Aluna: Gabriela Barrozo Guedes
Matrícula: 16/0121612

Lista 6

Questões:

Exercício 1

Seja

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
f(x)	1.0	1.2408	1.5735	2.0333	2.6965

Calcular $I = \int_{0.0}^{0.8} f(x)\, dx$.

Calcule a integral utilizando o método do valor médio

Exercício 2

Qual o erro cometido na aproximação de $\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1)dx$ pela regra dos Trapézios com quatro subintervalos?

Exercício 3

Seja $I = \int_0^1 e^x\, dx$.

Calcule uma aproximação para I usando as regras dos Trapézios e 1/3 de Simpson com $h = 1/10$.

Exercício 4

Seja $I = \int_0^{10} e^{-x}\, dx$.

Calcular usando a fórmula da Quadratura Gaussiana com dois pontos.

Respostas:

Exercício 1

$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)\cdot(b-a)$

$a = 0 \qquad f(a) = 1$

$b = 0{,}8 \qquad f(b) = 2{,}6965$

$f(c) = \dfrac{(f(a)+f(b))}{2} = \dfrac{3{,}6965}{2} = 1{,}84825$

$\int_0^{0,8} f(x)\,dx = 1{,}84825\cdot(0{,}8-0)$

$= \underline{1{,}4786}$

Exercício 2

$\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1)\,dx$ com 4 subintervalos

$h = \dfrac{4-0}{4} = 1$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	1	19	73	181

$f(0) = 3(0)^3 - 3\cdot 0 + 1 = 1$

$f(1) = 3\cdot(1)^3 - 3\cdot 1 + 1 = 1$

$f(2) = 3\cdot(2)^3 - 3\cdot 2 + 1$

$f(2) = 24 - 6 + 1 = 19$

$f(3) = 3\cdot(3)^3 - 3\cdot 3 + 1$

$f(3) = 81 - 9 + 1 = 73$

$f(4) = 3(4)^3 - 3\cdot 4 + 1$

$f(4) = 192 - 12 + 1$

$f(4) = 181$

$\int_0^4 (3x^3 - 3x + 1)\,dx \approx \dfrac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\left(f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)\right) + f(x_4)\right]$

$= \dfrac{1}{2}\left[1 + 2(1 + 19 + 73) + 181\right]$

$= \dfrac{368}{2} = 184$

Calculando o erro

$$|E| \leq n \cdot \frac{h^3}{12} \max |f''(c)|$$

$$|E| \leq 4 \cdot \frac{1^3}{12} \cdot 72$$

$$\boxed{|E| \leq 24}$$

$f(x) = 3x^3 - 3x + 1$

$f'(x) = 9x^2 - 3$

$f''(x) = 18x$

$f''(4) = 72$

Exercicio 3

a) Trapezio

$$\int_0^1 e^x dx$$

$f(0) = 1$

$f(1) = 2{,}718282$

$$I = \frac{f(a) + f(b)}{2}(b-a)$$

$$I = \frac{1 + 2{,}718282}{2} \cdot (1-0)$$

$$\boxed{I = 1{,}859141}$$

b) Simpson 1/3

$x_1 = a \qquad x_2 = \frac{a+b}{2} \qquad x_3 = b$

$f(x_2) = e^{0,5} = 1{,}648721 \qquad h = \frac{1}{10}$

$$I = \frac{h}{3}\left[f(x_1) + 4f(x_2) + f(x_3)\right]$$

$$I = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} \left[1 + 4(1{,}648721) + 2{,}718282\right]$$

$$\boxed{I = 0{,}3437722}$$

Exercicio 9

$a = 0$
$b = 10$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-1}^{1} f\left(\frac{(b-a)t + b + a}{2}\right) \frac{(b-a)}{2} dt$$

$$= \int_{-1}^{1} f\left(\frac{(10-0)t + 10 + 0}{2}\right)\left(\frac{10-0}{2}\right) dt$$

$$= \int_{-1}^{1} f(5(t+1)) \cdot 5 \, dt$$

$$= 5 \int_{-1}^{1} f(5(t+1)) \, dt$$

$f(x) = e^{-x}$

$$\int_{-1}^{+1} f(5(t+1))dt = \int_{-1}^{+1} e^{-(5(t+1))} dt \simeq C_1 e^{-5(t_1+1)} \; C_2 e^{-5(t_2+1)}$$

$C_1 = C_2 = 1 \qquad t_1 = -0{,}57735 \qquad t_2 = 0{,}57735$

$$\int_{-1}^{1} f(5(t+1))dt = 1 \cdot e^{-2{,}11325} + 1 \cdot e^{-7{,}88675}$$

$$= 3{,}75689 \cdot 10^{-4} + 1{,}20845 \cdot 10^{-1}$$

$$= 1{,}21221 \cdot 10^{-1}$$

$$\int_0^{10} f(x)dx = 5 \cdot 1{,}21221 \cdot 10^{-1} = 6{,}06105 \cdot 10^{-1}$$

Resultado dos exercícios no MatLab:

```
[ Toothless:Lista06 gabibs ]$  (master) octave lista06_160121612.m
Exercicio 1:
A resposta da integral é:
 1.4786
----------
Exercicio 2:
O resultado da integral da função f é:
 184
O erro é menor que:
 24
----------
Exercício 3:
a) Resultado pela fórmula do Trapézio:
 1.8591
b) Resultado pela formula de Simpson 1/3:
 0.34377
----------
Exercício 4:
O resultado da integral é:
 0.60610
----------
[ Toothless:Lista06 gabibs ]$  (master)
```