

# Számítógépes Grafika

Hajder Levente és Baráth Dániel  
[hajder@inf.elte.hu](mailto:hajder@inf.elte.hu)

Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Informatikai Kar

2019/2020. I. félév

# Tartalom

## 1 Tartalom

- Motiváció

## 2 Grafikus szerelőszalag

- Áttekintés
- Modellezési transzformáció
- Nézeti transzformáció
- Perspektív transzformáció
- Vágás
- Raszterizáció
- Megjelenítés
  - Triviális hátlapeldobás
  - Festő algoritmus
  - Z-buffer

### 3 Lokális illumináció

# Tartalom

- 1 Tartalom
  - Motiváció
- 2 Grafikus szerelőszalag
  - Áttekintés
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Raszterizáció
  - Megjelenítés
    - Triviális hátlapeldobás
    - Festő algoritmus
    - Z-buffer
- 3 Lokális illumináció

# Grafikus szerelőszalag

- A színterünkről készített kép elkészítésének műveletsorozatát nevezik grafikus szerelőszalagnak (angolul *graphics pipeline*)
- A valós idejű alkalmazásoknak lényegében a színterünk leírását kell csak átadnia, a képszintézis lépéseit a grafikus szerelőszalag végzi
- A szerelőszalagban több koordináta-rendszer váltás is történik - mindent feladatot a hozzá legjobban illeszkedő rendszerben próbálunk elvégezni

# Grafikus szerelőszalag

- Lépései főbb műveletek szerint:
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Homogén osztás
  - Raszterizáció
  - Megjelenítés
- A grafikus szerelőszalag eredménye egy kép (egy kétdimenziós pixeltömb, aminek minden elemében egy színérték található)

# Transzformációk

- A szerelőszalag transzformációinak feladata: a modell térben adott objektumot "eljuttatni" a képernyő-térbe
- Lépései:

modell k.r.

→ világ k.r.

→ kamera k.r.

→ normalizált eszköz k.r.

→ képernyő k.r.

## Szerelőszalag bemeneti adatai

- *Ábrázolandó tárgyak geometriai modellje*
- *Virtuális kamera adatai (nézőpont és látógúla)*
- A képkeret megadása (az a pixeltömb, amire a színterünk síkvetületét leképezzük)
- A színtérben található fényforrásokhoz és anyagokhoz tartozó *megvilágítási adatok*

## Pipeline

- Minden egyes primitív végigmegy az összes lépésen
- Az egyes lépések az eredményüket a következőnek továbbítják
- Többféleképpen megadható és csoportosítható - mi csak egy példát írtunk fel (pl. hol "színezzük"?)



# Koordináta-rendszerek

- Modell KR:  
Az objektumok saját koordináta-rendszerükben adottak.
- Világ KR:  
Az objektumok egymáshoz viszonyított helyzete itt adott, ahogy a kamera/szem pozíció és az absztrakt fényforrások pozíciója is.
- Kamera KR:  
A koordináták a kamera pozíciója és orientációjához relatíven adottak.

# Koordináta-rendszerek

- Normalizált eszköz KR:  
A hardverre jellemző,  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [0, 1]$  kiterjedésű KR.
- Képernyő KR:  
A megjelenítendő képnek (képernyő/ablak) megfelelő KR  
(balkezes, bal-felső "sarok" az origó).

# Tartalom

## 1 Tartalom

- Motiváció

## 2 Grafikus szerelőszalag

- Áttekintés
- **Modellezési transzformáció**
- Nézeti transzformáció
- Perspektív transzformáció
- Vágás
- Raszterizáció
- Megjelenítés
  - Triviális hátlapeldobás
  - Festő algoritmus
  - Z-buffer

### 3 Lokális illumináció

# Modellezési transzformáció

- A saját (modell) koordináta-rendszerben adott modelleket a világ-koordináta rendszerben helyezi el
- Tipikusan minden modellre különböző (lehet a színtérünk két eleme csak a világtrafóban különbözik!)
- Jellemzően affin transzformációk
- Gyakorlatban: ez a *Model* (vagy *World*) mátrix a kódjainkban

# Tartalom

## 1 Tartalom

- Motiváció

## 2 Grafikus szerelőszalag

- Áttekintés
- Modellezési transzformáció
- **Nézeti transzformáció**
- Perspektív transzformáció
- Vágás
- Raszterizáció
- Megjelenítés
  - Triviális hátlapeldobás
  - Festő algoritmus
  - Z-buffer

### 3 Lokális illumináció

# Nézeti transzformáció

- A világ koordináta-rendszert a kamerához rögzített koordináta-rendszerbe viszi át.
- A transzformáció a kamera tulajdonságaiból adódik.
- Gyakorlatban: ez a *View* mátrix.

