



**Economic Growth I:
Capital Accumulation and Population Growth**

**第8章 经济增长I:
资本积累与人口增长**



第3篇 增长理论：超长期中的经济

本篇建立在古典模型的基础之上。

它保持了价格弹性和市场出清的假设，但不再将资本存量、劳动力和技术知识设为给定，将它们调整为内生变量加以分析。

增长理论旨在解释经济在几十年的时期如何演进。



各国的人均收入差距

国别	人均收入（2007，美元）	国别	人均收入（2007，美元）
美国	45790	印度尼西亚	3728
日本	33525	菲律宾	3410
德国	33154	印度	2753
俄罗斯	14743	越南	2600
墨西哥	12780	巴基斯坦	2525
巴西	9570	尼日利亚	1977
中国	5345	孟加拉国	1242

**TABLE 8-1****International Differences in the Standard of Living**

Country	Income per person (2012)	Country	Income per person (2012)
United States	\$51,749	Philippines	6,110
Japan	35,618	Nigeria	5,535
Russia	23,589	India	5,138
Mexico	16,426	Vietnam	4,998
Brazil	14,551	Pakistan	4,437
China	10,960	Bangladesh	2,405
Indonesia	9,011	Ethiopia	1,240

Data from: The World Bank. Data are PPP-adjusted—that is, the income figures account for differences in the cost of living among countries.



本篇问题

- 为什么各国收入存在差距？
- 为什么一个国家各时期的收入存在差距？
- 为什么各国的经济增长率会不一样？



第8章 经济增长I：资本积累与人口增长

- 8.1 资本积累
- 8.2 资本的黄金律水平
- 8.3 人口增长
- 8.4 结论

8.1 资本积累 (1生产函数)

- 产品供给与生产函数:

$$Y = F(K, L)$$

- 假设1: 生产函数为规模收益不变。

$$zY = F(zK, zL), \forall z > 0$$

- 设 $z = \frac{1}{L}$, 可得

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right)$$

- 于是, 人均产出可以表示为人均资本的函数

$$y = f(k)$$

8.1 資本积累 (1生产函数)

- 假设2：资本的边际产出大于零，

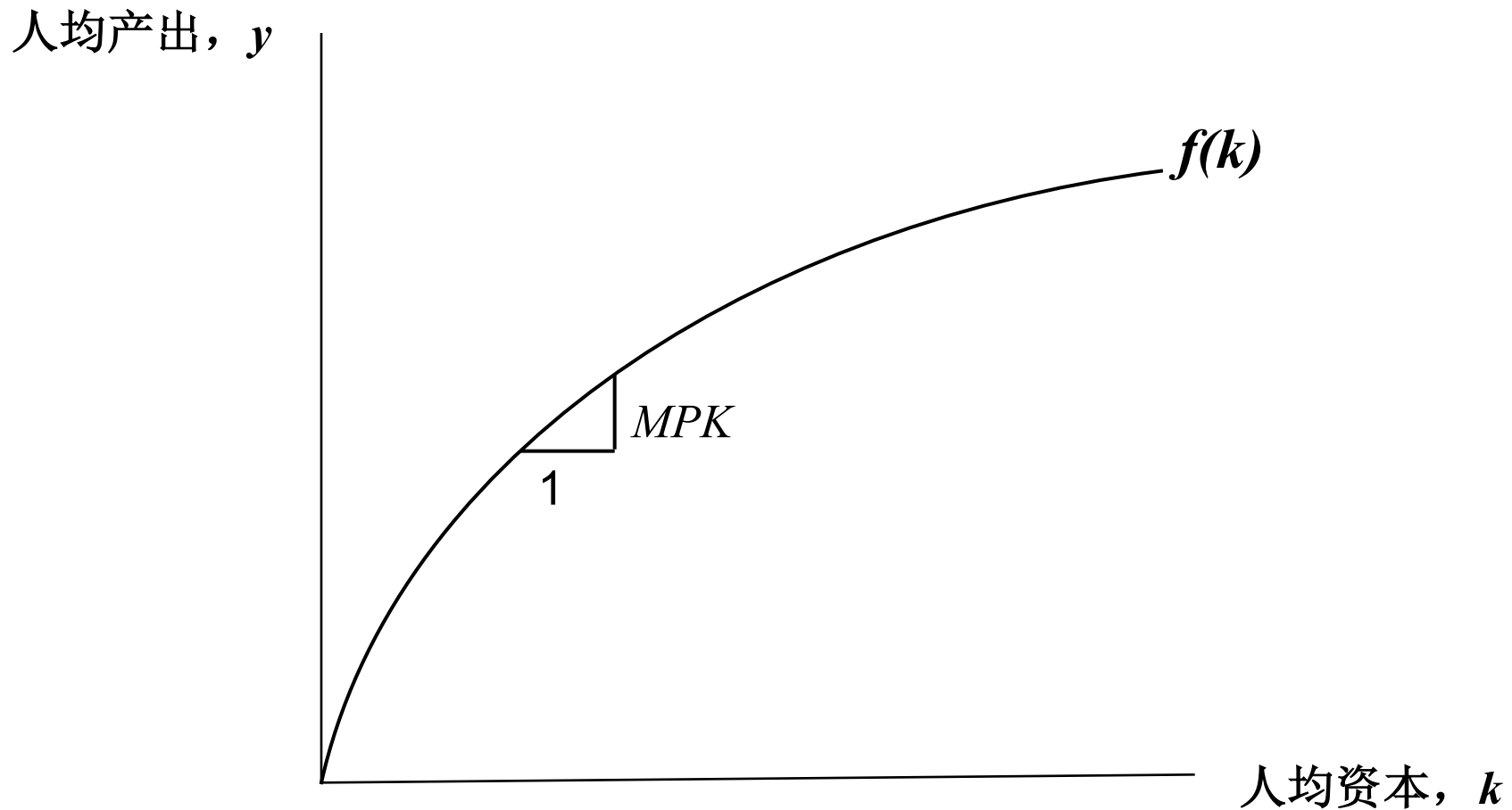
$$MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial y}{\partial k} = f'(k) > 0$$

- 且资本的边际产出递减

$$\frac{\partial MPK}{\partial k} = f''(k) < 0$$



8.1 资本积累 (1生产函数)



8.1 资本积累 (2消费与投资)

