

10. fejezet

Mesterséges intelligencia

MI problémák és az útkeresési feladat kapcsolata. Állapottér-reprezentáció. Keresések – lokális keresés, visszalépéses keresés, gráfkeresés – jellemzése. Kétszemélyes játékok. Evolúciós algoritmusok. Mesterséges neuronhálózatok. Automatikus logikai következtetés.

10.1. MI problémák

A mesterséges intelligencia nem pontosan definiált, körülhatárolt tudományterület. (kezdeti célja az emberi gondolkodás reprodukálása volt, ám ez túl nagyra törőnek bizonyult). Szemléletesen a mesterséges intelligencia módszereivel megoldott feladatok általában:

- emberi szemmel tekintve nehezek,
- az algoritmuson túl valamilyen speciális ismeretet, tudást, gyakorlatot, intuíciót igényelnek.

Ennél fogva a MI módszerei az emberi jellegű, intelligens gondolkodás reprodukálása szempontjából hasznos technikákon, elveken nyugszanak.

10.2. Az útkeresési feladat

A mesterséges intelligencia problémáit gyakran kezelhetjük egy gráfban való útkeresési feladatként, ahol a *problématér* elemein, azaz a feladatra adható lehetséges megoldások egy halmazán szomszédossági kapcsolatokat definiálunk, és ezen kapcsolatok mentén keressük a *helyes megoldást* egy rögzített *kiinduló állapot*ból. Speciális esetben a szomszédossági viszonyok valamilyen

elemi transzformációs lépéseket fejeznek ki az állapotok között, ekkor kereshetünk a helyes válaszhoz vezető utat, mely így a megoldás előállításának lépéseit reprezentálja.

Alapvető gráf-fogalmak. Él, utód, szülő, élköltség, út, út hossza, út költsége, út optimális költsége, optimális költségű út.

10.2.1. Definíció (δ -gráf). *Olyan élsúlyozott $(c : A \rightarrow \mathbb{R})$, irányított gráf, melyre teljesül a*

- σ -tulajdonság: $\exists \sigma \in \mathbb{N}$, hogy a gráf minden n csúcsára $|\Gamma(n)| \leq \sigma$ ($\Gamma(n)$ az n csúcs szomszédainak halmaza),
- δ -tulajdonság: a gráf minden élére a c költségfüggvény értéke nem kisebb, mint egy rögzített $\delta \in \mathbb{R}^+$.

10.2.2. Definíció (Gráfrepresentáció). *Egy útkeresési probléma gráfrepresentációja egy irányított (és élsúlyozott) δ -gráfból (N, A, c) , egy $s \in N$ start-csúcsból és a $T \subset A$ célcsúcsok halmazából áll.*

10.2.3. Definíció (Kereső rendszer). *Egy kereső rendszer részei:*

- globális munkaterület: a keresés során megszerzett és megőrzött információk halmaza,
- szabályok: a globális munkaterületet változtató operátorok/függvények,
- vezérlési stratégia: a végrehajtandó szabályt kiválasztó módszerek, melyeket három csoportra bontunk:
 1. elsődleges stratégiák: általános, a feladattól független elvek,
 2. másodlagos stratégiák: a probléma adott reprezentációjától függő módszerek,
 3. heurisztikák: a konkrét feladat ismeretét felhasználó, speciális technikák.

10.3. Állapottér-reprezentáció

10.3.1. Definíció (Állapottér-reprezentáció). *Egy probléma állapottér-reprezentációja négy részből áll:*

- állapotter: a feladat homlokterében álló adat lehetséges értékei,
- Műveletek: állapotból állapotba vezető műveletek – általában egy előfeltételből és az annak teljesülése esetén a globális munkaterületen elvégzendő transzformáció leírásából állnak,
- kezdő állapot: a megoldási folyamat kiindulópontja,
- célállapotok: az elérendő állapotok halmaza.

A probléma megoldása műveletek sorozata, melyek a kezdő állapotból egy célállapotba vezetnek.

Megjegyzés: a problémater itt a lehetséges műveletsorozatok halmaza, mely nyilván nem azonos az állapotterrel.

10.3.2. Definíció (Állapotgráf). Az állapotter-reprezentáció állapotgráfja egy olyan irányított gráf, melynek csúcsai a állapotter elemei (állapotok), és akkor vezet él egy csúcsból egy másikba, ha a két állapot között megvalósítható átmenet valamelyik művelet segítségével.

