

## Prueba Técnica: Especialista desarrollador

### Información general

- **Motivación**

El especialista desarrollador del área de métodos cuantitativos en la vicepresidencia inversiones, será el encargado de crear y administrar herramientas tecnológicas con el fin de apoyar las diferentes etapas del proceso de inversión. Es de vital importancia que el especialista esté en la capacidad de contribuir a la resolución de problemas financieros por medio de la programación.

- **Objetivo**

El objetivo de este ejercicio es programar un optimizador de portafolios de inversión y evaluar su desempeño.

- **Lenguaje de programación**

El candidato puede resolver el ejercicio en Java o C++.

- **Opciones de entrega**

El candidato tiene dos alternativas para entregar el ejercicio, es libre de escoger cual medio quiere utilizar:

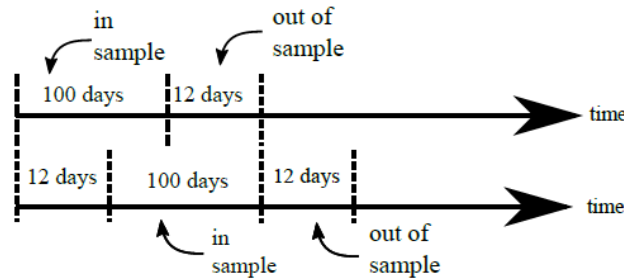
1. Subir el código a un repositorio privado de GitHub y compartir su link por medio de correo electrónico a [universidadporvenir@porvenir.com.co](mailto:universidadporvenir@porvenir.com.co).
2. Enviar archivos por medio de correo electrónico a [universidadporvenir@porvenir.com.co](mailto:universidadporvenir@porvenir.com.co).

- **Archivo adjunto**

Adjunto con este documento hay un archivo llamado "retornos\_acciones.csv" que contiene el retorno diario de 50 de las compañías del S&P 500 entre el 19-06-2019 hasta el 28-03-2022. En el archivo cada fila es un día y cada columna es una compañía diferente.

## Instrucciones

Para los datos recibidos (*retornos\_acciones.csv*), calcule los portafolios óptimos utilizando una ventana móvil dentro de la muestra (*in-sample*) de 100 observaciones de retorno. Establezca la ventana móvil como los primeros 100 períodos de tiempo y seleccione el portafolio óptimo con el modelo que se explicará más adelante. Luego, evalúe el desempeño del portafolio en los 12 períodos siguientes (fuera de la muestra, *out-of-sample*). A continuación, actualice la ventana dentro de la muestra (*in-sample*), con la inclusión de los 12 períodos anteriores de fuera de la muestra (*out-of-sample*) y la exclusión de los 12 primeros períodos de la ventana anterior dentro de la muestra (*in-sample*). Luego, rebalancee el portafolio solucionando de nuevo el modelo, y repita hasta el final de la base de datos (el proceso se muestra a continuación).



El proceso se divide en tres partes: **estimación de los parámetros, selección del portafolio y backtesting.**

1. **Estimación de parámetros:** Para las 50 compañías, se proporcionan los retornos de 700 días. Tendrá que crear funciones para estimar la media y la matriz de covarianza de los retornos. El retorno medio del activo  $i$  puede estimarse de la siguiente manera:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_{i,k}$$

donde  $r_{i,k}$  es el retorno del activo  $i$  en el día  $k$ , y  $n$  es el número de días utilizados en la ventana de la muestra para la estimación de los parámetros (en este caso 100).

La entrada  $(i, j)$  de la matriz de covarianza puede calcularse con la ayuda de la siguiente fórmula:

$$\Sigma_{i,j} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (r_{i,k} - \bar{r}_i)(r_{j,k} - \bar{r}_j)$$

La matriz de covarianza estimada se denotará por  $\Sigma$  y los retornos estimados por  $\bar{r}$ .

2. **Optimización del portafolio:** Los pesos óptimos del portafolio de inversión ( $w$ ) se pueden obtener resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{pmatrix} \Sigma & -\bar{r} & -e \\ -\bar{r}^T & 0 & 0 \\ -e^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ \lambda \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\bar{r}_p \\ -1 \end{pmatrix}$$

Donde  $\lambda$  y  $\mu$  son los multiplicadores de Lagrange, y  $\bar{r}_p$  es el retorno objetivo,  $e$  representa un vector de unos (1).

**Nota:** El candidato puede utilizar el  $\bar{r}_p$  que considere. Puede ser un número arbitrario como 0.08%.

Expresando el sistema de ecuaciones lineales como  $Qx = b$ . Entonces se puede utilizar el siguiente algoritmo (llamado método del gradiente conjugado) para encontrar el portafolio óptimo.

**Nota:** Una tolerancia típica  $\epsilon$  es  $10e - 6$ .

**Algoritmo:** método del gradiente conjugado – programación cuadrática

- **Insumos:** Punto inicial  $x_0$ , matriz  $Q$ , vector lateral derecho  $b$ , y tolerancia  $\epsilon$ .
- **Inicialización:**

$$s_0 = b - Qx_0, \quad p_0 = s_0$$

- **Iteración:**

**For**  $k = 0, 1, \dots$ , **until**  $s_k^T s_k \leq \epsilon$  **do:**

$$\alpha_k = \frac{s_k^T s_k}{p_k^T Q p_k}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

$$s_{k+1} = s_k - \alpha_k Q p_k$$

$$\beta_k = \frac{s_{k+1}^T s_{k+1}}{s_k^T s_k}$$

$$p_{k+1} = s_{k+1} + \beta_k p_k$$

3. El **backtesting** es el proceso de probar una estrategia de trading con datos históricos relevantes para asegurar su viabilidad antes de que el trader arriesgue dinero real. Construya una serie de portafolios con diferentes retornos objetivo utilizando el conjunto de datos dentro de la muestra (*in-sample*). A continuación, calcule el retorno medio fuera de la muestra (*out-of-sample*) y la covarianza del activo. Aclarando,  $\bar{w}$  denota los pesos del portafolio óptimo,  $\bar{r}$  denota el retorno medio durante el periodo fuera de muestra (*out-of-sample*), y  $\Sigma$  denota la matriz de covarianza fuera de muestra (*out-of-sample*).  $\bar{r}^T w$ , y  $w^T \Sigma w$  son los retornos medios reales y la covarianza del portafolio, respectivamente.