Egy bolha ugrál a számegyenesen, minden ugrásnál 1 egységet lép a pozitív vagy a negatív irányba. Hányféleképpen juthat el a 0-ból 10-be pontosan 18 ugrással?

$$X \cdot (1) + Y \cdot (-1) = 10$$
$$X + Y = 18$$

(2) $X = 18 - Y$

(1) $(18-Y) \cdot 1 - Y = 10 \Leftrightarrow 18 - Y - Y = 10 \Leftrightarrow 18 - 2Y = 10 \Leftrightarrow 8 - 2Y = 0 \Leftrightarrow 8 = 2Y \Leftrightarrow \underline{\underline{4 = Y}}$

(2) $18 - Y = 18 - 4 = \underline{\underline{14 = X}}$

$$\underline{\underline{\frac{18!}{14! \cdot 4!}}}$$

Egy buszjegyen 9 számjegy található, amelyek közül érvényesítéskor 3-at vagy 4-et lyukasztunk ki. Hányféle lyukkombináció lehetséges?

9 szám; 3/4 lyuk; ø sorrend : $\binom{9}{3} + \binom{9}{4}$

Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. Hány dobássorozat fordulhat elő, amelyben a 6-os dobás is szerepel?

ÖSSZES − ROSSZ = JÓ

$\downarrow$ $\downarrow$

$6 \cdot 6 \cdot 6 - 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ JÓ

Legyen $n, k \in \mathbb{N}$. Igazolja a következő azonosságokat:

(b) $k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$

$$k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$$

$$k \cdot \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-1-k+1)!}$$

$$k \cdot \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k)!} \quad // \cdot (n-k)!$$

$$k \cdot \frac{n!}{k!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!}$$

$$\frac{n! \cdot k}{k!} = \frac{n!}{(k-1)!} \quad // : n!$$

$$\frac{k}{k!} = \frac{1}{(k-1)!} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{k!}{(k-1)!} = k}}$$

(a) Mennyi az $1, 2, 3$ számjegyek permutációjával képezhető háromjegyű számok összege?
(b) Mennyi az $1, 2, 3, 4, 5, 6$ számjegyek felhasználásával képezhető hatjegyű számok összege?

(a) $\underbrace{3!}_{\text{db háromjegyű szám}} \cdot (\underbrace{1+2+3}_{\text{számjegyek összege}}) = 3! \cdot 6 = \underline{\underline{36}}$

(b) 1, 2, 3, 4, 5, 6; hatjegyű szám; ∅ számjegy-ismétlődés

#1:

legkisebb szám: 123 456
legnagyobb szám: 654 321 } (+): 777 777

második legkisebb szám: 123 465
második legnagyobb szám: 654312 } (+): 777 777

⋮

// párok száma: 0.5 × 6!

$$\sum = \frac{6!}{2} \cdot 777\,777 = \underline{\underline{279\,999\,720}}$$

(b) 1, 2, 3, 4, 5, 6; hatjegyű szám; ∅ számjegy-ismétlődés

#2:

	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
	1 } 5!	1 } 5!	1 } 5!	1 } 5!	1 } 5!	1 } 5!
	2 } 5!	2 } 5!	2 } 5!	2 } 5!	2 } 5!	2 } 5!
	⋮ 6	⋮ 6	⋮ 6	⋮ 6	⋮ 6	⋮ 6
$\sum$	5! × 100 000 × (1+...+6)	5! × 10 000 × (1+...+6)	5! × 1000 (1+..+6)	5! × 100 (1+..+6)	$5! \cdot 10 \cdot (1+...+6)$	$5! \cdot 1 \cdot (1+2+...+6)$

*

$$* = 5! \cdot (1+2+...+6) \cdot (1+10+100+...+100\,000) =$$
$$= 5! \cdot 21 \cdot 111111 =$$
$$= \underline{\underline{279\,999\,720}}$$