10.3.3. Definíció (Keresési tér). A keresés általában az állapotgráf folyamatos, keresés közbeni építésével zajlik. Ennek folyamán az állapotgráf torzulhat, pl. ha nem fordítunk gondot a körök felfedezésére. Így a keresési tér az a gráf, ahol a keresés „valójában” keres.

10.3.1. Megjegyzés

1. *Modellek különbözősége:* ugyanannak a problémának sok állapotter-reprezentációs modellje képzelhető el. Általában hasznos azt a modellt választani, amely kevesebb állapotot tartalmaz.

10.4. Keresések

10.4.1. Lokális keresések

Hegymászó módszer

A globális munkaterületen mindig csak az aktuális csúcsot tároljuk, illetve azt a csúcsot, ahonnan ide jutottunk. Egy *célfüggvény* (heurisztika) segítségével minden csúcsra értéket rendelünk, mely maximumát a célcsúcsokban veszi fel. Minden lépésben a szomszédos csúcsok közül a legnagyobb, az aktuális csúcsnál nagyobb értékű csúcsra „lépünk”.

Hátrányok. Csak erős heurisztika esetén sikeres, mivel:

- lokális maximum körül, és ekvidisztans felületen eltévedhet,
- zsákutcába beragadhat.

Tabu-keresés

A hegymászó módszer javítása, melyben a globális munkaterületen néhány korábbi állapotot is nyilvántartunk, és ezekre nem lépünk vissza. Nyilvántartjuk továbbá az eddig legjobbnak bizonyult elemet. A keresés akkor *terminál*, ha az optimális csúcs, illetve annak célfüggvény-értéke sokáig nem változik – vagy célsúcsba értünk.

Hátrányok.

- a tabu-halmaz méretének meghatározására nincs általános elv,
- beragadhat, ha csak tabu-beli elemekre tudna lépni.

Szimulált hűtés

Olyan lokális keresés, ahol a következő elem választása véletlenszerű, és megengedünk esetleg „rosszabb” elemre való lépést is, a különbséggel fordítottan arányos valószínűséggel (pl. ha $e^{\frac{f(r)-f(n)}{T_k}} \geq \text{random}[0, 1]$).

Finomhangolás. Az algoritmus finomhangolható a T_k érték folyamatos változtatásával: ha T_k csökken, az csökkenti a rosszabb elem kiválasztásának valószínűségét (*hűtési ütemterv*).

Értékelés. Aszimptotikusan konvergál egy optimális megoldáshoz, de annak véges lépésen belüli eléréséhez megfelelő hűtési ütemterv (heurisztika) szükséges.

10.4.2. Visszalépéses keresés

Felépítés

- *globális munkaterület*: egy startcsúcsból kiinduló út,
- *szabályok*: az út bővítése egy új csúccsal / visszalépés,

- *elsődleges vezérlési stratégia*: visszalépést csak végszükség esetén hajtunk végre.

Visszalépés feltételei

- zsákutca,
- zsákutca-torkolat (olyan csúcs, ahonnan már minden kivezető utat kipróbáltunk),
- kör,
- mélységi korlát.

Heurisztikák

- *sorrendi heurisztika*: a továbblépés irányának kiválasztása a lehetőségek rangsorolásával,
- *vágó heurisztika*: a lehetőségek közül a nem kellően ígéretesek elhagyása.

Előnyök

- a munkaterület mérete (így a memóriaigény) viszonylag kicsi, a mélységi korláttal is korlátozható,
- könnyen implementálható (pl. rekurzív algoritmusként),
- ha a mélységi korláton belül van megoldás, azt mindig megtalálja.

Hátrányok

- ha a mélységi korláton belül nincs megoldás, akkor az algoritmus megoldás nélkül terminál,
- végtelen gráfban a terminálás nem biztosított,
- véges gráfban mindig terminál, de nem feltétlenül talál optimális megoldást (enne érdekében iterációba szervezhető),
- egy „rossz” lépés egy nagy részgráf felesleges felderítését hozza magával,
- mivel a korábban bejárt utakat nem tartjuk számon, zsákutcák többszöri bejárása előfordulhat.

