

RELATÓRIO EP2 - LabNum

Gabriel Ferreira dos Santos Esteves

15453240

Guilherme Kühlkamp Gulka

15caralhada

2025

Contents

1	Introdução	2
2	Materiais e Métodos	2
3	Parte 1: O Zoológico	2
3.1	Os algoritmos desempenham igualmente para imagens em preto e branco e coloridas?	2
3.2	Os algoritmos desempenham igualmente para imagens geradas por funções de classe C2 e de classes inferiores?	4
3.3	Qual a influência do h na interpolação e descompressão? . . .	5
3.4	Como se comporta o erro?	7
3.5	Descompressão única ou gradual?	7
4	Parte 2: A Selva	8
4.1	Os algoritmos desempenham igualmente para imagens em preto e branco e coloridas?	8
4.2	Qual a influência do h na interpolação e descompressão? . . .	10
4.3	Como se comporta o erro?	11

1 Introdução

Neste trabalho foram estudadas a compressão e a descompressão de imagens por meio de dois diferentes métodos de interpolação dos pixels: bilinear e bicúbica. O código produzido recebe uma imagem, comprime-a, para em seguida descomprimi-la e retornar esta imagem .png descomprimida ao usuário. Neste relatório, serão analisados o erro entre as imagens, calculado por meio da fórmula dada pelo enunciado e, além de apresentada a forma como fizemos a implementação, serão respondidas questões levantadas pelo enunciado e por nós ao longo da produção do exercício-programa.

2 Materiais e Métodos

Os códigos utilizados foram produzidos inteiramente em linguagem Octave. O programa foi executado com um computador com processador Intel® Core™ i5-1135G7 2.4GHz, 8GB de memória RAM, e com auxílio do IDE Visual Studio Code®, no sistema operacional Windows® 11.

Para a implementação do método de descompressão, calculamos os valores aproximados pelos polinômios por meio da multiplicação de matrizes de coeficientes, as quais foram formadas resolvendo os sistemas lineares de equações usando os métodos internos do Octave.

Visando a simplificar o código para o método bicúbico, as derivadas foram calculadas antes da interpolação e armazenadas em matrizes de mesma dimensão da imagem comprimida.

3 Parte 1: O Zoológico

3.1 Os algoritmos desempenham igualmente para imagens em preto e branco e coloridas?

Em nossos experimentos, pudemos verificar que, entre as imagens preto e branco e imagens coloridas, **o desempenho dos algoritmos foi o mesmo**. Usamos como referência os erros de interpolação na descompressão dessas imagens, para os quais obtivemos valores muito semelhantes. Embora o erro das imagens coloridas tenha sido ligeiramente maior, atribuímos isso à maior quantidade de canais dessas imagens, o que aumenta a probabilidade de erro.

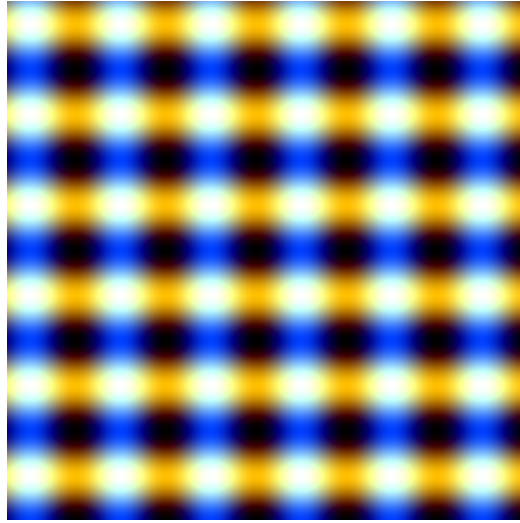
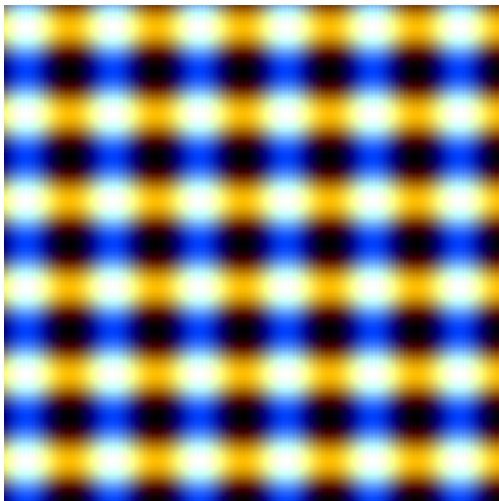
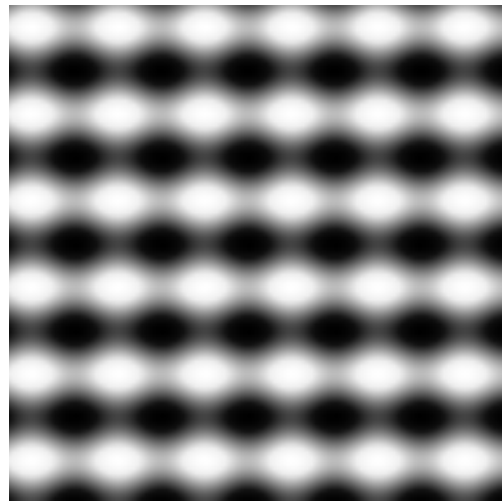


