

# Relatório do Módulo 1 de Introdução a Métodos Computacionais em Física - 2019.2

**Aluno:** Gabriel Pereira Souza da Silva

**CPF:** 104.669.334-44

**Curso:** Física - Bacharelado

**Professor:** Leonardo Cabral

- **Apresentação**

Neste módulo, foi trabalhada a resolução numérica para o problema de um corpo em queda livre sob a influência da força de arrasto de algum fluido até atingir a velocidade terminal. Com a introdução de alguns métodos básicos de integração, EDOs relacionadas ao sistema foram resolvidas e alguns gráficos foram construídos para a interpretação física dos resultados. Além disso, uma pequena análise de erros foi realizada, comparando resultados das diferentes formas de integração com a solução analítica do problema.

- **Atividades realizadas**

1) O sistema de duas equações de movimento, uma para a velocidade  $v(t)$  e uma para a altura do corpo  $y(t)$ , foi resolvido utilizando dois métodos de integração de ordens diferentes: Euler-Cromer e Euler-Richardson, ambos escritos na linguagem C. Para facilitar a implementação dos métodos, foram usadas grandezas adimensionais, de forma que, ao omitir constantes e outros parâmetros, o problema torna-se mais geral e simples. Assim, caso haja a necessidade de aplicar os resultados em uma situação específica (dando valores para a aceleração da gravidade ou o coeficiente de arrasto, por exemplo), basta tornar as grandezas dimensionais novamente com esses valores. Além disso, foram considerados dois regimes para o problema: lamelar e turbulento.

Pelo método de Euler-Cromer, de primeira ordem, foram obtidos os seguintes resultados a partir do arquivo texto gerado pelo programa.

Lamelar		
Tempo	Velocidade	Altura
0.1	0.100000	99.994995
0.5	0.409510	99.952400
1.0	0.651322	99.798302
5.0	0.994846	96.390213
10.0	0.999973	91.399940
13.8	1.000000	87.600021
20.0	1.000000	81.400116

Turbulento		
Tempo	Velocidade	Altura
0.1	0.010000	99.999954
0.2	0.200000	99.989998
0.5	0.500000	99.974998
0.8	0.800000	99.959999
1.0	1.000000	99.950005
5.0	1.000000	95.950066
20.0	1.000000	80.950294

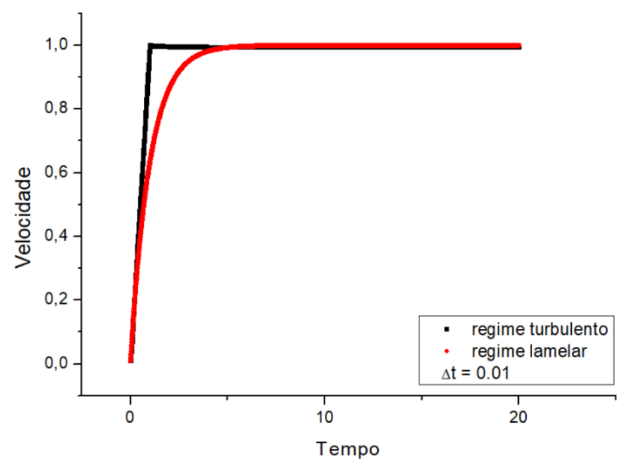
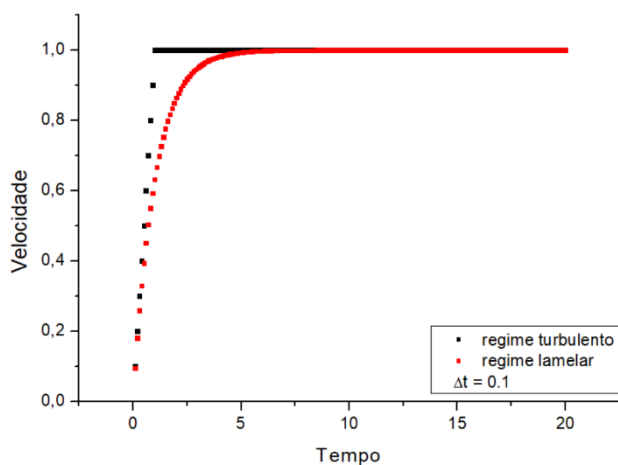
O intervalo de tempo utilizado entre cada iteração foi de  $\Delta t = 0.1$  e a velocidade foi computada em relação à velocidade terminal. Logo, depois de um certo tempo, a velocidade do corpo tende a um, ou seja, a velocidade terminal é atingida. Isso está de acordo com a teoria, pois a aceleração do corpo tende a zero devido ao aumento da força de arrasto. Vemos também que o tempo em que o corpo atinge a velocidade terminal no regime lamelar é muito maior do que o tempo no regime turbulento. Isso também faz sentido, pois no regime turbulento, a força de arrasto é maior, atingindo assim aceleração nula em menos tempo.