- 产品需求可用于消费和投资

$$y = c + i$$

注：这是每个工人平均的形式，且忽略了政府和外国部门。

- 假设3：储蓄率(s)，外生给定

$$c = (1 - s) y$$

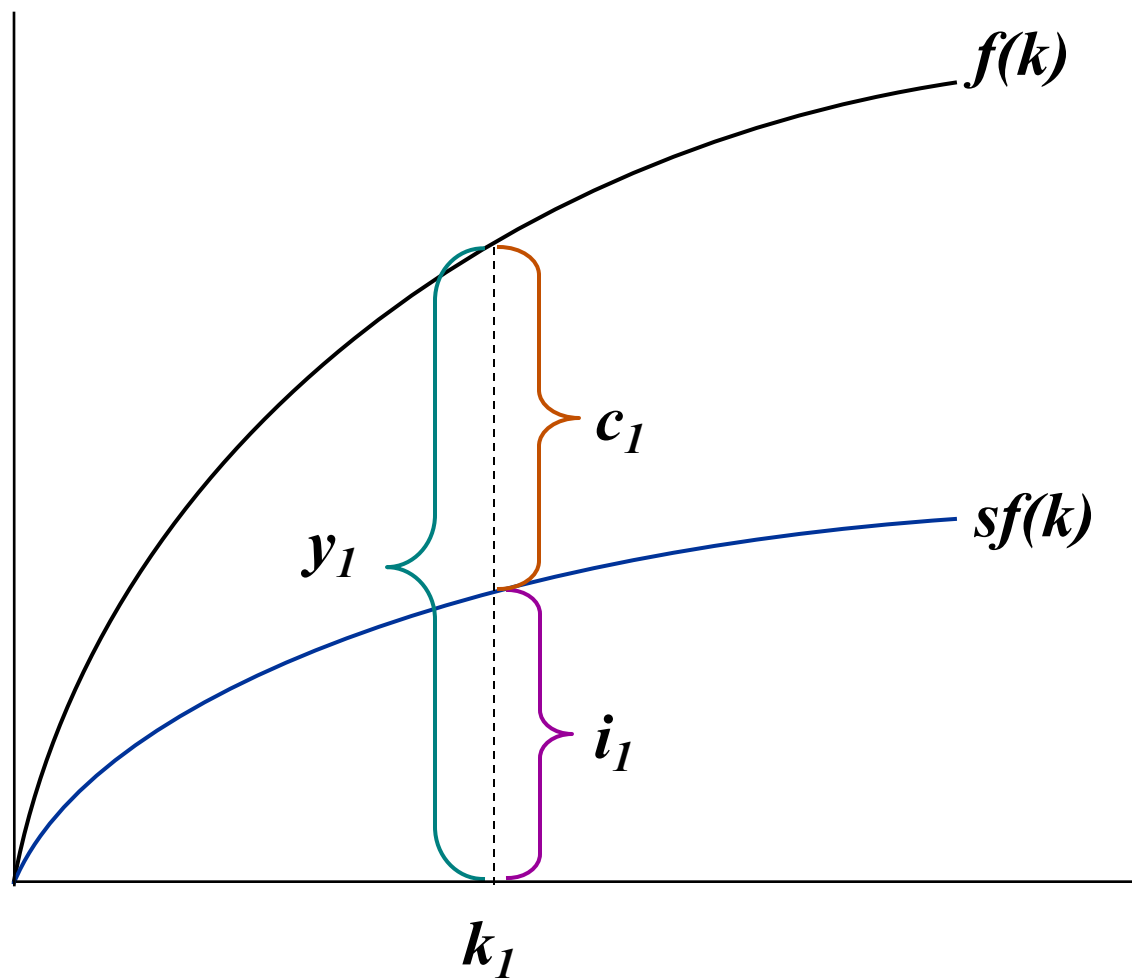
- 投资等于储蓄

$$i = sy \quad \text{或} \quad i = sf(k)$$



8.1 资本积累 (2消费与投资)

