

PRÁCTICA 3: divide y vencerás

Gabriel García Martínez L.6



15 de marzo de 2023

algoritmia

**Las mediciones han sido realizadas con un ordenador con las siguientes características:**

Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz

8,00 GB (7,87 GB usable)

**SUSTRACCIÓN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | SUSTRACCIÓN 1 | | SUSTRACCIÓN 2 | | SUSTRACCIÓN 3 | | SUSTRACCION 4 | |
| n | t(10-9 s) | limite | t(10-9 s) | Limite | t(10-9 s) | limite | t(10-9 s) | limite |
| 1 | 0,28 | 1000000000 | 6,30 | 10000000 | 0,48 | 100000000 | 0,26 | 1000000000 |
| 2 | 3,42 | 1000000000 | 15,30 | 10000000 | 16,90 | 100000000 | 0,92 | 1000000000 |
| 4 | 8,81 | 1000000000 | 30,10 | 10000000 | 112,61 | 100000000 | 38,00 | 10000000 |
| 8 | 16,10 | 10000000 | 71,10 | 10000000 | 1.386,00 | 1000000 | 278,10 | 10000000 |
| 16 | 31,00 | 10000000 | 245,80 | 10000000 | 346.500,00 | 10000 | 27.700,00 | 10000 |
| 32 | 54,50 | 10000000 | 850,40 | 10000000 | 12.201.000.000,00 | 1 | 93.000.000,00 | 1 |
| 64 | 124,60 | 10000000 | 3.232,20 | 10000000 | >25 min |  | >25 min |  |
| 128 | 248,40 | 10000000 | 11.900,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 256 | 499,00 | 10000000 | 40.900,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 512 | 975,30 | 10000000 | 151.300,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 1024 | 1.620,00 | 100000 | 589.100,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 2048 | 4.520,00 | 100000 | 2.342.800,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 4096 | 8.550,00 | 100000 | 9.342.100,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 8192 | 17.330,00 | 100000 | 37.234.600,00 | 10000 |  |  |  |  |
| 16384 | 35.560,00 | 100000 | 35.400.000,00 | 10 |  |  |  |  |
| 32768 | 72.950,00 | 100000 | 126.300.000,00 | 10 |  |  |  |  |

Como se puede observar en la gráfica, la complejidad de sustracción 1 es O(n), la complejidad de sustracción 2 es O(n2), la de 3 es O(2n) y de 4 O(3n/2). Por lo que la curva de Sustracción 3 es la más pronunciada. Comprobaciones:

Sustracción 1:

n1=64 n2=128 t1=124,6 (10-9 s)

t2= 249,2(10-9 s) ≈ 248,4(10-9 s)

Sustracción 2:

n1=16 n2=32 t1=245,8 (10-9 s)

t2= 983,2(10-9 s) ≈ 850,4(10-9 s)

Sustracción 3:

n1=2 n2=4 t1=16,9 (10-9 s)

t2= 67,6(10-9 s) ≈ 112,61(10-9 s)

Sustracción 4:

n1=4 n2=8 t1=38 (10-9 s)

t2= 342(10-9 s) ≈ 278,1(10-9 s)