Figure 1: Imagem original



(a) Imagem colorida descomprimida pelo método bicúbico.



(b) Imagem descolorida e descomprimida pelo método bilinear.

Imagem original gerada com a função sugerida no texto do EP, considerando $h = 0.1$. Comprimido com $k = 2$ e descomprimido com $h = 0.4$, $h \in \mathbb{R}$:

Imagem **colorida**:

Erro bilinear: 0.970897 — Erro bicúbico: 2.21734

Imagem **descolorida**:

Erro bilinear: 0.993445 — Erro bicúbico: 2.07464

3.2 Os algoritmos desempenham igualmente para imagens geradas por funções de classe C2 e de classes inferiores?

Imagem original A gerada pela função de classe C2:

$$f(x, y) = \left(255 - \frac{(x - \frac{p^*h}{2})^2 + (y - \frac{p^*h}{2})^2}{100}, 127 + x + y, 127 + y - \frac{(x - \frac{p^*h}{2})^2}{100} \right) \quad (1)$$

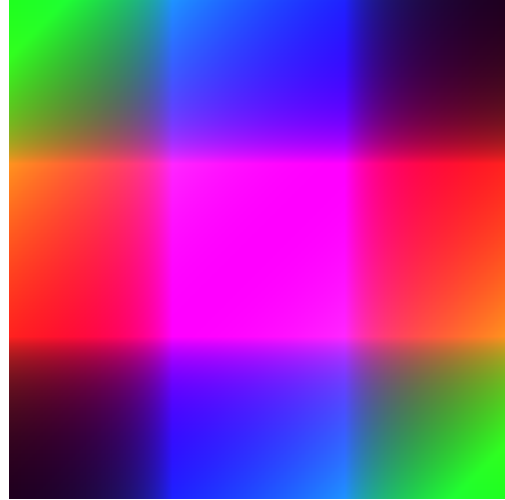
Imagem original B gerada pela função de classe inferior a C2:

$$g(x, y) = \left(\frac{1000}{(x - \frac{p^*h}{2})^2}, (\frac{x + y}{2 - \frac{p^*h}{2}})^2, \frac{1000}{(y - \frac{p^*h}{2})^2} \right) \quad (2)$$

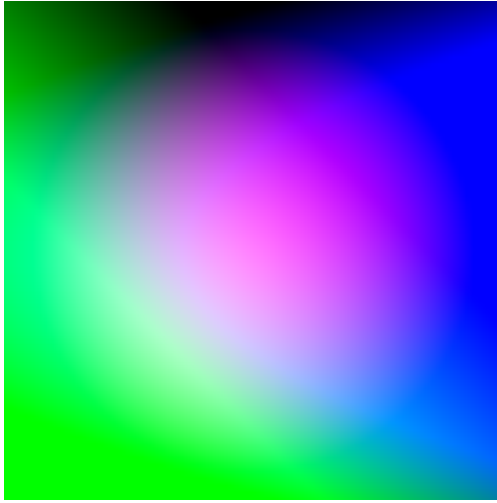
Não, o desempenho não é igual. Podemos ver a diferença entre os erros cometidos ao comprimir e descomprimir as imagens originadas de $f(x, y)$ e de $g(x, y)$ que, apesar de terem ambas um nível de detalhamento parecido, a segunda ainda possui um erro maior, em especial na interpolação bicúbica.