人均产出, y

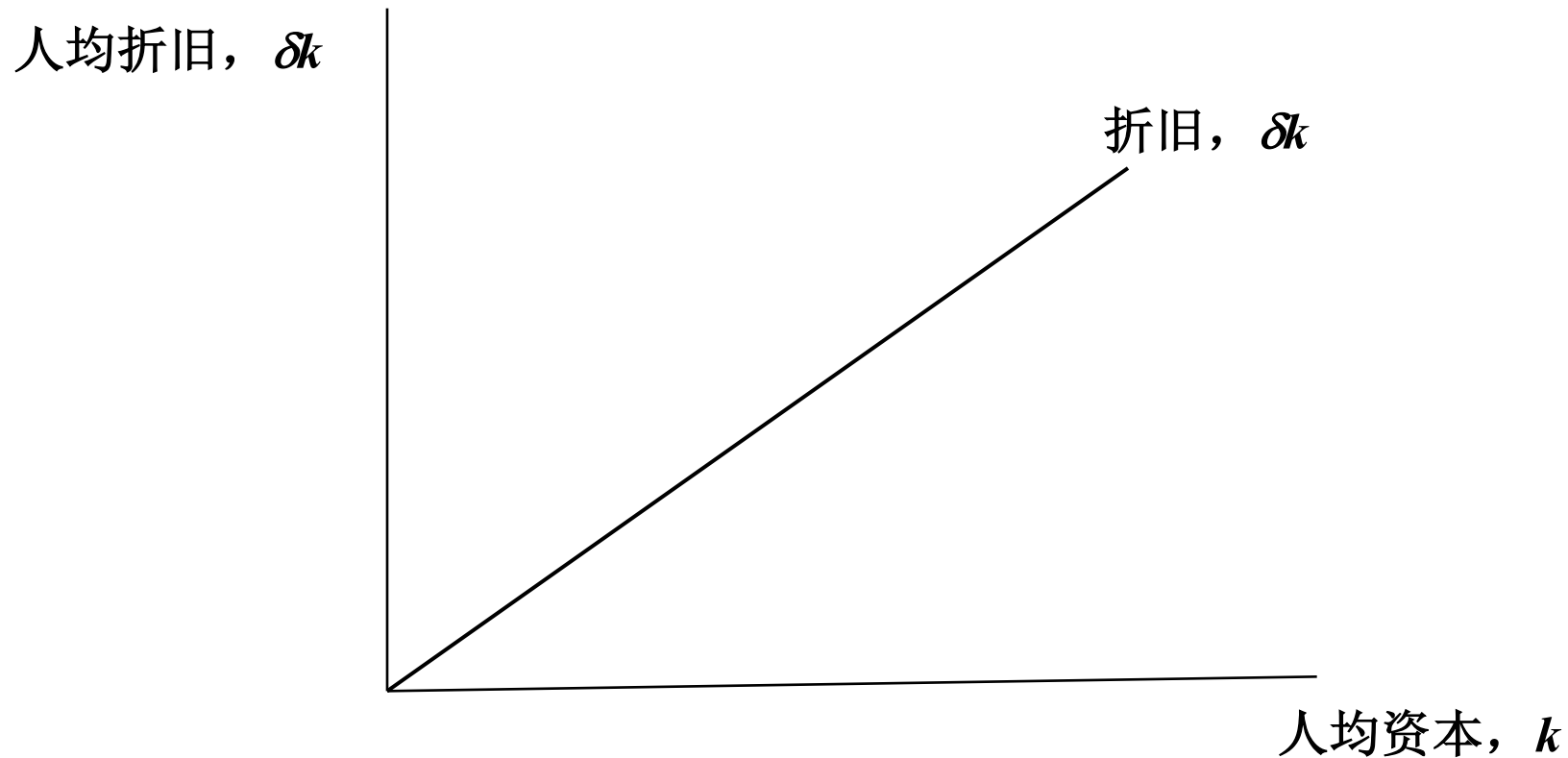


人均资本, k
11



资本存量的变化与稳定状态

➤ 折旧为: δk



影响人均资本存量的两个量

➤ 人均投资 $i = sf(k)$

用于新工厂和设备的支出，它引起资本存量的增加

➤ 人均折旧 δk (δ 为折旧率)

原有资本的折损，它引起资本存量的减少

资本存量的变化与稳定状态

- 资本存量的变化=投资-折旧

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

- 投资和折旧相等时 k 不变，因而 y 也不变。我们把这个状态称为稳定状态。
- 存在一个单一的资本存量(k^*)使得投资等于折旧。通常，我们用 k^* 表示稳定状态的 k 。

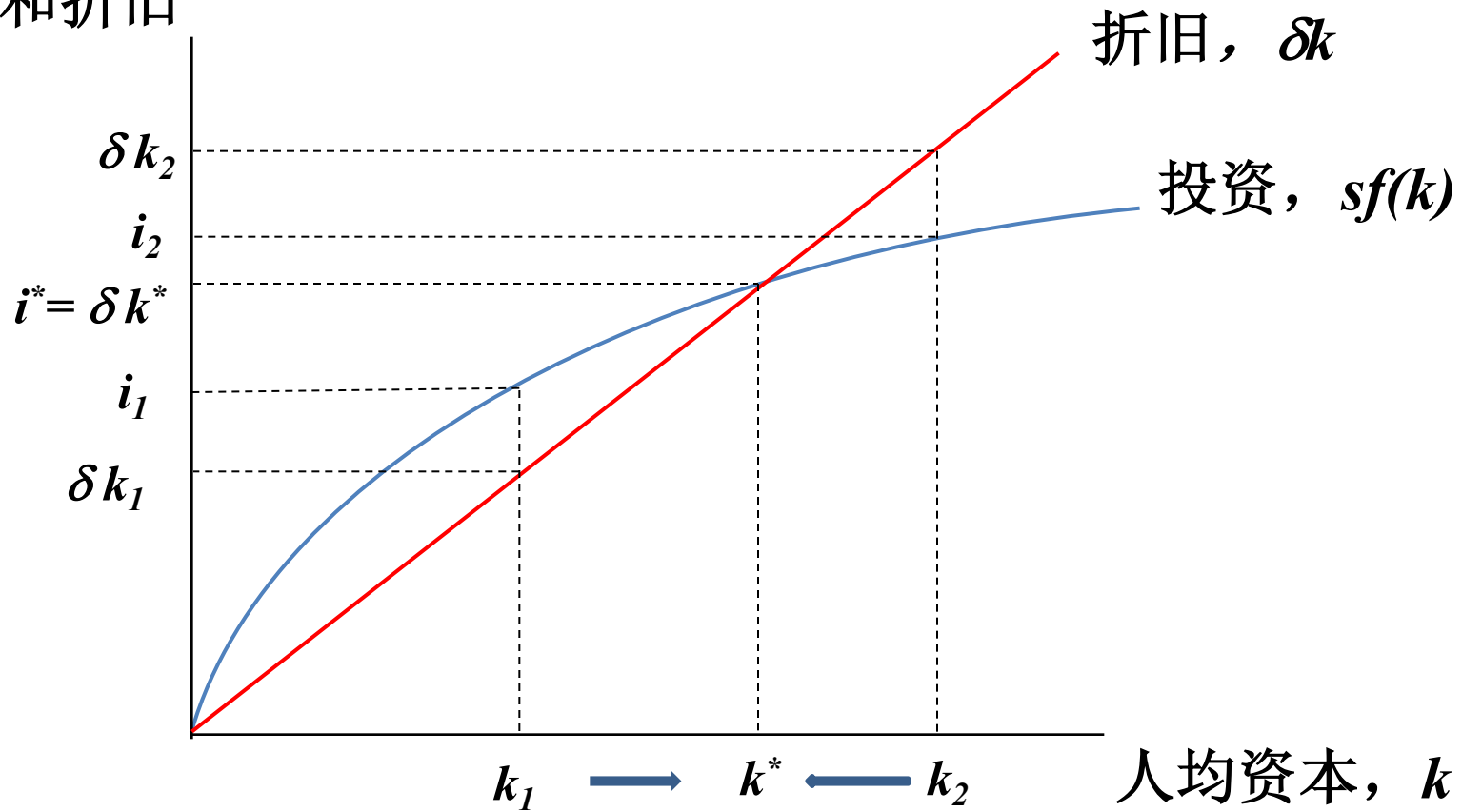
$$sf(k^*) - \delta k^* = 0$$

资本存量的稳定状态

- 一个处于稳定状态的经济会停留在那里
- 一个处于非稳定状态的经济将走向稳态
- 无论经济初始的资本水平如何，总是以稳定状态的经济水平为结束

资本存量的变化与稳定状态

投资和折旧



趋近稳定状态：一个数字例子

- 生产函数： $Y = K^{0.5} L^{0.5}$

注：大家可以检查一下，这个生产函数是不是规模收益不变和资本边际产出递减

- 储蓄率为0.3，折旧率为0.1。

- 请问稳态资本存量（人均）是多少？

$$S f(k^*) = \delta k^*$$
$$0.3 \cdot k^{*0.5} = 0.1 \cdot k^* \rightarrow k^* = 9$$

