Legyen $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$; $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg az $S \circ R$ kompozíciót.

(c) $R = \{(2,2),(2,4),(3,1),(3,4),(4,4),(5,3)\}$ és $S = \{(2,6),(3,7),(5,1),(5,6),(5,8),(6,2),(7,7)\}$

(d) $R = \{(6,1),(6,2),(7,3),(8,7)\}$ és $S = \{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(2,7),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(5,1),(5,3),(5,5),(7,1),(7,2)\}$

Kommutatív-e a kompozíció? Határozza meg például az (a) esetben az $R \circ S$ kompozíciót.

(c) S◦R = { (2,6), (5,7) }

(c) R◦S = { (6,2), (6,4) }

Mivel S◦R és R◦S nem egyenlő, így S◦R nem kommutatív.

(d) S◦R = { (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6), (6,7), (7,1), (7,2), (7,3), (7,4), (8,1), (8,2) }

(d) R◦S = { (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3) }

Mivel S◦R és R◦S nem egyenlő, így S◦R nem kommutatív.

Tekintsük a következő relációkat:

$\rho = \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x-y| \leq 3\}$, $\varphi = \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 6x-1 = 4y+5\}$,

$\lambda = \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 4 \mid 2x+3y\}$, $\alpha = \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1,5x - 1,5 \leq y\}$

Határozza meg a következő kompozíciókat.

$\rho \circ \varphi$ $\alpha \circ \rho$ $\rho \circ \alpha$

$\rho \circ \varphi = \{ (x,z) \mid \exists y: (x,y) \in \varphi, (y,z) \in \rho \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: 6x - 1 = 4y + 5 \wedge | y - z | \leq 3 \} =$

$= \{ (x,z) \mid | {}^{6}/_{4}\, x - {}^{6}/_{4} - z | \leq 3 \}$

$\alpha \circ \rho = \{ (x,z) \mid \exists y: (x,y) \in \rho, (y,z) \in \alpha \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: | x - y | \leq 3 \wedge {}^{3}/_{2}\, y - {}^{3}/_{2} \leq z \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: (x - y \leq 3 \vee y - x > 3) \wedge {}^{3}/_{2}\, y - {}^{3}/_{2} \leq z \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: (y > x - 3 \wedge {}^{3}/_{2}\, y - {}^{3}/_{2} \leq z) \vee (y > 3 - x \wedge {}^{3}/_{2}\, y - {}^{3}/_{2} \leq z) \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: (x - 3 < y \leq {}^{2}/_{3}\, z + 1) \vee (3 - x < y \leq {}^{2}/_{3}\, z + 1) \} =$

$= \{ (x,z) \mid (x - 3 \leq {}^{2}/_{3}\, z + 1) \vee (3 - x \leq {}^{2}/_{3}\, z + 1) \}$

$\rho \circ \alpha = \{ (x,z) \mid \exists y: (x,y) \in \alpha, (y,z) \in \rho \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq y \wedge |y - z| \leq 3 \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq y \wedge (y - z \leq 3 \vee z - y > 3) \} =$

$= \{ (x,z) \mid \exists y: {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq y \leq 3 + z \vee {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq y \leq z - 3 \} =$

$= \{ (x,z) \mid {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq 3 + z \vee {}^3/_2\, x - {}^3/_2 \leq z - 3 \}$