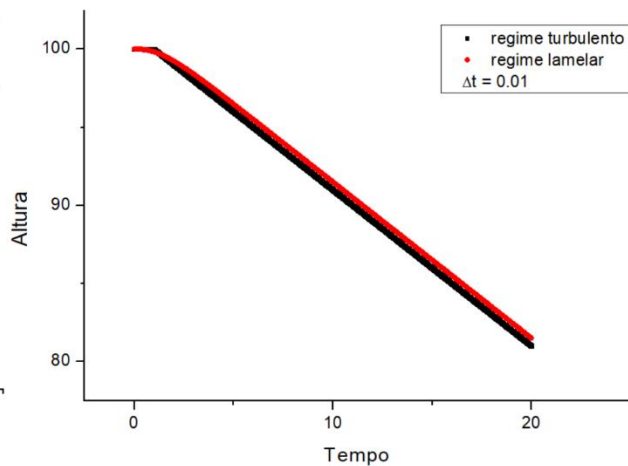
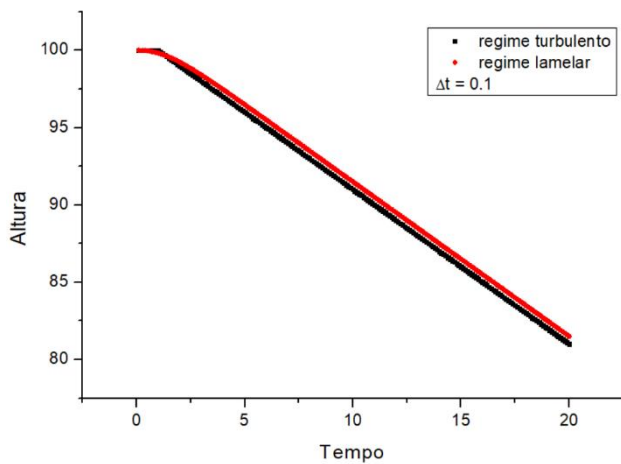
Pelo método de segunda ordem, Euler-Richardson, utilizando o mesmo  $\Delta t = 0.1$ , temos os seguintes resultados.

Lamelar			Turbulento		
Tempo	Velocidade	Altura	Tempo	Velocidade	Altura
0.1	0.095000	99.999512	0.1	0.100000	100.000000
0.5	0.392924	99.970123	0.2	0.200000	100.000000
1.0	0.631459	99.830841	0.5	0.500000	100.000000
5.0	0.993201	96.486450	0.8	0.800000	100.000000
10.0	0.999954	91.499939	1.0	1.000000	100.000000
14.6	1.000000	86.900055	5.0	1.000000	96.000061
20.0	1.000000	81.500137	20.0	1.000000	81.000290

Vemos que os resultados foram bem parecidos utilizando ambos os métodos. A única maior diferença foi no tempo que o corpo atinge a velocidade terminal pelo método de Euler-Richardson, 14.6, um pouco maior do que o encontrado pelo método anterior, 13.8.

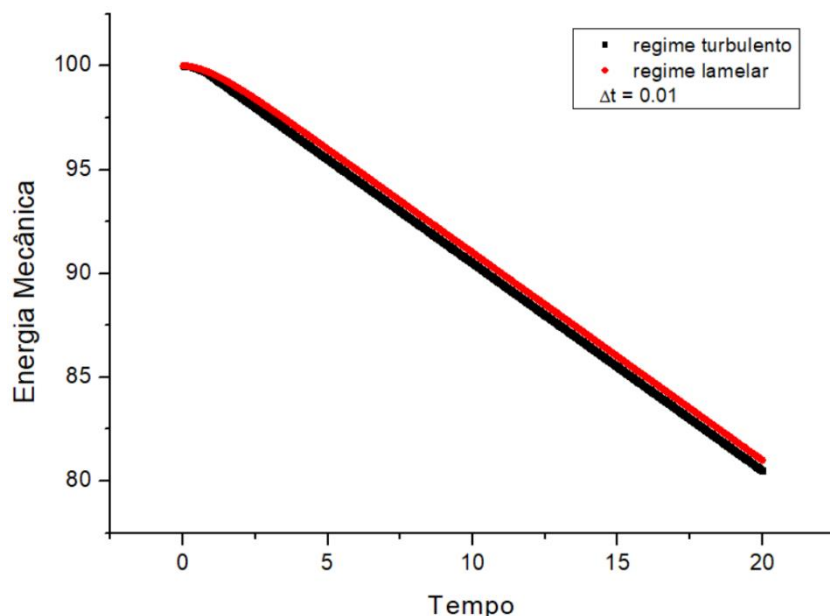
2) A partir dos dados obtidos, temos os seguintes gráficos para  $v(t)$  e  $y(t)$ , respectivamente, para diferentes intervalos de iteração.





