Legyen $A = \{a, b, c, d\}, B = \{c, d\}, C = \{a, e\}$. Mutassuk meg, hogy ekkor $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (B \cap C)$. Igaz-e ez az állítás tetszőleges A, B, C halmazokra?

$A = \{a,b,c,d\}; B = \{c,d\}; C = \{a,e\}$

$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (B \cap C) = ?$

$A \setminus (B \setminus C) = A \setminus \{x \mid x \in B \land x \notin C\} = A \setminus \{c,d\} = \{a,b,c,d\} \setminus \{c,d\} =$

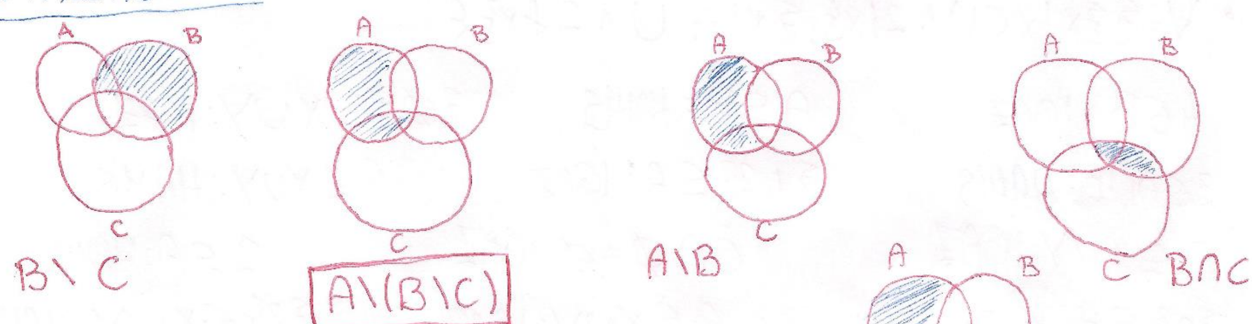
$= \underline{\{a, b\}}$

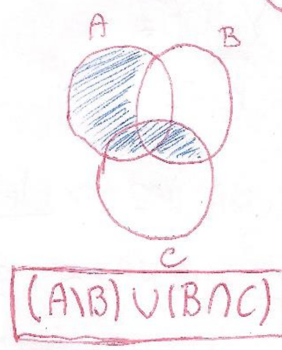
$(A \setminus B) \cup (B \cap C) = \{x \mid x \in A \land x \notin B\} \cup \{x \mid x \in B \land x \in C\} =$

$= \{a,b\} \cup \{\emptyset\} = \underline{\{a,b\}}$

$\{a,b\} = \{a,b\}$ ✓

ÁLTALÁNOSAN





Nem, a fenti állítás nem igaz tetszőleges A, B, C halmazokra.

Legyen $\mathcal{A} = \{\{a, b, c\}, \{a, d, e\}, \{a, f\}\}$. Mi lesz $\cup\mathcal{A}$ és $\cap\mathcal{A}$?

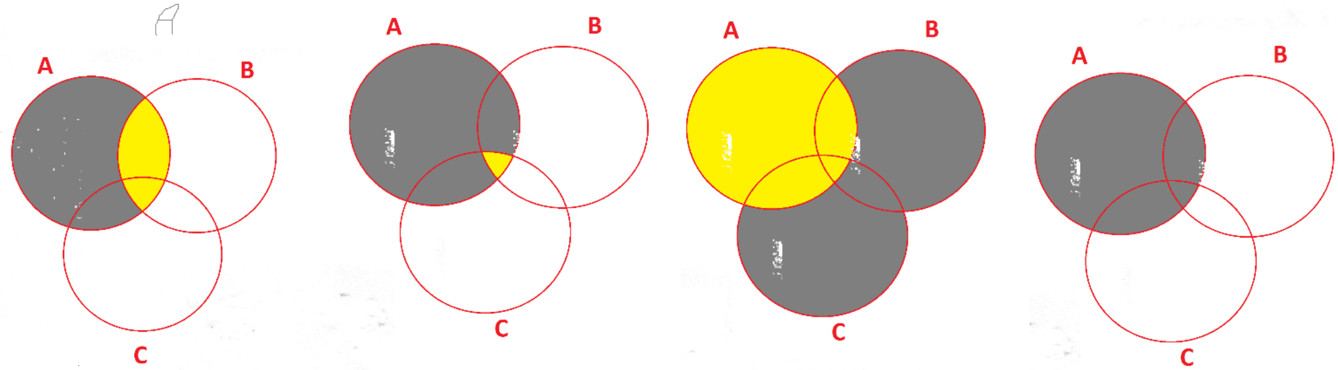
$\mathcal{A} = \{\{a,b,c\}, \{a,d,e\}, \{a,f\}\}$

$\cup\mathcal{A} = \{a,b,c\} \cup \{a,d,e\} \cup \{a,f\} = \{a,b,c,d,e,f\}$

$\cap\mathcal{A} = \{a,b,c\} \cap \{a,d,e\} \cap \{a,f\} = \{a\}$

Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést: $(A \cup (A \cap B) \cup (A \cap B \cap C)) \cap (A \cup B \cup C)$.

$$\Big(\overbrace{\underbrace{A\cup(A\cap B)}_{A}\cup(A\cap B\cap C)}^{A}\Big)\cap(A\cup B\cup C)=A$$



Legyenek A és B tetszőleges halmazok. Bizonyítsuk be, hogy $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$, ahol $P(A)$ jelöli A hatványhalmazát. Igaz-e az állítás unióval?

$$P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$$

Legyen $X\in P(A\cap B)$, ekkor X minden eleme A-nak és B-nek is eleme, így $X\in P(A)$ és $X\in P(B) \Rightarrow X\in P(A)\cap P(B)$. Legyen $Y\in P(A)\cap P(B)$. $Y\in P(A)$, $Y\in P(B)$, így Y minden eleme A-nak és B-nek is eleme. így $Y\in A\cap B \Rightarrow Y\in P(A\cap B)$.

$P(A\cup B)=P(A)\cup P(B)$, ahol $A\subseteq B$ vagy $B\subseteq A$