趋近稳定状态：一个数字例子

- 如果初始资本存量为4，看看经济是如何趋近稳定状态的。课本表7-2
- 随着经济接近稳态，资本存量的增长量会越来越小；资本存量和产出的增长率也会越来越小。



表 8—2 趋近稳态：一个数字例子

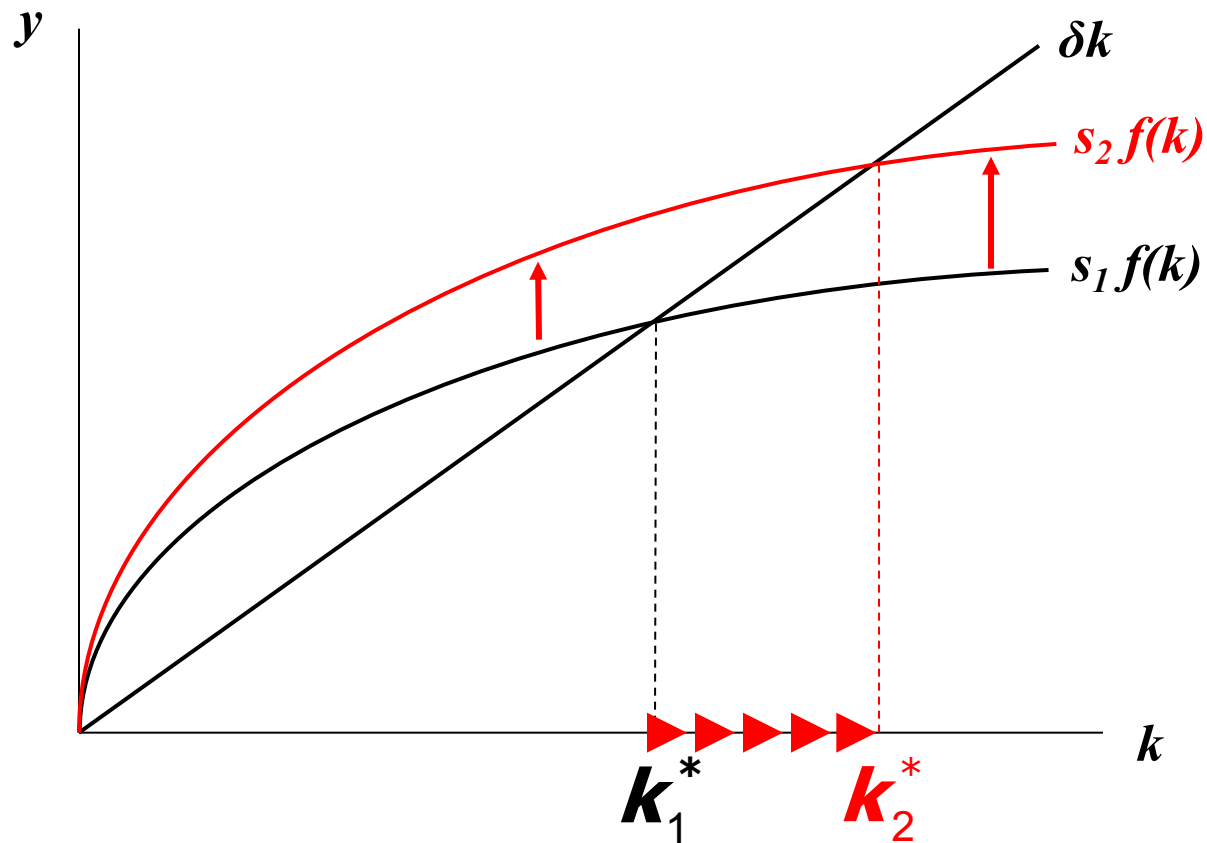
假设： $y = \sqrt{k}$ ； $s = 0.3$ ； $\delta = 0.1$ ；初始 $k = 4.0$

年份	k	y	c	i	δk	Δk
1	4.000	2.000	1.400	0.600	0.400	0.200
2	4.200	2.049	1.435	0.615	0.420	0.195
3	4.395	2.096	1.467	0.629	0.440	0.189
4	4.584	2.141	1.499	0.642	0.458	0.184
5	4.768	2.184	1.529	0.655	0.477	0.178
⋮						
10	5.602	2.367	1.657	0.710	0.560	0.150
⋮						
25	7.321	2.706	1.894	0.812	0.732	0.080
⋮						
100	8.962	2.994	2.096	0.898	0.896	0.002
⋮						
∞	9.000	3.000	2.100	0.900	0.900	0.000

案例研究：日本和联邦德国增长的奇迹

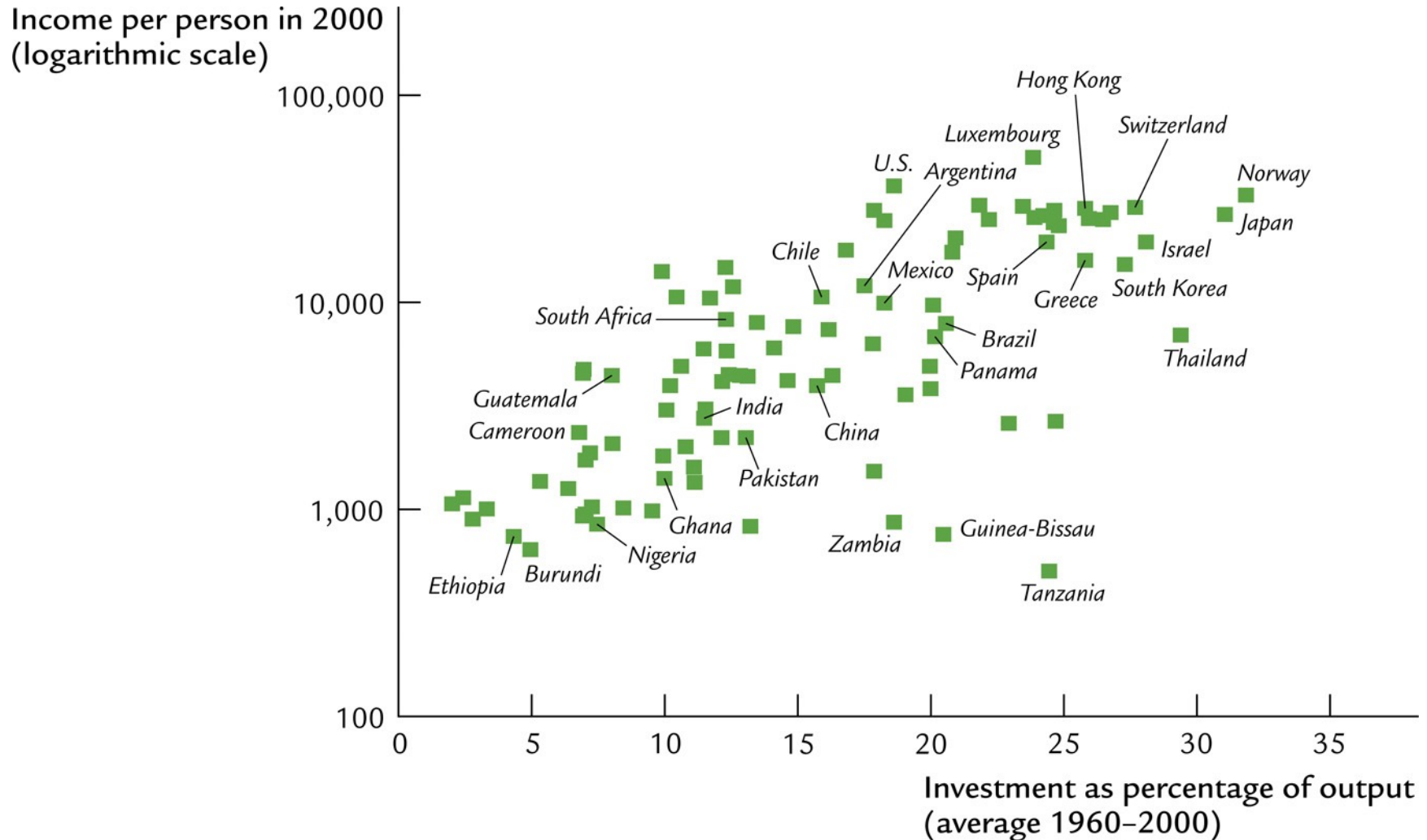
- 第二次世界大战摧毁了日本和联邦德国的大量资本存量。（使 k 远远小于 k^* ）
- 二战以后，两个国家经历了记录上最迅速的增长。1948-1972年，日本的人均GDP增长率为8.2%，联邦德国的人均GDP增长率为5.7%；而同期美国的增长率只有2.2%

