

Introdução a Métodos Computacionais em Física

Módulo 2

Leonardo Cabral

15 de agosto de 2019



Movimento em 3D: Lançamento de projéteis com rotação

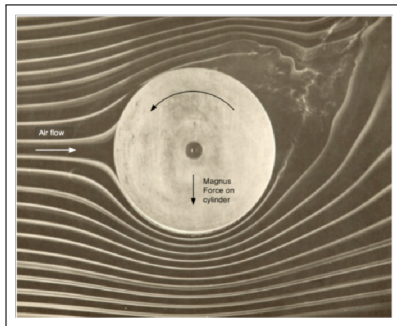
Objetivo 1

Estender a aplicação dos métodos de integração estudados para movimento de corpos em 3D

Objetivo 2

Observar a trajetória de corpos sob ação tanto da força de arrasto como da **força de Magnus**.

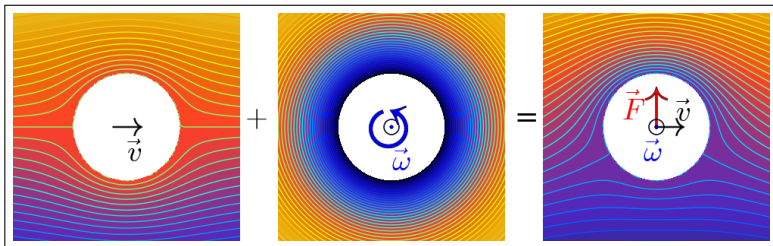
Um corpo que gira e se move translacionalmente em relação a um fluido viscoso sofre a ação da força de Magnus.



F. Brown, "See the wind blow", p. 82, 1971

Movimento em 3D: Lançamento de projéteis com rotação

Modelo simples para força de Magnus (Despreza efeitos importantes!)



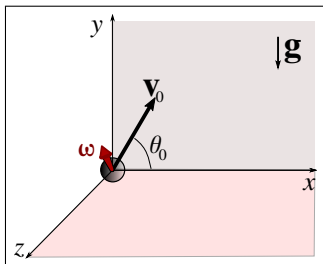
$$v_{top} \sim v + \omega R, \quad v_{bottom} \sim v - \omega R$$

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{constante}, \quad (\text{Eq. de Bernoulli})$$

$$F_{lift} \propto p_{bottom} - p_{top} = \frac{\rho}{2} (v_{top}^2 - v_{bottom}^2) \sim \frac{\rho}{2} [(v + \omega R)^2 - (v - \omega R)^2] = \rho R \omega v$$

$$F_{lift} \propto \omega v$$

Movimento em 3D: Lançamento de projéteis com rotação



Equação de movimento

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \mathbf{g} - C_d |\mathbf{v}| \mathbf{v} + C_M \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}. \quad (2)$$

Tipicamente:

Bola de beisebol: $C_D \approx 6 \times 10^{-3}$ e $C_M \approx 4 \times 10^{-4}$.

Responda as perguntas abaixo e elabore um relatório (em pdf) sucinto descrevendo seus resultados (faça gráficos sempre que necessário para facilitar a descrição)

1. Elabore um programa para determinar a trajetória de uma esfera com velocidade angular de rotação $\omega = \hat{x}\omega_x + \hat{y}\omega_y + \hat{z}\omega_z$, lançada com velocidade inicial $\mathbf{v}_0 = \hat{x}v_{0x} + \hat{y}v_{0y} + \hat{z}v_{0z}$, cuja equação de movimento é descrita pelas Eqs. (1) e (2). Considere $\mathbf{g} = -\hat{y}g$.
2. Execute seu programa e faça gráficos das trajetórias encontradas para diferentes valores de \mathbf{v}_0 e ω . Para simplificar, considere \mathbf{v}_0 de módulo constante e no plano $x - y$, com diferentes ângulos de lançamento θ_0 , assim como ω para os seguintes casos:
 - 2.1 $\omega = 0$;
 - 2.2 $\omega \parallel \mathbf{g}$;
 - 2.3 $\omega \parallel -\mathbf{g}$;
 - 2.4 ω perpendicular ao plano definido por \mathbf{g} e \mathbf{v}_0 ;

Utilize C_D e C_M apropriados para uma bola de beisebol, assim como ω da ordem de 10 rad/s.



cont.

3. Compare os resultados do item anterior com a trajetória parabólica na ausência de forças de arrasto e de Magnus. Quais são as diferenças entre as trajetórias obtidas? Estime as diferenças nas alturas máximas e alcance em relação ao da trajetória parabólica. Estas diferenças são acentuadas? Se sim, em que casos?

Se ainda houver tempo, tente responder as perguntas abaixo:

- 4* Modifique o seu programa para calcular a trajetória de uma partícula de carga q , massa m e velocidade inicial \mathbf{v}_0 em uma região do espaço com campo elétrico \mathbf{E} e magnético \mathbf{B} . Neste caso a partícula está sujeita à força de Lorentz

$$\mathbf{F} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

- 5* Considere \mathbf{E} e \mathbf{B} uniformes. Execute o seu programa para diferentes valores de \mathbf{v}_0 e observe as trajetórias obtidas.