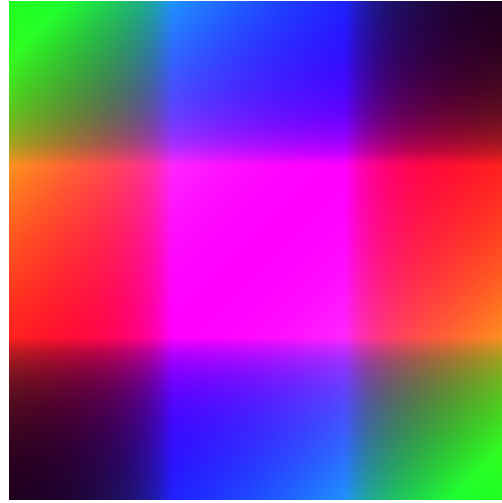
(a) Imagem original A



(b) Imagem original B



(a) Descompressão bilinear



(b) Descompressão bicúbica

Imagem A gerada com $p = 361$ e $h = 1$.

Comprimido com $k = 4$ e descomprimido com $h = 5$, $h \in \mathbb{R}$:

Erro bilinear: 0.300643 — Erro bicúbico: 0.746284

Imagem B gerada com $p = 361$ e $h = 0.1$

Comprimido com $k = 4$ e descomprimido com $h = 0.5$, $h \in \mathbb{R}$:

Erro bilinear: 0.770426 — Erro bicúbico: 1.11136

3.3 Qual a influência do h na interpolação e descompressão?

As imagens do Zoológico, geradas por funções definidas, possuem, cada uma, um $h \in \mathbb{R}$ com os quais elas foram definidas. Em tese, usando um h_2 próximo o suficiente de h , o erro irá diminuir pois isso aproximaria a interpolação calculada da função real, o que resultaria numa imagem final bem próxima à imagem original.

Contudo, nesse experimento, o erro da interpolação bicúbica aumentou. Acreditamos que isso se deve ao erro de aproximação das derivadas. Sugerimos que esse talvez seja também o motivo da interpolação bicúbica ter erro maior que a interpolação bilinear em todos os experimentos até o momento.

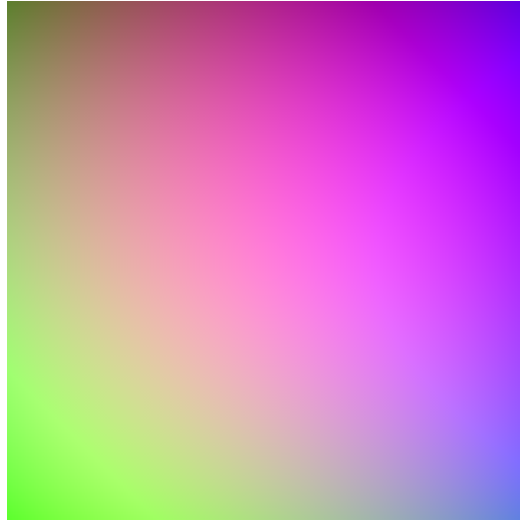
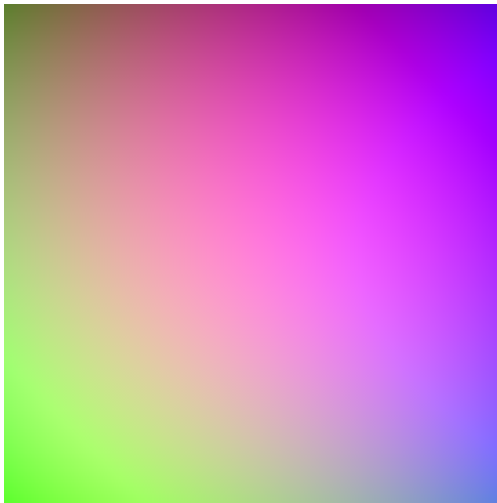
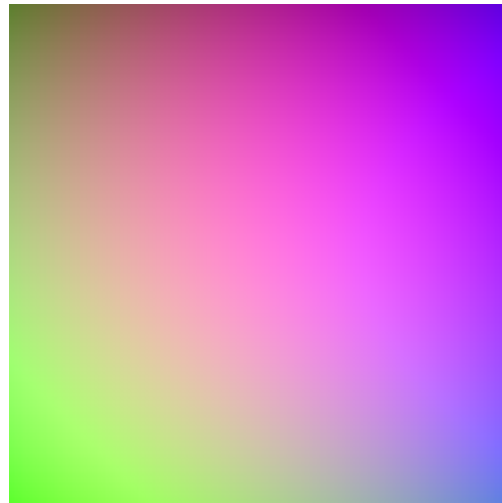