储蓄如何影响增长?



索洛模型表明，储蓄率高，经济的资本存量就高，相应的稳态产出水平也高。

案例研究：世界各国的储蓄和投资





8.2 资本的黄金律水平

问题：储蓄率越高越好吗？

回答：

如果你关心的是产出，答案是肯定的，储蓄率越高产出越大。

但如果你关心的是消费，就不一定了，存在最优的储蓄率。

8.2 资本的黄金律水平

➤ 资本的黄金律水平 (Golden Rule level of capital)

使消费达到最大化的稳态资本存量 k^* ，表示为

$$k_{gold}^*$$

8.2 资本的黄金律水平

- 消费等于产出减投资

$$c = y - i$$

- 因而，可以把稳态消费表示为：

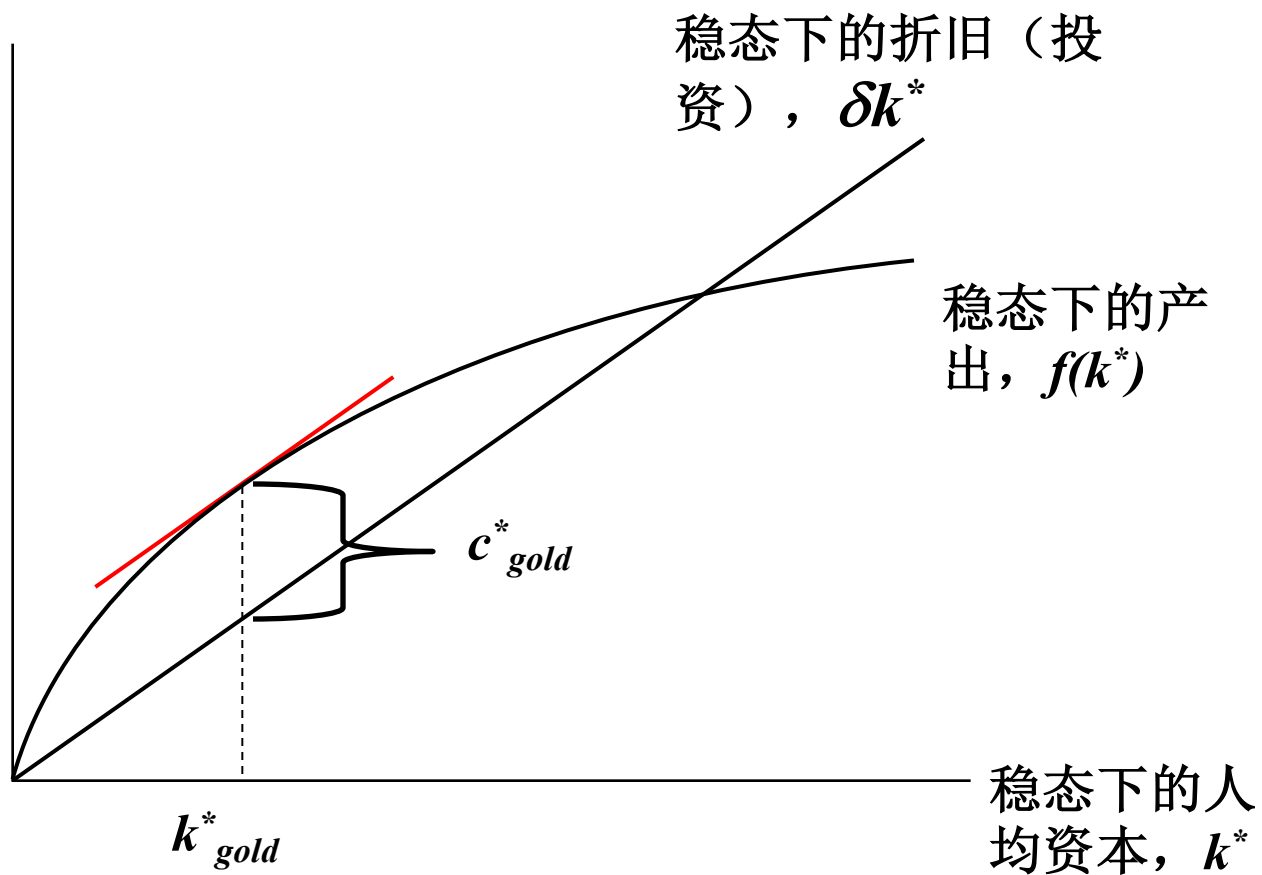
$$c^* = f(k^*) - \delta k^*$$

- 稳态下的消费最大化必然满足以下条件：

$$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = f'(k^*) - \delta = 0 \quad \text{即 } MPK = \delta$$

