

### 3. Otthoni Feladat

September 21, 2022

Tekintsük a következő rendszereket és a zárt alakban adott megoldásaikat:

$$IVP : \begin{cases} y' - \frac{2xy}{x^2+1} = x^3 + x \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$y_{ivp} = x^2 + 1 + \frac{x^4 + x^2}{2}$$

$$IVP : \begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 12x - 4 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 8 \end{cases} \quad (2)$$

$$y_{ivp} = e^{2x} + 3xe^{2x} + 3x + 2$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a y \\ \dot{y} &= -cx + zy \\ \dot{z} &= b - y^2 \end{aligned} \quad (3)$$

A kezdeti feltételek a differenciál egyenletrendszerhez:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0.1 \\ y(0) &= 0.1 \\ z(0) &= 0.1 \end{aligned}$$

A differenciál egyenletrendszerhez tartozó paraméterek:

$$\begin{aligned} a &= 10 \\ b &= 100 \\ c &= 0.3 \end{aligned}$$

Lépésköz:  $h_1 = 10^{-2}$ ,  $h_2 = 10^{-3}$ ,  $h_3 = 10^{-4}$

(Az összes szimulációt mind a három lépésközzel el kell végezni!)

Szimuláció hossza lépésszámban:  $10^5$

Feladatok:

- Számítsa ki a közelítő megoldásokat az összes rendszerhez Euler Módszerét felhasználva Julia-ban.
- Számítsa ki a közelítő megoldásokat az (1), (2) rendszerekhez Runge–Kutta 2 Módszerét felhasználva Julia-ban.
- Számítsa ki a közelítő megoldásokat az (1), (2) Módszerét felhasználva Julia-ban.
- Határozza meg a hibák nagyságát az (1), (2) rendszerekhez az összes numerikus módszerhez.
- Készítse el az ábrákat az összes módszerhez és hibákhoz.
- Végezzen összehasonlítást a zárt alakos és a numerikus módszerek között ábrák segítségével, vizsgálja meg a különböző lépésközök hatását.
- Mindent  $\text{\LaTeX}$ -ben dokumentáljon