**DIVISIÓN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **DIVISIÓN 1** | | **DIVISIÓN 2** | | **DIVISIÓN 3** | | **DIVISIÓN 4** | |
| **N** | t (10-7 s) | Límite | t (10-7 s) | Límite | t (10-7 s) | Límite | t (10-7 s) | Límite |
| **100** | 0,39 | 10000000 | 5,70 | 100000 | 2,40 | 100000 | 99,00 | 10000 |
| **200** | 0,57 | 10000000 | 12,10 | 100000 | 6,80 | 100000 | 159,00 | 10000 |
| **400** | 1,09 | 10000000 | 16,60 | 100000 | 8,50 | 100000 | 702,00 | 10000 |
| **800** | 2,04 | 10000000 | 50,00 | 100000 | 26,80 | 100000 | 1.972,00 | 10000 |
| **1600** | 3,76 | 10000000 | 72,50 | 100000 | 34,00 | 100000 | 6.434,00 | 10000 |
| **3200** | 7,70 | 100000 | 212,70 | 100000 | 106,40 | 100000 | 25.981,00 | 10000 |
| **6400** | 14,80 | 100000 | 309,70 | 100000 | 133,90 | 100000 | 156.000,00 | 10 |
| **12800** | 29,40 | 100000 | 897,40 | 100000 | 422,70 | 100000 | 770.000,00 | 1 |
| **25600** | 57,70 | 100000 | 1.347,00 | 100000 | 534,20 | 100000 | 2.290.000,00 | 1 |
| **51200** | 113,60 | 100000 | 3.789,90 | 100000 | 1.683,00 | 100000 | 8.630.000,00 | 1 |
| **102400** | 226,10 | 100000 | 5.749,80 | 100000 | 2.136,90 | 100000 | 36.860.000,00 | 1 |
| **204800** | 453,20 | 100000 | 16.500,00 | 100 | 6.980,00 | 1000 | 126.710.000,00 | 1 |
| **409600** | 908,80 | 100000 | 25.900,00 | 100 | 8.630,00 | 1000 | 449.870.000,00 | 1 |
| **819200** | 1.792,70 | 100000 | 68.100,00 | 100 | 27.140,00 | 1000 | 1.421.120.000,00 | 1 |
| **1638400** | 3.603,20 | 100000 | 109.600,00 | 100 | 34.450,00 | 1000 | >15 min |  |
| **3276800** | 7.188,30 | 100000 | 284.200,00 | 100 | 108.650,00 | 1000 |  |  |
| **6553600** | 11.400,00 | 100 | 461.600,00 | 100 | 137.630,00 | 1000 |  |  |
| **13107200** | 22.300,00 | 100 | 1.186.500,00 | 100 | 437.000,00 | 10 |  |  |
| **26214400** | 44.400,00 | 100 | 1.932.700,00 | 100 | 555.000,00 | 10 |  |  |
| **52428800** | 88.600,00 | 100 | 4.936.300,00 | 100 | 1.745.000,00 | 10 |  |  |
| **104857600** | 176.200,00 | 100 | 8.140.800,00 | 100 | 2.216.000,00 | 10 |  |  |
| **209715200** | 352.800,00 | 100 | 19.840.000,00 | 1 | 7.003.000,00 | 10 |  |  |
| **419430400** | 707.200,00 | 100 | 33.780.000,00 | 1 | 8.793.000,00 | 10 |  |  |
| **838860800** | 1.412.100,00 | 100 | 82.930.000,00 | 1 | 27.812.000,00 | 10 |  |  |

Como se puede observar en la gráfica, la complejidad de División 1 es O(n), al tratarse de un esquema “a<bk”, la de 2 es O(n\*log n), al tratarse de un esquema “a=bk”, división 3 tiene una complejidad O(nlog2 2), con un esquema “a>bk” y división 4 tiene O(n2), ya que se trata de un esquema “a<bk” con a=4, b=3, k=2. Comprobaciones:

División 1:

n1=6400 n2=12800 t1=14,8 (10-7 s)

t2=128002 \*64002 \* 14,8= 29,6 (10-7 s) ≈ 29,4(10-7 s)

n1=12800 n2=25600 t1= 29,4 (10-7 s)

t2=256002 \*128002 \* 29,4= 58,8 (10-7 s) ≈ 57,7(10-7 s)

División 2:

n1=6400 n2=12800 t1=309,7 (10-7 s)

t2= 668,39(10-7 s) ≈ 897,4(10-7 s)

División 3:

n1=400 n2=800 t1=8,5 (10-7 s)

t2= 17(10-7 s) ≈ 26,8(10-7 s)

División 4:

n1=1600 n2=3200 t1=6434 (10-7 s)

t2= 25736 (10-7 s) ≈ 25981 (10-7 s)

n1=25600 n2=512000 t1=2290000 (10-7 s)

t2= 9160000(10-7 s) ≈ 8630000(10-7 s)

