

Avaliador de expressões matemáticas

Considere a soma de A mais B. Imaginamos a aplicação do operador “+” sobre os operandos A e B, e escrevemos a soma como A + B. Essa representação particular é chamada infixa. Existem duas notações alternativas para expressar a soma de A e B usando os símbolos A, B e +. São elas:

+AB prefixa (conhecida por notação polonesa)

AB+ pós-fixa (notação polonesa inversa)

Os prefixos “pre”, “pós” e “in” referem-se à posição relativa do operador em relação aos dois operandos. Na notação prefixa, o operador precede os dois operandos; na notação pós-fixa, o operador é introduzido depois dos dois operandos e; na notação infixa, o operador aparece entre os dois operandos. Na realidade, as notações prefixa e pós-fixa não são tão incômodas de usar como possam parecer a princípio. Por exemplo, uma função em C para retornar a soma dos dois argumentos, A e B, é chamada por `add(A,B)`. O operador `add` precede os operandos A e B. Examinemos agora alguns exemplos adicionais. A avaliação da expressão $A + B * C$, conforme escrita em notação infixa, requer o conhecimento de qual das duas operações, + ou *, deve ser efetuada em primeiro lugar. No caso de + e *, “sabemos” que a multiplicação deve ser efetuada antes da adição (na ausência de parênteses que indiquem o contrário). Sendo assim, interpretamos $A + B * C$ como $A + (B * C)$, a menos que especificado de outra forma. Dizemos, então, que a multiplicação tem precedência sobre a adição. Suponha que queiramos reescrever $A + B * C$ em notação pós-fixa. Aplicando as regras da precedência, converteremos primeiro a parte da expressão que é avaliada em primeiro lugar, ou seja a multiplicação. Fazendo essa conversão em estágios, obteremos:

$A+(B*C)$	Parênteses para obter ênfase
$A+(BC*)$	Converte a multiplicação
$A(BC*)+$	Converte a adição
$ABC*+$	Forma pós-fixa

As únicas regras a lembrar durante o processo de conversão é que as operações com a precedência mais alta são convertidas em primeiro lugar e que, depois de uma parte da expressão ter sido convertida para pós-fixa, ela deve ser tratada como um único operando. Examine o mesmo exemplo com a precedência de operadores invertida pela inserção deliberada de parênteses.

$(A + B) * C$	Forma infixa
$(AB+) * C$	Converte a adição
$(AB+)C*$	Converte a multiplicação
$AB+C*$	Forma pós-fixa

Nesse exemplo, a adição é convertida antes da multiplicação por causa dos parênteses. Ao passar de $(A + B) * C$ para $(AB+) * C$, A e B são os operandos e + é o operador. Ao passar de $(AB+) * C$ para $(AB+)C*$, $(AB+)$ e C são operandos e * é o operador. As regras para converter da forma infixa para a pós-fixa são simples, desde que você conheça as regras de precedência. Consideramos cinco operações binárias: adição, subtração, multiplicação, divisão e exponenciação. As quatro primeiras estão disponíveis em C e são indicadas pelos conhecidos operadores +, -, * e /. A quinta operação, exponenciação, é representada pelo operador ^. O valor da expressão $A ^ B$ é A elevado à potência B, de maneira que $3 ^ 2$ é 9. Veja a seguir a ordem de precedência (da superior para a inferior) para esses operadores binários:

Exponenciação
Multiplicação / Divisão
Adição / Subtração

Quando operadores sem parênteses e da mesma ordem de precedência são avaliados, pressupõe-se a ordem da esquerda para a direita, exceto no caso da exponenciação, em que a ordem é supostamente da direita para a esquerda. Sendo assim, $A + B + C$ significa $(A + B) + C$, enquanto $A ^ B ^ C$ significa $A ^ (B ^ C)$. Usando parênteses, podemos ignorar a precedência padrão.

Apresentamos os seguintes exemplos adicionais de conversão da forma infixa para a pós-fixa. Procure entender cada um dos exemplos (e fazê-los por contra própria) antes de prosseguir com o restante deste trabalho.

Forma Infixa	Forma pós-fixa
$A+B$	$AB+$
$A+B-C$	$AB+C-$
$(A+B)*(C-D)$	$AB+CD-*$
$A^B*C-D+E/F/(G+H)$	$AB^C*D-EF/GH+/+/+$
$((A+B)*C-(D-E))^(F+G)$	$AB+C*DE--FG+^$
$A-B/(C*D^E)$	$ABCDE^*/-$

Uma questão imediatamente óbvia sobre a forma pós-fixa de uma expressão é a ausência de parênteses. Examine as duas expressões, $A + (B * C)$ e $(A + B) * C$. Embora os parênteses em uma das expressões sejam supérfluos (por convenção, $A + B * C = A + (B * C)$), os parênteses na segunda expressão são necessários para evitar confusão com a primeira. As formas pós-fixas dessas expressões são:

Forma Infixa	Forma pós-fixa
$A+(B*C)$	$ABC*+$
$(A+B)*C$	$AB+C*$

Não existem parênteses nas duas expressões transformadas. A ordem dos operadores nas expressões pós-fixas determina a verdadeira ordem das operações, ao avaliar a expressão, tornando desnecessário o uso de parênteses.

Ao passar da forma infixa para a pós-fixa, abrimos mão da possibilidade de observar rapidamente os operandos associados a um determinado operador. Entretanto, obtemos uma forma não-ambígua da expressão original sem o uso dos incômodos parênteses. Na verdade, a forma pós-fixa da expressão original poderia parecer mais simples, não fosse o fato de que ela parece difícil de avaliar. Por exemplo, como saberemos que, se $A = 3$, $B = 4$ e $C = 5$, nos exemplos anteriores, então $3\ 4\ 5\ * +$ equivalerá a 23 e $3\ 4 + 5\ *$ equivalerá a 35?

Considerando o conteúdo exposto acima, pede-se para criar um programa que seja capaz de avaliar uma expressão infixa. Para criar tal programa, sugere-se, a princípio, criar uma função que seja capaz de converter uma expressão da forma infixa para a forma pós-fixa. Uma vez que a expressão pós-fixa é obtida, pode-se facilmente implementar, através de pilhas, um programa para avaliar a expressão pós-fixa, que é, em essência, equivalente a expressão infixa original.

O programa a ser construído deverá, antes de avaliar a expressão infixa, verificar se a expressão é sintaticamente válida. Ou seja, se o número de operandos, operadores e parênteses é correto, além da sua posição dentro da expressão (que pode ser representada por uma cadeia de caracteres). Por exemplo, a seguinte expressão é inválida: $(\ 3\ (+\ 5\))$, pois embora tenhamos o número correto de parênteses, operandos e operadores, a posição do segundo parênteses de abertura é inválida. Considere que as expressões serão compostas por números de um único algarismo (ou seja, 0, 1, 2, ..., 8 e 9), as cinco operações apresentadas anteriores, e parenteses. O programa deve detectar automaticamente a ordem de precedência das operações (sugestão: através da comparação do elemento no topo da pilha e o operador lido). Ao final, o programa deverá apresentar o valor numérico da expressão avaliada, por exemplo, para a expressão $3 + 5 * 14 / (4 + 3)$ o valor a ser apresentado será 13.

Data de entrega: 02/07/2016

BOM TRABALHO !