# Kamera transzformáció

- Tulajdonságok, mint sugárkövetés esetén:  
**eye, center, up**
- Ebből kapjuk a nézeti koordináta-rendszer tengelyeit:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{eye} - \mathbf{center}}{|\mathbf{eye} - \mathbf{center}|}$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{up} \times \mathbf{w}}{|\mathbf{up} \times \mathbf{w}|}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} \times \mathbf{u}$$

## Kamera transzformációs mátrix

- Mátrixot kapjuk: áttérés az **eye** origójú, **u, v, w** koordinátarendszerbe:

$$T_{View} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ w_x & w_y & w_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -eye_x \\ 0 & 1 & 0 & -eye_y \\ 0 & 0 & 1 & -eye_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Tartalom

- 1 Tartalom
  - Motiváció
- 2 Grafikus szerelőszalag
  - Áttekintés
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Raszterizáció
  - Megjelenítés
    - Triviális hátlapeldobás
    - Festő algoritmus
    - Z-buffer
- 3 Lokális illumináció

## Párhuzamos vetítés

- A mátrix ami megadja egyszerű, például az  $XY$  síkra való vetítés

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

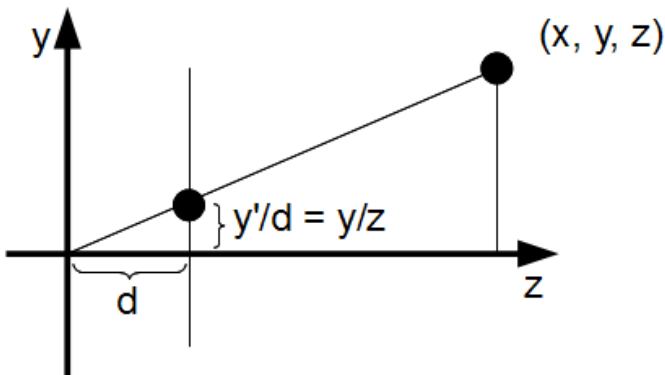
# Perspektív transzformáció

- Emlékeztető: 3. EA
- A nézeti csonkagúla által határolt térrészt normalizált eszköz KR-be viszi át
- Ami benne volt a csonkagúlában, az lesz benne a  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [0, 1]$  (vagy  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$ ) tartományban
- A transzformáció a kamerán átmenő *vetítő sugarakból* párhuzamosokat csinál
- A transzformáció a kamerapozíciót a végtelenbe tolja
- Gyakorlatban: ez a *Projection* mátrix

# Perspektív transzformáció

- Emlékeztető: tulajdonságok
  - függőleges és vízszintes nyílásszög ( $fov_x$ ,  $fov_y$ ) vagy az alap oldalainak az aránya és a függőleges nyílásszög ( $fov_y$ ,  $aspect$ ),
  - a közeli vágósík távolsága ( $near$ ),
  - a távoli vágósík távolsága ( $far$ )

# Középpontos vetítés



# Középpontos vetítés

- Vagyis:

$$x' = \frac{x}{z}d$$

$$y' = \frac{y}{z}d$$

$$z' = \frac{z}{z}d = d$$

# Középpontos vetítés

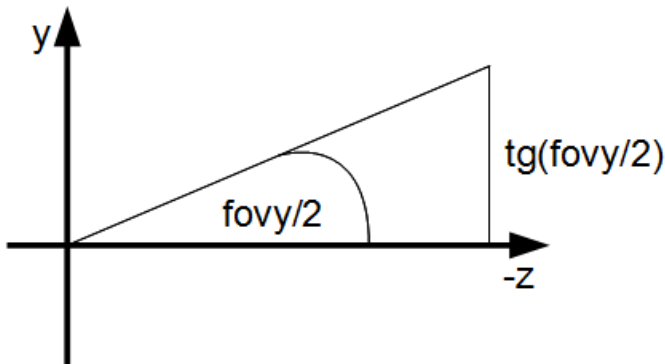
- Az origó, mint vetítési középpont és egy, attól a  $Z$  tengely mentén  $d$  egységre található,  $XY$  síkkal párhuzamos vetítősíkra való vetítés mátrixa:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{bmatrix}$$

- Homogén osztás után ( $\frac{z}{d}$ -vel) a fentit kapjuk

# Normalizált látógúla

- Figyeljünk: a szerelőszalagunk ezen pontján a kamera  $-Z$  felé néz és az origóba van
- A fenti térből térjünk át egy "normalizáltabb" gúlába - aminek nyílásszöge  $x$  és  $y$  mentén is 90 fokos!