**FIBONACCI**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **FIBONACCI 1** | | **FIBONACCI 2** | | **FIBONACCI 3** | | **FIBONACCI 4** | |
| n | t (10-7 s) | Límite | t (10-7 s) | Límite | t (10-7 s) | nTimes | t (10-7 s) | nTimes |
| 10 | 0,0311 | 100000000 | 0,048 | 10000000 | 0,094 | 10000000 | 1,69 | 1000000 |
| 11 | 0,0372 | 100000000 | 0,058 | 10000000 | 0,092 | 10000000 | 2,68 | 1000000 |
| 12 | 0,041 | 100000000 | 0,059 | 10000000 | 0,103 | 10000000 | 4,35 | 1000000 |
| 13 | 0,0458 | 100000000 | 0,065 | 10000000 | 0,103 | 10000000 | 7,09 | 1000000 |
| 14 | 0,0505 | 100000000 | 0,063 | 10000000 | 0,116 | 10000000 | 11,35 | 1000000 |
| 15 | 0,0537 | 100000000 | 0,068 | 10000000 | 0,118 | 10000000 | 18,36 | 1000000 |
| 16 | 0,058 | 100000000 | 0,073 | 10000000 | 0,133 | 10000000 | 29,64 | 1000000 |
| 17 | 0,0427 | 100000000 | 0,079 | 10000000 | 0,132 | 10000000 | 47,89 | 1000000 |
| 18 | 0,0428 | 100000000 | 0,077 | 10000000 | 0,151 | 10000000 | 77,52 | 1000000 |
| 19 | 0,0478 | 100000000 | 0,083 | 10000000 | 0,147 | 10000000 | 125,64 | 1000000 |
| 20 | 0,0523 | 100000000 | 0,089 | 10000000 | 0,167 | 10000000 | 203,08 | 1000000 |
| 21 | 0,055 | 100000000 | 0,095 | 10000000 | 0,175 | 10000000 | 328,68 | 1000000 |
| 22 | 0,0602 | 100000000 | 0,099 | 10000000 | 0,2 | 10000000 | 550 | 1000 |
| 23 | 0,0649 | 100000000 | 0,104 | 10000000 | 0,212 | 10000000 | 880 | 1000 |
| 24 | 0,0687 | 100000000 | 0,11 | 10000000 | 0,219 | 10000000 | 1410 | 1000 |
| 25 | 0,0538 | 100000000 | 0,116 | 10000000 | 0,222 | 10000000 | 2280 | 1000 |
| 26 | 0,0538 | 100000000 | 0,115 | 10000000 | 0,235 | 10000000 | 3720 | 1000 |
| 27 | 0,0576 | 100000000 | 0,123 | 10000000 | 0,234 | 10000000 | 5920 | 1000 |
| 28 | 0,0629 | 100000000 | 0,127 | 10000000 | 0,251 | 10000000 | 9660 | 1000 |
| 29 | 0,0667 | 100000000 | 0,137 | 10000000 | 0,251 | 10000000 | 15510 | 1000 |
| 30 | 0,0713 | 100000000 | 0,137 | 10000000 | 0,267 | 10000000 | 24970 | 1000 |
| 31 | 0,0745 | 100000000 | 0,142 | 10000000 | 0,265 | 10000000 | 40230 | 1000 |
| 32 | 0,0806 | 100000000 | 0,151 | 10000000 | 0,286 | 10000000 | 65160 | 1000 |
| 33 | 0,0655 | 100000000 | 0,157 | 10000000 | 0,298 | 10000000 | 105530 | 1000 |
| 34 | 0,0647 | 100000000 | 0,157 | 10000000 | 0,308 | 10000000 | 169470 | 1000 |
| 35 | 0,0692 | 100000000 | 0,166 | 10000000 | 0,309 | 10000000 | 273760 | 1000 |
| 36 | 0,0758 | 100000000 | 0,171 | 10000000 | 0,322 | 10000000 | 445830 | 1000 |
| 37 | 0,0786 | 100000000 | 0,178 | 10000000 | 0,329 | 10000000 | 740850 | 1000 |
| 38 | 0,0833 | 100000000 | 0,18 | 10000000 | 0,338 | 10000000 | 1240000 | 1 |
| 39 | 0,0877 | 100000000 | 0,186 | 10000000 | 0,342 | 10000000 | 1950000 | 1 |
| 40 | 0,0924 | 100000000 | 0,195 | 10000000 | 0,355 | 10000000 | 3110000 | 1 |
| 41 | 0,0828 | 100000000 | 0,201 | 10000000 | 0,356 | 10000000 | 5100000 | 1 |
| 42 | 0,0796 | 100000000 | 0,202 | 10000000 | 0,374 | 10000000 | 8100000 | 1 |
| 43 | 0,0827 | 100000000 | 0,21 | 10000000 | 0,382 | 10000000 | 13090000 | 1 |
| 44 | 0,086 | 100000000 | 0,218 | 10000000 | 0,395 | 10000000 | 21150000 | 1 |
| 45 | 0,0907 | 100000000 | 0,228 | 10000000 | 0,398 | 10000000 | 34220000 | 1 |
| 46 | 0,0953 | 100000000 | 0,228 | 10000000 | 0,414 | 10000000 | 55190000 | 1 |
| 47 | 0,1 | 100000000 | 0,235 | 10000000 | 0,423 | 10000000 | 89720000 | 1 |
| 48 | 0,1039 | 100000000 | 0,248 | 10000000 | 0,436 | 10000000 | 145100000 | 1 |
| 49 | 0,0965 | 100000000 | 0,253 | 10000000 | 0,431 | 10000000 | 234530000 | 1 |
| 50 | 0,0977 | 100000000 | 0,255 | 10000000 | 0,446 | 10000000 | 382380000 | 1 |
| 51 | 0,0999 | 100000000 | 0,265 | 10000000 | 0,447 | 10000000 | 616440000 | 1 |
| 52 | 0,104 | 100000000 | 0,271 | 10000000 | 0,473 | 10000000 | 997360000 | 1 |
| 53 | 0,1079 | 100000000 | 0,282 | 10000000 | 0,485 | 10000000 | 1608070000 | 1 |
| 54 | 0,1121 | 100000000 | 0,287 | 10000000 | 0,485 | 10000000 | > 25 min |  |
| 55 | 0,1167 | 100000000 | 0,295 | 10000000 | 0,485 | 10000000 |  |  |
| 56 | 0,1215 | 100000000 | 0,306 | 10000000 | 0,502 | 10000000 |  |  |
| 57 | 0,1149 | 100000000 | 0,317 | 10000000 | 0,512 | 10000000 |  |  |
| 58 | 0,1143 | 100000000 | 0,317 | 10000000 | 0,583 | 10000000 |  |  |
| 59 | 0,1188 | 100000000 | 0,329 | 10000000 | 0,515 | 10000000 |  |  |

