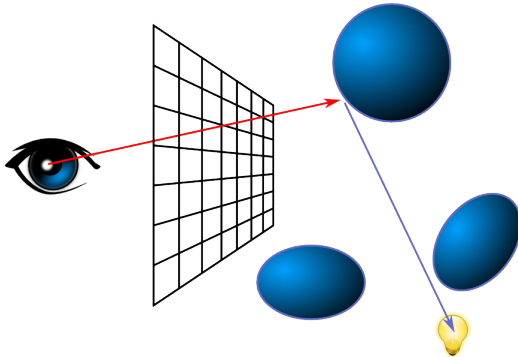
Raycasting

Sugarak indítása

Metszések

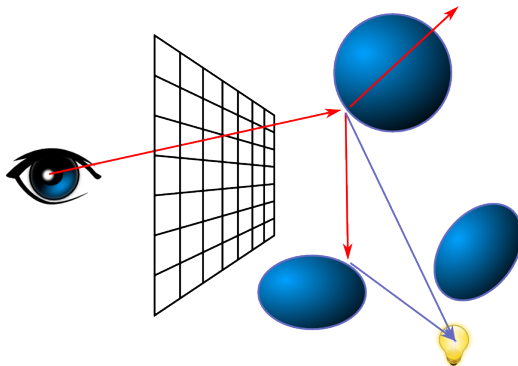
RayCasting versus RayTracing

# Rekurzív sugárkövetés





# Rekurzív sugárkövetés



# Rekurzív sugárkövetés