10.4.3. Gráfkeresés

Felépítés

- *globális munkaterület*: a keresési tér már feltárt részgráfja,
- *szabályok*: egy csúcs kiterjesztése (lezárása, és utódainak felvétele a *nyílt* halmazba),
- *elsődleges vezérlési stratégia*: a legkedvezőbb csúcs kiterjesztésére törekszik a kiértékelő függvény ($f : N \rightarrow \mathbb{R}$),
- *terminálási feltétel*: a munkaterületen megjelenik egy célcsúcs, vagy megakad az algoritmus.

Az algoritmus tehát kezdetben a startcsúcsot tartalmazza a *nyílt* halmazban, és minden lépésben kiterjeszti a legjobb f -értékű csúcsot a *nyílt* halmazból. Nyilván szokás tartani egy *optimális feszítőfát* a feltárt részgráfban, mégpedig úgy, hogy minden csúcshoz tároljuk a *szülő csúcsot* ($\pi(n)$) és az *odavezető út költségét* ($g(n)$).

Körök kezelése

Konzisztenssé tétel

Ha egy csúcshoz jobb utat találtunk, akkor a teljes feltárt részgráfon frissíthetjük az információkat. Ez műveletigényes megoldás.

Visszahelyezés

Ha egy csúcshoz jobb utat találtunk, akkor helyezzük vissza a csúcsot a *nyílt* halmazba! Így, ha az algoritmus újra kiterjeszti, a konzisztencia fokozatosan helyreáll.

Tulajdonságok

10.4.1. Tétel. *A gráfkeresés működése során egy csúcsot legfeljebb véges sokszor terjeszt ki.*

10.4.2. Tétel. *A gráfkeresés véges reprezentációs gráfban mindig terminál, és talál megoldást, ha létezik.*

10.4.3. Tétel (Invariáns tulajdonság). *Legyen n egy tetszőleges, s -ből elérhető csúcs. A gráfkeresés az n csúcs kiterjesztése előtt bármelyik $s \rightarrow n$ optimális úton mindig nyilvántart egy olyan m csúcsot, amelyekre teljesül, hogy*

- $m \in n_{\text{ylt}}$,
- $g(m) = g^*(m)$
- minden m csúcsot megelőző csúcs végleg zárt, azaz minden ilyen k csúcsra $g(k) = g^*(k)$.

Függvények

- g és g^* – a startcsúcsból n -be vezető út aktuális és optimális költsége,
- h és h^* – az n -ből egy célcsúcsba vezető út becsült és optimális költsége (heurisztikus függvény),
- f és f^* – a kiértékelő függvény, illetve az n csúcson át célba vezető, legkisebb költségű út költsége.

Neminformált keresések

| | | |
|--------------------|---------------------------|--|
| mélységi keresés | $f \equiv -g, c \equiv 1$ | végtelen gráfokban csak mélységi korláttal garantált a megoldás |
| szélességi keresés | $f \equiv g, c \equiv 1$ | optimális megoldást ad, egy csúcsot legfeljebb egyszer terjeszt ki |
| egyenletes keresés | $f \equiv g$ | optimális megoldást ad, egy csúcsot legfeljebb egyszer terjeszt ki |

Heurisztikus keresések

| | | |
|---------------------------------|---|--|
| előre tekintő (mohó) keresés | $f = h$ | szeszélyes, eredményessége erősen függ a heurisztikus függvénytől |
| A algoritmus | $f = g + h$ és $h \geq 0$ | mindig talál megoldást, ha létezik |
| A^* algoritmus | A algoritmus, $h \leq h^*$ (megengedhető) és $h(t) = 0$ | mindig optimális megoldást talál |
| A^c (következetes) algoritmus | A algoritmus, $h(n) - h(m) \leq c(n, m)$ (monoton megszorításos) | mindig optimális megoldást talál, és egy csúcsot legfeljebb egyszer terjeszt ki |
| B algoritmus | A algoritmus, F aktuális küszöbérték, HA $\min_f(nylt) < F$, akkor egyenletes keresést használunk | optimális megoldást talál, és egy árkon belül minden csúcsot legfeljebb egyszer terjeszt ki ($\mathcal{O}(n^2)$) |
| B' algoritmus | változó heurisztikájú B algoritmus, mely folyamatosan közelebb viszi a heurisztikus függvényt a monoton megszorításhoz | |

Megjegyzések.