**VECTOR SUM**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **sum 1** | | **sum 2** | | **sum 3** | |
| **n** | **t(10-8 s)** | **Limite** | **t(10-8 s)** | **Límite** | **t(10-8 s)** | **Límite** |
| **3** | 0,30 | 100000000 | 0,54 | 10000000 | 1,02 | 10000000 |
| **6** | 0,35 | 100000000 | 1,08 | 10000000 | 1,88 | 10000000 |
| **12** | 0,49 | 100000000 | 1,90 | 10000000 | 3,97 | 10000000 |
| **24** | 0,77 | 100000000 | 5,40 | 1000000 | 7,13 | 10000000 |
| **48** | 1,52 | 100000000 | 12,20 | 1000000 | 16,07 | 10000000 |
| **96** | 2,92 | 100000000 | 20,10 | 1000000 | 27,79 | 10000000 |
| **192** | 10,76 | 100000000 | 31,50 | 1000000 | 69,00 | 100000 |
| **384** | 25,09 | 100000000 | 59,50 | 1000000 | 145,00 | 100000 |
| **768** | 77,00 | 100000 | 187,30 | 1000000 | 275,00 | 100000 |
| **1536** | 161,00 | 100000 | 389,30 | 1000000 | 545,00 | 100000 |
| **3072** | 312,00 | 100000 | 1.014,40 | 1000000 | 991,00 | 100000 |
| **6144** | 572,00 | 100000 | 1.895,70 | 1000000 | 1.839,00 | 100000 |
| **12288** | 1.112,00 | 100000 | 3.880,10 | 1000000 | 3.926,00 | 100000 |
| **24576** | 2.298,00 | 100000 | 9.300,00 | 1000 | 9.792,00 | 100000 |
| **49152** | 4.448,00 | 100000 | **Stack overflow** | | 21.528,00 | 100000 |
| **98304** | 8.899,00 | 100000 |  | | 30.400,00 | 1000 |