8.2 资本的黄金律水平

稳态下的产出和折旧



寻找黄金律稳定状态：一个数字例子

- 生产函数：

$$Y = K^{0.5} L^{0.5}$$

- 折旧率为0.1。

- 请问资本的黄金律水平是多少？

黄金律：① $MPK = \delta$

稳态：② $sf(K^*) = \delta K^*$

- 对应的储蓄率又是多少？

$$i = 2.5$$

$$y = 5, c = 2.5$$

$$0.5 K^{-0.5} = 0.1$$

$$s K^{0.5} = 0.1 K$$

$$\Downarrow \\ K = 25$$

$$s = 0.5$$

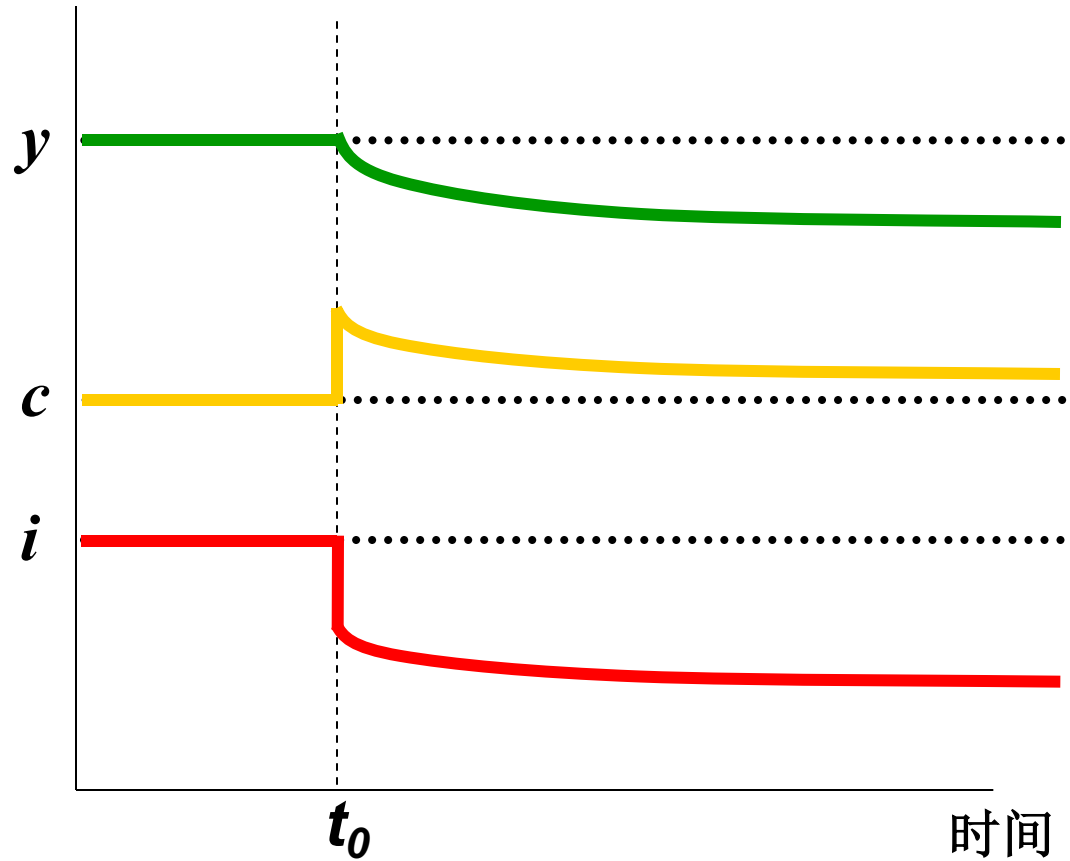
向黄金律稳定状态的过渡

➤ 以资本过多为起点

如果 $k^* > k_{gold}^*$

要增加稳态的消费 c^* ，只有降低储蓄率 s 。

在向黄金律转变的过程中，消费始终大于原来的水平。



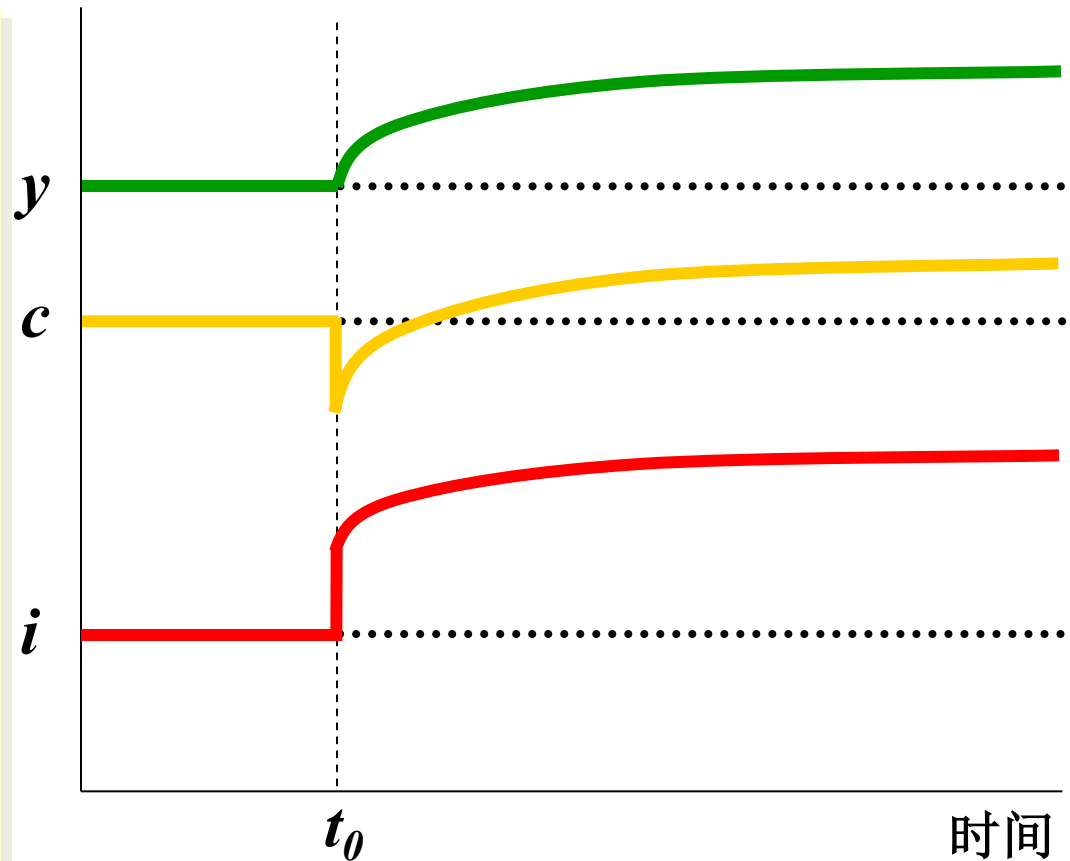
向黄金律稳定状态的过渡

- 以资本过多为起点：
- 储蓄率下降，导致消费即刻增加，投资即刻减少
- 现在投资小于折旧，资本存量会逐渐减少，导致产出、消费和投资逐渐减少
- 达到黄金率稳态时，尽管产出和投资减少了，但消费必然会大于储蓄率变化之前

向黄金律稳定状态的过渡

➤ 以资本过少为起点

如果 $k^* < k_{gold}^*$
要提高稳态消费 c^*
就要提高储蓄率 s .
子孙后代都可以拥有较高的消费, 但现在这些人的消费会下降.