# Normalizált látógúla

- Mátrix alakban:

$$\begin{bmatrix} 1/\tan \frac{fov_x}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\tan \frac{fov_y}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Normalizált látógúla

- Ezután már csak a közeli és a távoli vágósík z koordinátáit kell a normalizálásnak megfelelően átképezni ( $-1, 1$  vagy  $0, 1$ -re):

$$T_{Projection} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{far}{far-near} & \frac{near*far}{near-far} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Tartalom

- 1 Tartalom
  - Motiváció
- 2 Grafikus szerelőszalag
  - Áttekintés
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Raszterizáció
  - Megjelenítés
    - Triviális hátlapeldobás
    - Festő algoritmus
    - Z-buffer
- 3 Lokális illumináció

# Vágás

- Cél: ne dolgozzunk feleslegesen azokkal az elemekkel, amikből nem lesz pixel (nem jelennek majd meg).
- Megoldás (kísérlet):
  - ① Végezzük el a homogén osztást!
  - ② Vágjunk le, ami kilóg a  $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [0, 1]$ -ből!
- Probléma: vegyünk egy olyan szakaszt, ami átlóg a kamera mögé!
- Ez a szakasz átmegy egy ideális ponton  $\Rightarrow$  a szakasz képe nem egyezik meg a transzformált pontokat összekötő szakasszal!
- Ez az *átfordulási probléma*.

## Vágás homogén koordinátákban

- Megoldás (valóban): Vágás homogén koordinátákban
- Legyen:  $[x_h, y_h, z_h, h] = \mathbf{M}_{\text{Proj}}[x_c, y_c, z_c, 1]$
- Cél:  $(x, y, z) := (x_h/h, y_h/h, z_h/h) \in [-1, 1] \times [-1, 1] \times [0, 1]$ ,  
azaz

Legyen  $h > 0$ , és

Ebből kapjuk:

$$-1 < x < 1$$

$$-h < x_h < h$$

$$-1 < y < 1$$

$$-h < y_h < h$$

$$0 < z < 1$$

$$0 < z_h < h$$

# Tartalom

- 1 Tartalom
  - Motiváció
- 2 Grafikus szerelőszalag
  - Áttekintés
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Raszterizáció
  - Megjelenítés
    - Triviális hátlapeldobás
    - Festő algoritmus
    - Z-buffer
- 3 Lokális illumináció

# Raszterizáció

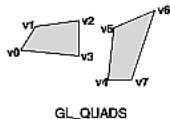
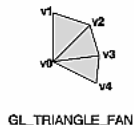
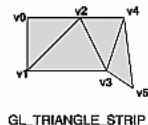
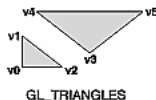
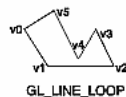
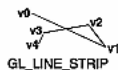
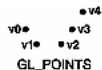
- Ne feledjük: eddig minden primitív, amiről beszéltünk folytonos objektum volt
- Azonban nekünk egy diszkrét térben, a képernyő képpontjain kell dolgoznunk
- A primitívek folytonos teréből át kell térni ebbe a diszkrét térbe, ezt hívják *raszterizációnak*

# Raszterizáció

- Olyan geometriai primitíveket kell választanunk, amelyeket gyorsan tudunk raszterizálni
- Mi lehet ilyen? Jó lenne pl. ha egyik pixelhez tartozó felületi pontjának koordinátái alapján könnyen számítható lenne a szomszédos pixelekhez tartozó pontok koordinátái, illetve ha síkbeli is lenne...
- A háromszög ilyen!
- Minden egyéb felületet ilyen primitívekkel (lényegében: síklapokkal) közelítünk ← *tesszeláció*