Monoton megszorításos heurisztika. Előállítása nehéz lehet, ezért az A^* algoritmus a leggyakoribb.

Algoritmusok összehasonlítása.

10.4.4. Definíció. Egy h_1 heurisztikus függvény jobban informált h_2 -nél, ha $h_1, h_2 \geq 0$ és $\forall n \in N : h_1 < h_2$.

10.4.5. Tétel. Monoton megszorításos és célban nulla heurisztikájú feladatok esetén az A algoritmus jobb az összes megengedhető algoritmusnál.

10.4.6. Tétel. A megengedhető algoritmusok között nincs jobb az A algoritmusnál.

10.5. Kétszemélyes, véges, teljes információjú játékok

Kétszemélyes, teljes információjú játékok azok, melyekben két játékos felváltva lép (módosít a játék állásán meghatározott szabályok szerint), mindkét játékos a játék folyamán végig tisztában van a jelenlegi állás minden jellemzőjével, és a játékban semmilyen módon nem játszik szerepet a szerencse. A játék zéró összegű, ha amennyit az egyik játékos nyer, annyi veszít a másik.

Megköveteljük még, hogy a játékok véges lépésben véget érjenek, és a végső állásban vagy az egyik játékos nyerjen, vagy az állás döntetlen legyen.

Példák. Grundy mama játéka, Othello, Tic-tac-toe, boroskancsó-játék, ...

10.5.1. Definíció (Játékfa). *Olyan (és/vagy-) fa, melynek gyökerében a kezdő állás, a következő szinteken pedig váltakozva az egyik és a másik játékos lépései által létrehozható állások szerepelnek.*

És/vagy-fát akkor használunk, ha az egyik játékos szemszögéből vizsgáljuk a játékot. Ekkor az adott (pl. A) játékos lehetőségei vagy, a másikéi (B) és kapcsolatban vannak.

10.5.2. Definíció (Nyerő/nem veszítő stratégia). *Az A játékosnak van nyerő/nem veszítő stratégiája, ha a játék teljes, A szemszögéből elkészített és/vagy-fájában van olyan hiperút a kezdőállástól a levelekig, melynek minden levele az A számára kedvező (nyerő/döntetlen) állást reprezentál.*

10.5.3. Tétel (Nyerő/nem veszítő stratégia létezése). *Kétszemélyes, véges, teljes információjú játékokban az egyik játékosnak mindig van nyerő/nem veszítő stratégiája.*

10.5.1. A játékfa részleges kiértékelése

Általában nem érdemes a teljes játékfát kiértékelni a számítási igény miatt. Ehelyett a várhatóan legkedvezőbb lépés meghatározása érdekében egy statikus kiértékelő függvényt definiálunk minden játékfa-csúcsra. Ennek segítségével próbáljuk az aktuális állásból kiinduló kis mélységű kereséssel meghatározni a legkedvezőbbnek tűnő lépést. Legyen a továbbiakban max annak a játékosnak a neve, akinek a szemszögéből az állást vizsgáljuk, és min az ellenfél!

Minimax algoritmus

- Elkészítjük a játékfát rögzített mélységig,
- a levelekre meghatározzuk a kiértékelő függvény értékét,
- a kiszámolt értékeket a gráf élei mentén „felfuttatjuk” a gyökérelemig, *vagy* kapcsolat esetén maximumot, és esetén minimumot képezve a gyermekek értékeiből,
- végül a legfelső (*vagy*) szinten arra lépünk, amerre a legnagyobb függvényértékű gyerekcsúcs található.

Negamax algoritmus

A *minimax algoritmus* technikailag módosított változata, ahol a változtatott maximum-minimumkeresés helyett minden szinten a függvényértékek -1 -szeresét képezzük.

Átlagoló kiértékelés

Szintén a *minimax* algoritmus módosítása, ahol nem a maximumot/minimumot, hanem a néhány legnagyobb/legkisebb függvényértékű gyermekcsúcs átlagát futtatjuk fel a szülőre.

Ez az algoritmus a legjobbnak látszó állapot helyett inkább egy kevésbé jó függvényértékű, de biztonságos részfa felé mozdítja a játékost. Ezzel kijavíthatók a statikus kiértékelő függvény esetleges túlzott „optimizmusai”.