向黄金律稳定状态的过渡

- 以资本过少为起点：
- 储蓄率提高，导致消费即刻减少，投资即刻增加
- 现在投资大于折旧，资本存量会逐渐增加，导致产出、消费和投资增减增加
- 达到黄金率稳态时，消费会大于储蓄率变化之前

8.3 人口增长

- 假设人口增长率为 n

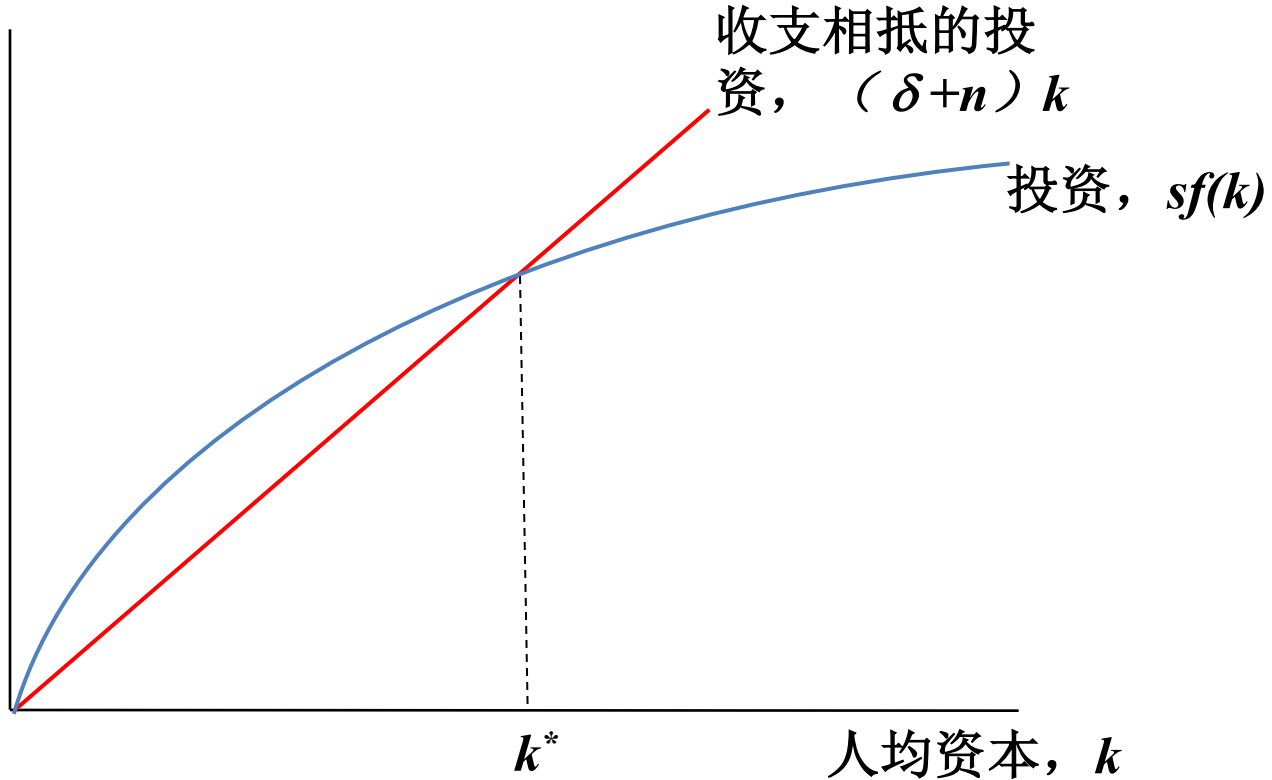
$$\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k$$

- 因此，稳态时满足如下关系

$$sf(k^*) = (\delta + n)k^*$$

8.3 人口增长的影响

投资，收支相抵的投资



人口增长的影响

➤ 人口增长在三个方面改变了基本索洛模型

- 1、它使我们更接近于解释持续的经济增长。
- 2、人口增长对为什么有些国家富有而另一些国家贫困提供了另一种解释。
- 3、人口增长影响了我们决定黄金律资本水平的标准。