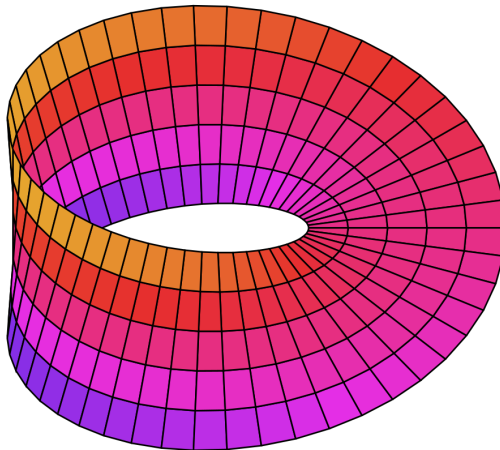


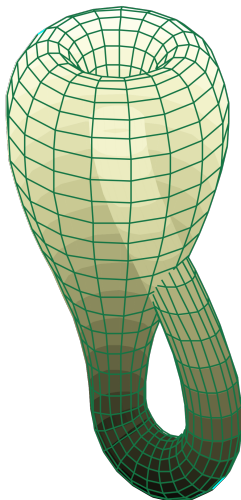
# Raszterizáció



# Tesszeláció

- Vigyázzunk: "szép" (teljes oldalakban illeszkedő), 6-reguláris háromszög vagy "szép", 4-reguláris négyszöghálóval nem lehet bármit lefedni degenerált esetek nélkül!
- A fenti reguláris topológiákkal a végtelen síklap, vagy a végtelen hengerpalást, vagy pedig a tórusz topológiájának megfelelő felületek írhatóak le.





# Tartalom

- 1 Tartalom
  - Motiváció
- 2 Grafikus szerelőszalag
  - Áttekintés
  - Modellezési transzformáció
  - Nézeti transzformáció
  - Perspektív transzformáció
  - Vágás
  - Raszterizáció
  - **Megjelenítés**
    - Triviális hátlapeldobás
    - Festő algoritmus
    - Z-buffer
- 3 Lokális illumináció

# Takarási feladat

- Feladat: eldönteni, hogy a kép egyes részein milyen felületdarab látszik.
- Objektum tér algoritmusok:
  - Logikai egységenként dolgozunk, nem függ a képernyő felbontásától.
  - Rossz hír: nem fog menni.
- Képtér algoritmusok:
  - Pixelenként döntjük el, hogy mi látszik.
  - Ilyen a sugárkövetés is.

# Triviális hátlapeldobás, *Back-face culling*

- Feltételezés: Az objektumaink "zártak", azaz ha nem vagyunk benne az objektumban, akkor sehonnan sem láthatjuk a felületét belülről.
- Körüljárási irány: rögzítsük, hogy a poligonok csúcsait milyen sorrendben *kell* megadni:
  - óramutató járásával megegyező (*clockwise, CW*)
  - óramutató járásával ellentétes (*counter clockwise, CCW*)
- Ha a transzformációk után a csúcsok sorrendje nem egyezik meg a megadással, akkor a lapot *hátról* látjuk  $\Rightarrow$  nem kell kirajzolni, *eldobható*.

# Festő algoritmus

- Rajzoljuk ki hátulról előre haladva a poligonokat!
- Ami közelebb van, azt később a rajzoljuk  $\Rightarrow$  ami takarva van, takarva lesz.
- Probléma: hogyan rakjuk sorrendbe a poligonokat?
- Már háromszögeknél is van olyan eset, amikor nem lehet sorrendet megadni.



# Festő algoritmus

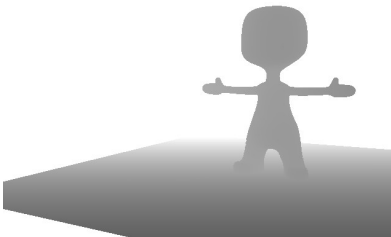
## Z-buffer algoritmus

- Képtérbeli algoritmus
- Minden pixelre nyilvántartjuk, hogy ahhoz milyen mélységérték tartozott.
- Ha megint újra erre a pixelre rajzolnánk (*Z-test*):
  - Ha az új *Z* érték mélyebben van, akkor ez a pont takarva van  $\Rightarrow$  nem rajzolunk
  - Ha a régi *Z* érték mélyebben van, akkor az új pont kitakarja azt  $\Rightarrow$  rajzolunk, eltároljuk az új *Z* értéket.

## Z-buffer

- Z-buffer vagy *depth buffer*: külön memóriaterület.
- Képernyő/ablak méretével megegyező méretű tömb.
- Pontosság: a közeli és távoli vágósík közti távolságtól függ.
- Minden pixelhez tartozik egy érték a bufferből.
- Ezzel kell összehasonlítani, és ide kell írni, ha a pixel *átment a Z-teszten*.
- Gyakorlatban:
  - 16-32 bites elemek
  - Hardveres gyorsítás
  - Pl: közeli vágósík:  $t$ , távoli:  $1000t$ , akkor a Z-buffer 98%-a a tartomány első 2%-át írja le.

## Z-buffer















# Gouraud árnyalás

- A megvilágítást csúcspontonként számítjuk ki, a lapon lineáris interpolációval számítjuk a színeket.
- Lassabb:  $N$  db megvilágítás számítás + minden pixelre interpoláció.
- Szebb: az árnyalás minősége nagyban függ a poligonok számától. Nagy lapokon nem tud megjelenni a csillanás.