Alfa-béta kiértékelés

A függvényértékek felfuttatására általában minimax algoritmust használó, a memóriaigényt és a számításigényt a biztosan felesleges kiértékelések elhagyásával csökkentő módszer.

Lényege, hogy ha egy szinten egy függvényértéket kiszámítottunk, akkor ez megadja nekünk a következő szinten kialakuló függvényérték egy alsó vagy felső korlátját. Ha egy másik ágon csak ezen a korláton kívül eső érték érkezhethetne, akkor az ág további vizsgálatát elhagyhatjuk.

| | |
|---|--|
| α | max szintjén jelenik meg, a lehetséges maximumérték alsó korlátja |
| β | min szintjén jelenik meg, a lehetséges minimumérték felső korlátja |
| a szabály vágunk, ha $\alpha \geq \beta$ | |

Változó mélységű kiértékelés

Célja, hogy a kiértékelő függvény minden ágon reális értéket mutasson.

Szabály. Egy adott mélységtől kezdve akkor vesszük be egy csúcs utódait a részfába, ha nem teljesül a *nyugalmi teszt* ($|f(szulo) - f(gyerek)| < K$).

10.6. Evolúciós algoritmusok

Felépítés

- *globális munkaterület:* megoldások egy lehetséges halmaza (populáció),
- *szabályok:* szelekciós, rekombinációs, mutációs és visszahelyező operátorok,
- *elsődleges vezérlési stratégia:* a populációra a fenti sorrendben mind a négy operátort alkalmazzuk, így új populációhoz jutunk.

10.6.1. Definíció (Fitness-függvény). *Egy állapot (egyed) rátermettségét jellemző érték, mely várhatóan annál nagyobb, minél közelebb áll az egyed a keresett eredményhez.*

10.6.2. Definíció (Kromoszóma). *Egy egyed állapotát leíró jelsorozat.*

Szelekciós operátorok. A szelekció célja a legrátermettebb egyedek kiválasztása keresztezésre, a kevésbé rátermett egyedek számára is esélyt biztosítva (a rejtőzködő hasznos tulajdonságok elvesztésének megakadályozására és a variabilitás fenntartására).

Rátermettséggel arányos rulettkerék-algoritmus,

Rangsorolás ban elfoglalt hellyel arányos,

Versengés (véletlen egyedcsoportok legjobb egyedei) alapján,

Csonkolás a rátermettség szerinti legjobb néhány egyedből.

Rekombinációs operátorok.

Egy- és többpontos keresztezés esetén ködszakaszokat cserélünk a kromoszómában,

Egyenletes keresztezés kor kódelemeket cserélünk egymással,

Permutációk keresztezése pl. ciklikusan haladva egy kiválasztott elem cseréjétől kezdve,

Köztes rekombináció (tömbökre) esetén a szülők által kifizített hipertégla vagy testátlójának egy eleme lesz az utód.

Mutáció. Egy utód kis mértékű, véletlen módosítása.

Visszahelyezés. Célja a régi populációból és az utódokból az új populáció kialakítása. Jellemző értékei:

- $\text{utodkepzesi rata} = \frac{\text{utodok szama}}{\text{populacio egyedszama}}$
- $\text{visszahelyezesi rata} = \frac{\text{lecserelt egyedek szama}}{\text{populacio egyedszama}}$

10.7. Mesterséges neuronhálózatok

Felhasználási területei például az asszociatív tanulás, optimalizálás, közelítés, osztályozási feladatok.

Felépítés

- *mesterséges neuron*: bemenő értékekből kimenő értéket számoló, esetleg kis belső memóriával rendelkező egység, melynek számítási képlete változtatható,
- *hálózati topológia*: a mesterséges neuronok kapcsolati rendszere (egy neuron kimenete egy vagy több másik neuron egyik bemenetére kapcsolódhat),
- *tanulási szabály*: egy neuron számítási képletét módosító eljárás.

Szokásos topológiák.

- Előrecsatolt, rétegzett topológia.
- Visszacsatolt, rétegzett topológia.
- Hopfield-topológia.

Tanulási szabályok.

- Felügyelt (ismert a várt kimenet).
- Felügyelet nélküli (a várt kimenet nem ismert).
- Analitikus.