La complejidad del método Sum 1 es O(n), ya que es un método iterativo con un bucle for. La complejidad del método Sum 2 es O(n), ya que es un esquema por sustracción, con a = 1, b = 1 y k= 0. En el método Sum 2 se produce Stack Overflow debido a que cada vez que se llama al método recursivo solamente resta en uno el tamaño del problema, por lo que para n = 49152 elementos, tendría que realizar 49152 llamadas. La complejidad del algoritmo Sum 3 es O(nlog2 2), ya que es un esquema por división, donde a>bk, con a=2, b=2 y k=0. Demostraciones:

VectorSum 1:

n1=1536 n2=3072 t1=161 (10-8 s)

t2= 322(10-8 s) ≈ 312(10-8 s)

VectorSum 2:

n1=192 n2=384 t1=31,5 (10-8 s)

t2= 63(10-8 s) ≈ 59,5(10-8 s)

VectorSum 3:

n1=384 n2=768 t1=145 (10-8 s)

t2= 290(10-8 s) ≈ 275(10-8 s)

**SKYLINE PROBLEM**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BRUTE FORCE** | | **DIVIDE AND CONQUER** | |
| **n** | **t(10-5s)** | **Límite** | **t(10-5 s)** | **Límite** |
| **10** | 6,80 | 1000 | 2,08 | 10000 |
| **20** | 13,40 | 1000 | 3,44 | 10000 |
| **40** | 22,90 | 1000 | 3,21 | 10000 |
| **80** | 63,20 | 1000 | 9,62 | 10000 |
| **160** | 180,70 | 1000 | 18,07 | 10000 |
| **320** | 701,10 | 1000 | 35,83 | 10000 |
| **640** | 4.819,00 | 1000 | 78,19 | 10000 |
| **1280** | 38.700,00 | 1 | 188,08 | 10000 |
| **2560** | 64.500,00 | 1 | 522,12 | 10000 |
| **5120** | 230.900,00 | 1 | 5.500,00 | 1 |
| **10240** | 902.500,00 | 1 | 14.700,00 | 1 |
| **20480** | 3.881.300,00 | 1 | 19.700,00 | 1 |
| **40960** | 38.206.300,00 | 1 | 13.400,00 | 1 |
| **81920** | >25 min |  | 25.600,00 | 1 |
| **163840** |  |  | 51.400,00 | 1 |

La complejidad del algoritmo, partiendo del código, Brute Force es O(n2), como se demuestra a continuación:

n1=160 n2=320 t1=180,7(10-5 s)

t2=3202 \*1602 \*180,7= 722,8 (10-5 s) ≈ 701,10 (10-5 s)

La complejidad del algoritmo, partiendo del código, Divide and Conquer es O(n\*log n) como se demuestra a continuación:

n1=160 n2=320 t1=18,07(10-5 s)

t2=320\*log (320) / (160\*log (160)) \* 18,07 = 41,07 (10-5 s) ≈ 35,83 (10-5 s)

n1=320 n2=640 t1=35,83(10-5 s)

t2=640\*log (640) / (320\*log (320)) \* 35,83 = 80,27 (10-5 s) ≈ 78,19 (10-5 s)