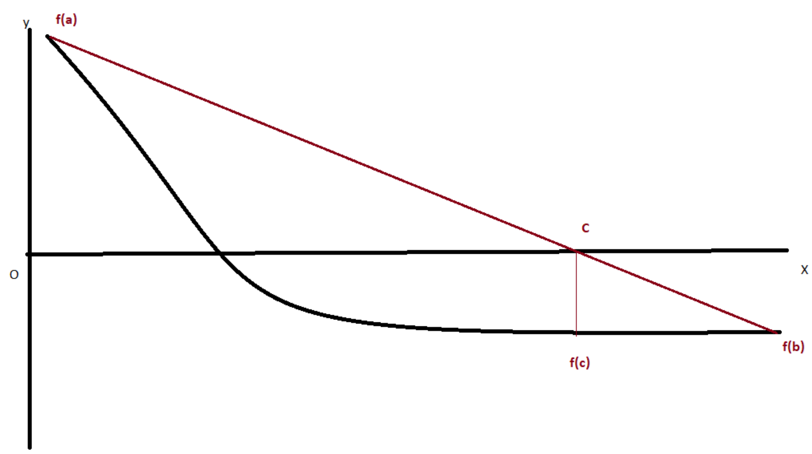
Intelligens Fejlesztőeszkozok - 4. órai jegyzet

Burian Sándor

Október 2022

1 False Position metódus



Intervallum felező + húr módszer:

- 1. húrt húzunk
- 2. megkeressük a húr metszéspontját Ox tengelyen
- 3. *f(c)* és *f(b)* előjele egyezik-e?
- 4. *f(c)* és *f(a)* előjele egyezik-e?

Ekkor az f(a)f(c) szakasz az m1 es az f(c)f(b) az m2.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \tag{1}$$

$$
\begin{gathered}
\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{c-f(b}{c-b}\\
\Rightarrow (c-b)(f(b)-f(a))=(b-a)(-f(b))\\
\Rightarrow (c-b)=-f(b)\dot{}\frac{b-a}{f(b)-f(a)}
\end{gathered}
$$

$$
\Rightarrow c=b-f(b)\dot{}\frac{b-a}{f(b)-f(a)} \tag{2}
$$

2 Newton módszer

$$
x_{n+1}=x_n+\Delta x \tag{3}
$$

ahol:

- $x_n+\Delta x$ newtoni frissítés
- Δx Newtoni lépés

2.1 Newton-Raphson módszer

$$
\Delta x=\frac{f(x)}{f'(x)} \tag{4}
$$

Ekkor két eset lehetséges:

- létezik gyök $\Rightarrow$ konvergál
- nem létezik gyök $\Rightarrow$ divergál

$$
x_{n+1}=x-\gamma\Delta x \tag{5}
$$

ahol $\gamma\in(0,1]$
ha

- $\gamma<\Delta x$ akkor az kevesebb mint 1 lépés
- $\gamma=\Delta x$ akkor az 1 lépés
- $\gamma>\Delta x$ akkor viszalépek az utolsóra

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \tag{6}$$

ahol $x = x_0 + h$

$$\tag{7}$$

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \tag{8}$$

3 Kvázi Newton módszer

általánosságban: $x_{n+1} = x_n - \alpha_n \beta_n^{-1} \nabla f(x_n)$ ahol β_n^{-1} a közelítő értéke a Hesse mátrixnak.

3.1 Broydan módszere

$$[f'(x_0)]_{kozelitve} = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \Rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{[f'(x_k)]_{kozelitve}} \tag{9}$$

$\Rightarrow [f'(x_0)]_{kozelitve} \dot{} (x_k - x_{k-1}) = f(x_k) - f(x_{k-1}) \Rightarrow$

Általánosan: $F(()) : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n J_k(X_k - X_{k-1}) = F(x_k) - F(x_{k-1})$ ahol J_k a jakobi mátrix.

$$\begin{gathered} \Delta X_k = X_k - X_{k-1} | \Delta F(k) = F(x_k) - F(x_{k-1}) \Rightarrow J_k \Delta x_k = \Delta F(x_k) \\ J_k = J_{k-1} + \frac{\Delta F_k - J_{k-1} \Delta x_k}{||\Delta x_2||^2} \Delta x_2^T \\ \Rightarrow X_{n+1} = X_n - J_e^{-1} F(x_k) \end{gathered} \tag{10}$$

Euklédeszi norma: $||A||_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2}$

4 Sherman - Morrison formula

$$(A + uv^T)^{-1} = \frac{A^{-1} uv^T A^{-1}}{1 + v^T A^{-1} u} \Rightarrow$$

$$J_k^{-1} = J_{k-1}^{-1} + \frac{\Delta x_k - J_{k-1}^{-1} \Delta F_k}{\Delta x_k^T J_{k-1}^{-1} \Delta F_k} \tag{11}$$

4.1 Stephenson módszer

Ha a kiindulási hely, $b = g(a)$ és $c = g(b)$ akkor

$$\hat{p} = a \frac{(b-a)^2}{a - 2b + c} \tag{12}$$