Perceptron-modell

10.7.1. Definíció (Általánosított perceptron). *Belső memória nélküli mesterséges neuron, aktivizációs függvénye lehet pl. lépcsős vagy logisztikus, számítási képlete pedig skaláriszorzat-alakú ($\sum_{i=0}^n w_i x_i$).*

10.7.2. Definíció (Perceptron-modell). *Általánosított, lépcsős aktivizációs függvényű perceptronok egyrétegű, előrecsatolt hálójá, felügyelt tanulás-sal.*

Korlátok. A perceptron-modell csak *lineárisan szeparálható* problémák megoldására alkalmas.

Backpropagation-modell

10.7.3. Definíció (Backpropagation-modell). *Logisztikus aktivizációs függvényű, belső állapot nélküli neuronok több rétegű előrecsatolt hálójá, speciális felügyelt tanulással.*

10.8. Automatikus logikai következtetés

10.8.1. Rezolúció

A logikai fogalmak formális bevezetése és a rezolúció módszerének tárgyalása a *Logikáról* szóló, 19. fejezetben található.

Kapcsolódó MI fogalmak. Egyesítő helyettesítés, legáltalánosabb egyesítő, egyesítő algoritmus.

Rezolúciós stratégiák

| | | |
|-----------------------------|--|---|
| szélességi stratégia | rezolvensok sorfolytonos előállítás | sorrendi stratégia |
| klózkok hossza szerint | a rezolválható klózkok közül mindig a legkisebbet rezolváljuk | sorrendi stratégia |
| egységklóz-stratégia | a rezolválandó klózpár egyik fele mindig legyen egységklóz | csak Horn-klózkok esetén teljes |
| lineáris input stratégia | az egyik szülő az előzőleg rezolvált klóz, a másik pedig a kiinduló halmazból származik | csak Horn-klózkok esetén teljes |
| ősrre korlátozott stratégia | a rezolvens klóz egyik szülője a kiinduló klózhalmazból való, vagy a másik szülő egyik őse | teljes |
| támogató halmaz stratégia | a rezolvált klózpár egyike a kiinduló halmaz egy kiválasztott (támogató) részhalmazából származik (sokszor a cél negáltjából származó klózkok) | teljes, ha a támogató halmazon kívül kiinduló klózhalmaz kielégíthető |

Hatékonyág javítása

| | |
|--|---|
| érvényes klózkok elhagyása | <i>érvényes klóz</i> : minden interpretációban igaz |
| befoglaló klózkok elhagyása | egy klóz <i>bennfoglal</i> egy másikat, ha létezik helyettesítés, amelyet a befoglalt klózra alkalmazva az részformulája a befoglalónak |
| idegen literált tartalmazó klózkok elhagyása | <i>idegen literál</i> : olyan literál, mely egyetlen másik klóz komplement literáljával sem rezolválható |

Válaszadás rezolúcióval

Alapelv. A célállítás klózeit negáltjukkal egészítjük ki. Ezek a negált klózkok nem vesznek részt a rezolúcióban, de a megfelelő helyettesítéseket végre-

hajtjuk rajtuk. Az eljárás végén az üres klóz helyett a „válaszformula” jelenik meg.

10.8.2. Alternatív következtetési formák

Az alábbi módszerek a rezolúció „szigorát” igyekeznek csökkenteni bizonytalan helyzetekben (pl. nem teljes vagy túl szigorú axiómarendszer).

Nemmonoton következtetés

Fogalmak.

- Ami nem bizonyítható, az nem igaz.
- Kivételkezelés (default logikai szabály) $\alpha(x) : \beta(x) \rightarrow \gamma(x)$

Valószínűségi következtetés

Fogalmak.

- Valószínűségi háló (feltételes valószínűség alapján).

Procedurális tudásábrázolás

Fogalmak.

- Deklaratív helyett procedurális szabályok (ha *feltétel*, akkor *következmény*) – az átírás nem nehéz.

Objektumalapú következtetés

Fogalmak.

- Objektumok és osztályok, *az-egy* kapcsolat.
- Első-, másod- és harmadrendű attribútumok (tulajdonságok).
- Öröklődés.
- Prioritások (többszörös származtatás esetén).
- Tudásbázis és a kérdés illesztése (legrövidebb út az öröklődések mentén, a prioritások figyelembe vételével).

Értékelés. Kifejező ereje az elsőrendű logikától elmarad, de a következtetési módszer jobban illeszkedik az emberi gondolkodáshoz.