有人口增长的稳态

- 稳定状态的人均消费

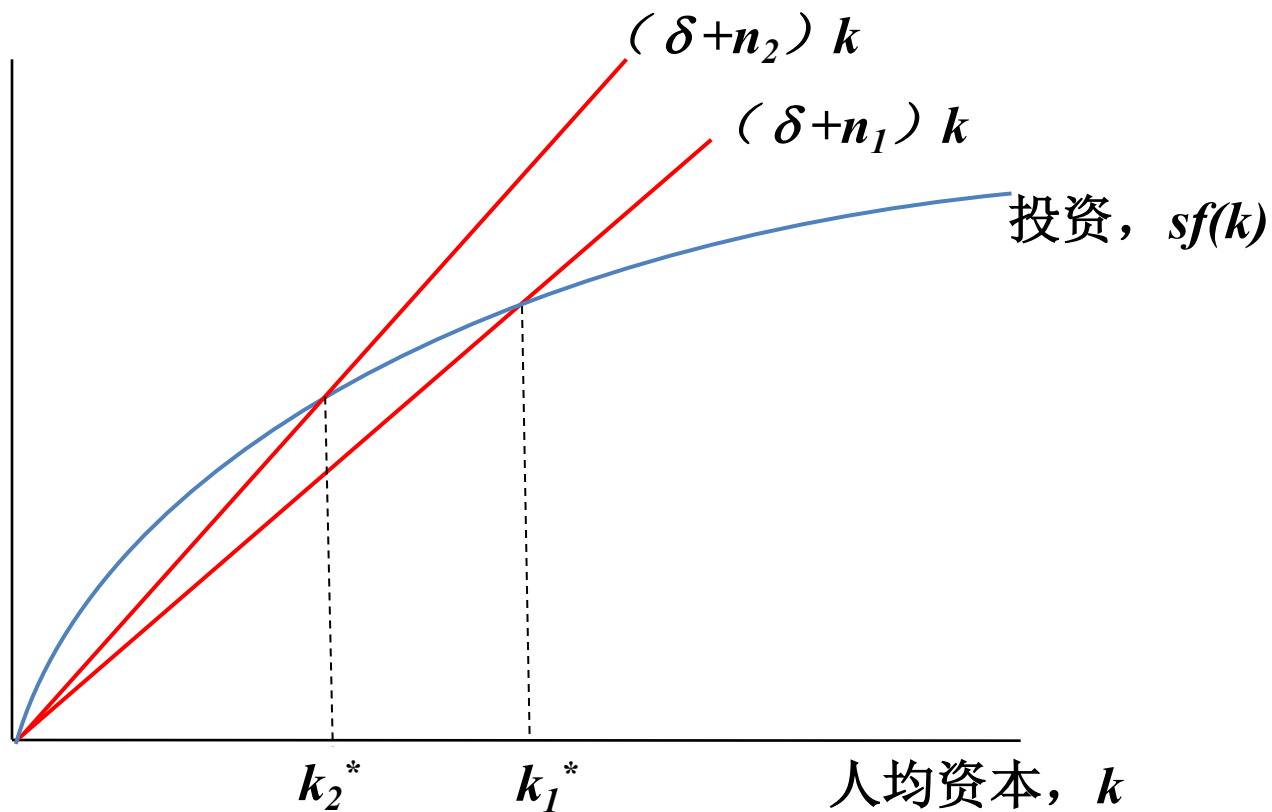
$$c^* = f(k^*) - (\delta + n)k^*$$

- 使消费达到最大化的 k^* 满足

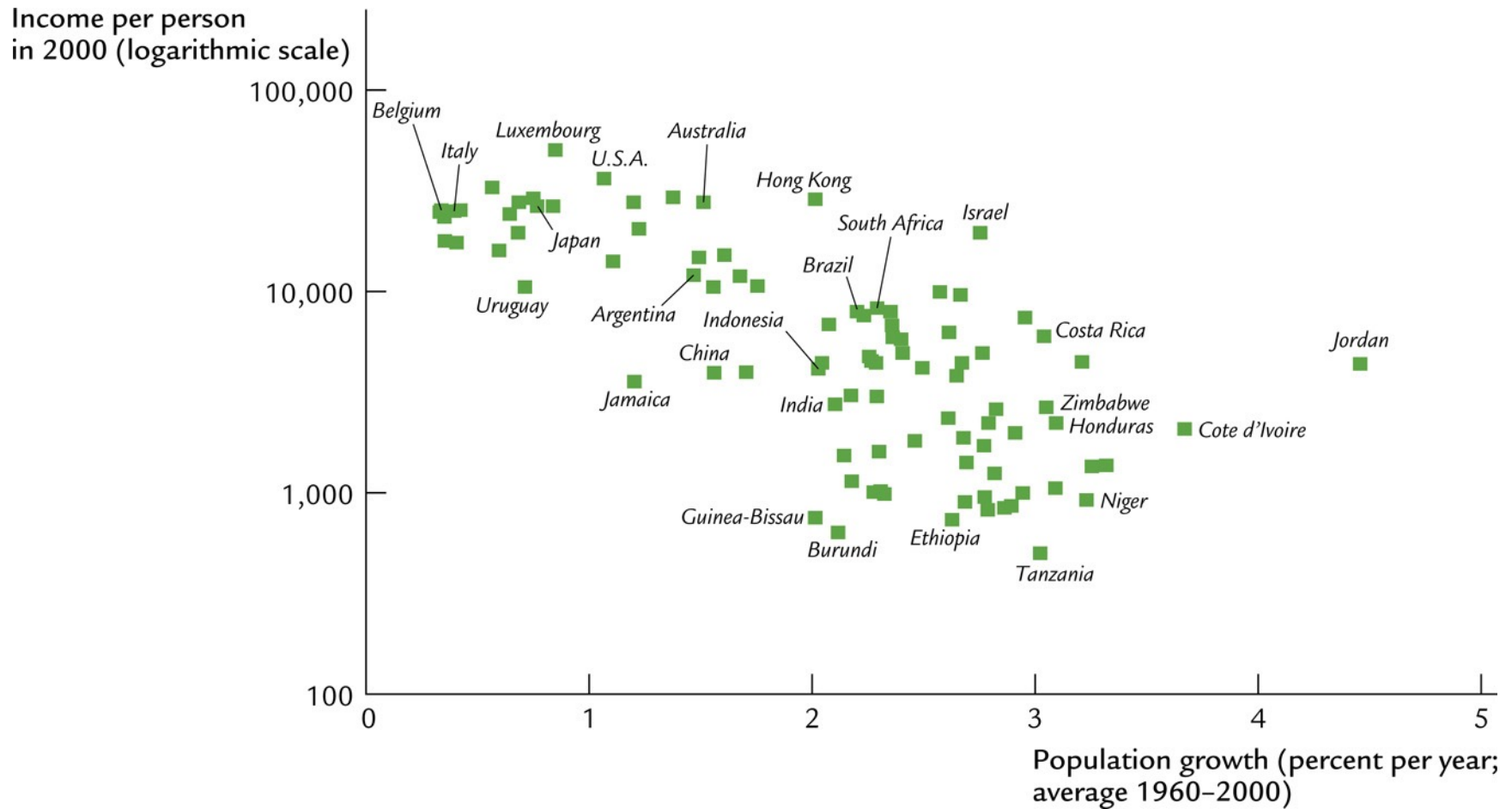
$$MPK = \delta + n$$

人口增长的影响

投资，收支相抵的投资



案例研究：世界各国的人口增长



关于人口增长的其他观点

➤ 马尔萨斯强调人口与自然资源的相互作用

人口的增长速度远高于食物的增长速度，于是人类将永远生活在贫困中。

没有看到人类的创造性足以抵消人口增长的影响

➤ 克莱默强调人口与技术的相互作用

人口越多，从事研发的人就越多，而技术是可以共享的。因而人口越多的社会技术进步越快，经济增长越快。



8.4 结论

- 本章开始了建立索洛增长模型的过程。
- 本章利用索洛模型说明了资本积累和人口增长对经济增长的影响。