Ao diminuir o tempo de interação de 0.1 para 0.01, obtemos mais pontos e uma integração mais detalhada, porém vemos que, nossos resultados não diferem muito entre si. Podemos também observar melhor a diferença no tempo em que o corpo atinge a velocidade terminal no regime lamelar e no turbulento.

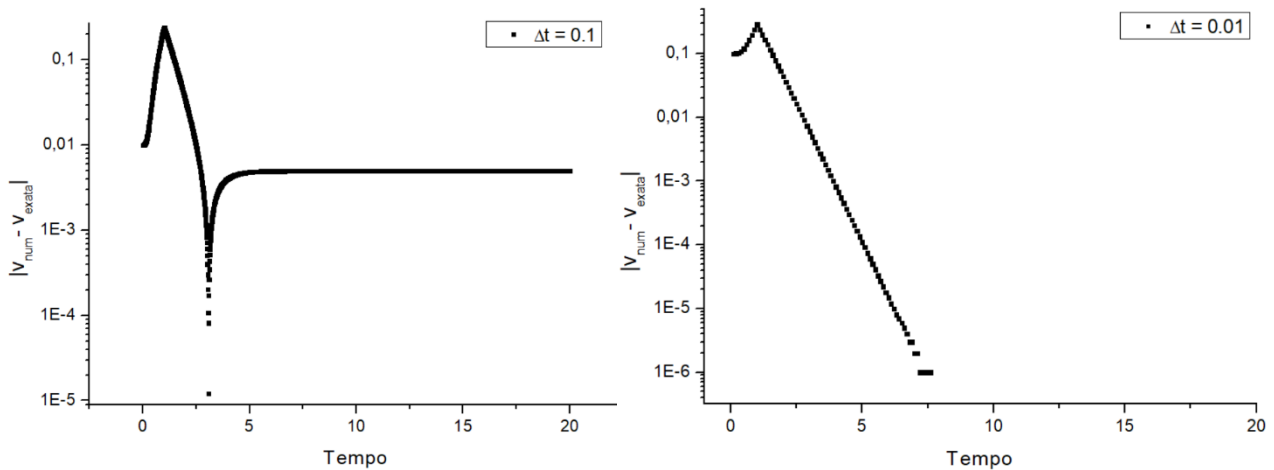
**3)** Sabemos que a energia mecânica do sistema é dada pela energia cinética mais a energia potencial gravitacional. Com os valores da velocidade e da altura podemos construir um gráfico para a energia mecânica. Nessa etapa, também tornamos adimensional a fórmula da energia mecânica.



Imediatamente, já concluímos que a energia mecânica não se conserva. Isso já era esperado, pois a força de arrasto é uma força não conservativa, havendo então dissipação de energia. Vemos também que a energia mecânica praticamente não difere entre os dois regimes. Podemos interpretar também que a energia mecânica é dominada pela energia potencial gravitacional, uma vez que, após atingir a velocidade terminal, a energia cinética também atinge um limite.

**4)** Nesta etapa, lançamos mão da solução analítica do problema para o caso do regime turbulento e comparamos com os valores numéricos para os dois intervalos de tempo já

trabalhados nas etapas anteriores. Construindo gráficos em escala logarítmica da diferença entre a velocidade numérica e a exata temos:



É fácil perceber imediatamente que, ao usarmos um intervalo de tempo menor na integração, a solução numérica se torna praticamente igual a solução exata, com a diferença entre elas convergindo para zero em tempos maiores. Apesar disso, o erro para o intervalo de tempo maior não é tão significativo, pois é, em média, da ordem de duas casas decimais. Assim podemos concluir que o método de integração implementado, Euler-Richardson, é útil para este problema e que os intervalos de tempo de integração utilizados também são suficientes para retratar resultados muito parecidos com o resultado exato.