Aluna: Gabriela Barrozo Guedes
Matricula: 16/0121612

Atividade 1 – Conteúdo 7

- Resolva os seguintes problemas manualmente e por meio de programação em MATLAB:

Problema 1

Considere a EDO de primeira ordem a seguir:

$$\frac{dy}{dt} = y + t^3 \quad \text{de} \quad t = 0{,}5 \quad \text{a} \quad t = 2 \quad \text{com} \quad y(0{,}5) = -1$$

Resolva utilizando método de Euler e do ponto central com $h = 0{,}5$.

Problema 2

Considere o seguinte sistema de duas EDOs:

$$\frac{dx}{dt} = xt - y \quad \frac{dy}{dt} = yt + x \quad \text{de} \quad t = 0 \quad \text{a} \quad t = 1{,}2 \quad \text{com} \quad x(0) = 1 \quad \text{e} \quad y(0) = 0{,}5.$$

Resolva o sistema utilizando o método de Euler e Euler modificado com $h = 0{,}4$.

Obs. : Utilize pelo menos seis algarismos significativos com arredondamento para fazer os cálculos.

Questões Resolvidas:

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB __/__/__

Problema 1

$f(t, y) = \frac{dy}{dt} = y + t^3 \quad t_0 = 0,5 \quad t_{final} = 2$

$h = 0,5 \quad y_0 = -1$

Euler:

$t_1 = 1$

$y_1 = y_0 + h \cdot f(t_0, y_0) = -1 + 0,5(0,5^3 + (-1)) = -1,43750$

$t_2 = 1,5$

$y_2 = y_1 + h\, f(t_1, y_1) = -1,43750 + 0,5(-1,45750 + 1^3)$

$y_2 = -1,65625$

$t_3 = 2$

$y_3 = y_2 + h\, f(t_2, y_2) = -1,65625 + 0,5(-1,65625 + 1,5^3)$

$y_3 = -7,96875 \cdot 10^{-1}$

Ponto central:

$y_{m_n} = y_n + f(x_n, y_n) \cdot h/2$

$y_{n+1} = y_n + f(x_{m_n}, y_{m_n}) \cdot h$

$x = t$

$t_1 = 1 \quad t_{m_0} = 0,75$

$y_{m_0} = y_0 + f(y_0, t_0) \cdot h/2 = -1 + (-1 + 0,5^3) \cdot 0,25 = -1,21875$

$y_1 = y_0 + f(y_{m_0}, t_{m_0}) \cdot h = -1 + (-1,21875 + 0,75^3) \cdot 0,5 = -1,39844$

$t_2 = 2,5 \quad t_{m_1} = 1,25$

$y_{m_2} = y_1 + f(t_1, y_1) \cdot h/2 = -1,39844 + (-1,39844 + 1^3) \cdot 0,25 = -1,49805$

$y_2 = y_0 + f(y_{m_1}, t_{m_1}) \cdot h = -1,39844 + (-1,49805 + 1,25^3) \cdot 0,5$

$= -1,17090$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB

__/__/__

$t_3 = 2 \quad t_{m2} = 1,75$

$y_{m2} = y_2 + f(y_2, t_2)\, h/2 = -1,17090 + (-1,17090 + 1,5^3) \cdot 0,25$
$= -0,619875$

$y_3 = y_2 + f(y_{m2}, t_{m2}) \cdot h = -1,17090 + (-0,619875 + 1,75^3)$
$= 2,19885$

Problema 2 - euler

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} + h \cdot \begin{bmatrix} x_k t_k - y_k \\ y_k t_k + x_k \end{bmatrix}$$

$x_1 = 1 + 0,4(1,0 - 0,5) = 0,8$
$y_1 = 0,5 + 0,4(0,5 \cdot 0 + 1) = 0,9$

$x_2 = 0,8 + 0,4(0,8 \cdot 0,4 - 0,9) = 0,568$
$y_2 = 0,9 + 0,4(0,9 \cdot 0,4 + 0,8) = 1,364$

$x_3 = 0,568 + 0,4(0,568 \cdot 0,8 - 1,364) = 0,20416$
$y_3 = 1,364 + 0,4(1,364 \cdot 0,8 + 0,368) = 2,02768$

$x_4 = 0,20416 + 0,4(0,20416 \cdot 1,2 - 2,02768) = -0,508915$
$y_4 = 2,02768 + 0,4(2,02768 \cdot 1,2 - 0,20416) = 3,082630$

Problema 2 - euler modificado

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = xt - y \\ \frac{dy}{dt} = yt + x \end{cases}$$

$t = 0$ a $t = 1,2$ $\quad h = 0,4$

$x(0) = 1$

$y(0) = 0,5$

$$N = \frac{1,2 - 0}{0,4} = 3$$

$x_i' = x_i t_i - y_i$ $\quad x_i^* = x_i + h\, K1x_i$ $\quad x_{i+1} = x_i + h\left(\frac{K1x_i + K2x_i}{2}\right)$

$y_i' = y_i t_i + x_i$ $\quad y_i^* = y_i + h\, K1y_i$ $\quad y_{i+1} = y_i + h\left(\frac{K1y_i + K2y_i}{2}\right)$

t	x	y	x'(K1x)	x*	x*'(K2x)
0	1	0,5	-0,5	0,8	0,32 - y
0,4	0,466929	0,865385	-0,678616	0,195477	0,156382 - y
0,8	0,105049	1,287135	-1,203090	-0,376189	0,451427 - y
1,2	-0,576736	~~[illegible]~~ 1,754399			

y'(K1y)	y*	y*'(K2y)
1	0,9	0,36 + x
0,813083	1,90618	1,930018 + x
0,924659	1,656399	1,988398 + x

$x(3) = -0,576736$

$y(3) = 1,754399$