Figure 5: Imagem original



(a) Imagem descomprimida com bilinear e $h = 3$.



(b) Imagem descomprimida com bicúbico e $h = 3000$.

Imagem original gerada com $f(x, y)$ e $h = 0.5$. Comprimido com $k = 5$
Descomprimido com $h = 3$ (h correto):

Erro bilinear: 0.31241 — Erro bicúbico: 0.562137

Descomprimido com $h = 3000$ (h errado):

Erro bilinear: 0.312461 — Erro bicúbico: 0.524879

3.4 Como se comporta o erro?

Como observado nos experimentos anteriores, o erro aumenta proporcionalmente ao grau k de compressão da imagem e à sua complexidade de detalhes.

3.5 Descompressão única ou gradual?

Ao experimentar descomprimir 3 vezes com $k = 1$, e comparar com a descompressão única com $k = 7$, chegamos aos resultados abaixo. O comportamento do erro das descompressões é tanto interessante quanto inesperado, visto que é um resultado contra-intuitivo.

Descomprimindo 1x com $k = 7$:

Erro bilinear: 0.398383 — Erro bicúbico: 0.907836

Descomprimindo 3x com $k = 1$:

Erro bilinear: 0.612658 — Erro bicúbico: 0.614594

4 Parte 2: A Selva

4.1 Os algoritmos desempenham igualmente para imagens em preto e branco e coloridas?

Em concordância com a Parte 1, obtivemos erros muito semelhantes entre as imagens preto e branco e as imagens coloridas, com o erro das imagens coloridas ligeiramente maior, também pela quantidade de canais.



Figure 7: Imagem original



(a) Imagem descomprimida com bilinear e $h = 0.1$.



(b) Imagem descolorida e descomprimida com bicúbico e $h = 0.1$.

Comprimido com $k = 2$ e descomprimido com $h = 0.1$

Imagem **colorida**:

Erro bilinear: 4.60173 — Erro bicúbico: 4.57712

Imagem **descolorida**:

Erro bilinear: 4.57381 — Erro bicúbico: 4.5446

4.2 Qual a influência do h na interpolação e descompressão?

Como a imagem da Selva não foi gerada por uma função definida, temos, em contraste com a seção anterior (Zoológico), que não necessariamente existe um $h \in \mathbb{R}$ onde o erro da interpolação seria mínimo. Assim, na imagem podem haver vários pontos de mínimo, o que torna h pouco relevante.



Figure 9: Imagem original



(a) Descompressão
bicúbica com
 $h = 0.00001$



(b) Descompressão bilin-
ear com $h = 1$



(c) Descompressão
bicúbica com
 $h = 100000$

Comprimido com $k = 2$
Descompressão com $h = 1$:

Erro bilinear: 9.61775 — Erro bicúbico: 9.80288

Descompressão com $h = 0.00001$:

Erro bilinear: 9.61775 — Erro bicúbico: 9.62917

Descompressão com $h = 10000$:

Erro bilinear: 9.61775 — Erro bicúbico: 9.62916

Note que o erro diminui independentemente do valor de h , o que reforça, como explicado anteriormente, que não há um h único de mínimo para a imagem.

4.3 Como se comporta o erro?

Como observado nos experimentos anteriores, o erro aumenta proporcionalmente a k e à sua complexidade de detalhe.