

Hány olyan hatjegyű szám van (a) 10-es (b) 8-as (c) 12-es számrendszerben, amelyben nincs két egyforma számjegy?

6 jegy ; \emptyset számjegy-ismétlődés

(a) 10-es számrendszer

$$\{0, 1, \dots, 9\} \quad n=10, k=6 \quad V_{10}^6 = \frac{9 \cdot 9!}{4!}$$

(b) 8-as számrendszer

$$\{0, 1, \dots, 7\} \quad n=8, k=6 \quad V_8^6 = \frac{7 \cdot 7!}{2!}$$

(c) 12-es számrendszer

$$\{0, 1, \dots, 9, A, B\} \quad n=12, k=6 \quad V_{12}^6 = \frac{11 \cdot 11!}{6!}$$

10-szer feldobunk egy (a) pénzérmét (b) dobókockát. Hányféle dobássorozat alakulhat ki?

(a) 10 dobás; fej/írás; $\sqrt{\text{ismétlődés}}$

Tétel (Ismétléses variációk száma)

Legyen $k \in \mathbb{N}^+$. Egy n elemű k -ad osztályú ismétléses variációinak száma:

$$iV_n^k = n^k.$$

$$iV_2^{10} = \underline{\underline{2^{10}}}$$

(b) 10 dobás; 1/2/.../6; $\sqrt{\text{ismétlődés}}$

$$iV_6^{10} = \underline{\underline{6^{10}}}$$

Tekintsük az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ halmazt.

- (a) Hány 3-elemű részhalmaza van A-nak?
 (b) Hány olyan 5-elemű részhalmaza van A-nak, amelynek a 7 eleme?
 (c) Hány olyan 4-elemű részhalmaza van A-nak, amelynek elemei páratlanok?
 (d) Hány részhalmaza van A-nak?

$$A = \{1, 2, \dots, 10\}$$

- (a) 3-elemű részhalmaz: $C_{10}^3 = \binom{10}{3}$
 (b) 5-elemű részhalmaz + 7 benne van: $C_1^1 \cdot C_9^4 = \binom{1}{1} \cdot \binom{9}{4}$
 (c) 4-elemű, páratlanok halmaza: $C_5^4 = \binom{5}{4}$
 (d) részhalmazok száma:

$$\underbrace{C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10}}_{\{\}} = \binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \dots + \underbrace{\binom{10}{10}}_A$$

Hányféleképpen ülhet le négy házaspár egy padra, ha mindenki a házastársa mellett szeretne ülni?

4 pár; 1 pad; sorrend számít $P_4 = 4! \cdot 2^4$

Az $n + 2$ elem permutációinak száma 20-szorosa az n elem permutációi számának. Mennyi n értéke?

$$(n+2)! = 20 \cdot n! \quad n=? \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$(n+2)! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

$$(n+2)! = 20 \cdot n!$$

$$\cancel{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} \cdot (n+1) \cdot (n+2) = 20 \cdot \cancel{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}$$

$$(n+1) \cdot (n+2) = 20$$

$$n^2 + 2n + n + 2 = 20$$

$$n^2 + 3n - 18 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} =$$

$$= \frac{-3 \pm 9}{2} \rightarrow -6 \notin \mathbb{N}$$

$$\rightarrow 3 \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{n=3}$$