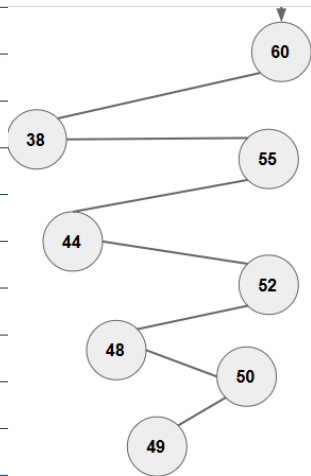


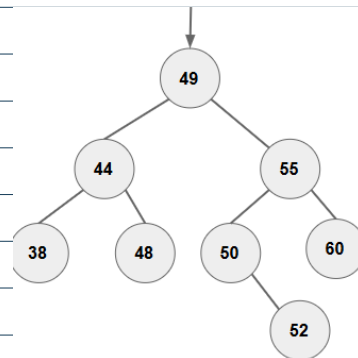
\* **Problema de balanceamento**  
 ↳ ÁBBS podem se degenerar, isto é, se tornar desbalanceada a depender da sequência de inserções de elementos  
 ↳ Ou seja, simplesmente, sofrer muitas operações

\* **Balanceamento**: é um processo computacionalmente complexo, devemos evitar depender dessa técnica.

ÁBB degenerada



ÁBB balanceada



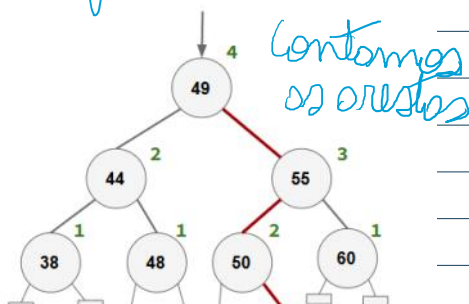
↔  
Mesmos elementos

↳ Balanceamento de um nó se diz respeito à diferença de altura dos subárvores esquerda ( $h_e$ ) e direita ( $h_d$ ).

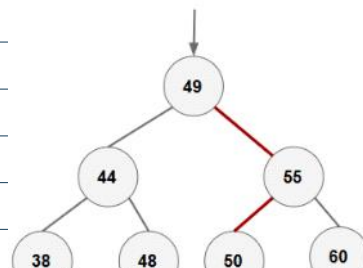
• **Altura de um nó**: é a altura da subárvore em que ele é raiz.  
 ↳ **Comprimento do maior caminho** (arestas/linhas) dele até seus folhos não nulos.  
 ↳ folhos com algum valor!

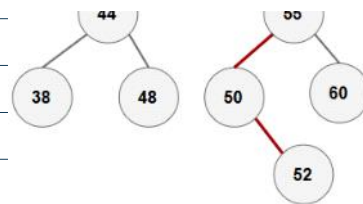
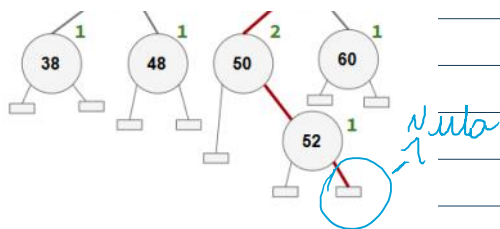
Considerando nulos:

↳ AVL geralmente considera!

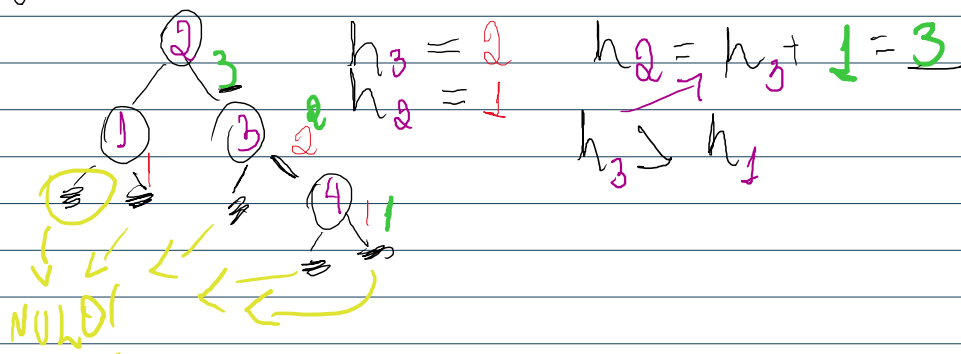


Não considerando:





• P/ calcular a altura de um nó, podemos considerar a maior altura entre seus filhos + 1.



\* AVL (proposta em 1962)

É uma ABB que, a cada inclusão/remoção, reorganiza a árvore p/ que siga balanceada.

P/ garantir o balanceamento, ainda precisamos que, p/ cada nó, assim como na AVL, a diferença de altura dos subárvores esquerda e direita seja de, no máximo, 1.

$$\text{Fator de balanceamento} = H_{SE} - H_{SD} \text{ ou } H_{SD} - H_{SE}$$

$$\hookrightarrow -1 < FB < 1$$

↳ não pode sair desse intervalo

↳ desde que os ajustes apropriados sejam feitos

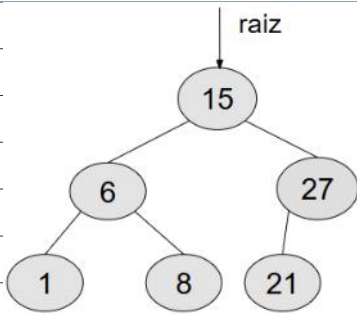
• Na AVL, costumamos ter como atributo a altura p/ cada nó (nó). Além disso, qualquer nó não-nulo terá, no mínimo, altura 1. Assim, nós folhas NULL tem altura 0.

• Sempre que alterarmos a árvore, atualizaremos esses alturas também. Por isso, costumamos usar recurso + encodamento simples em AVLs.

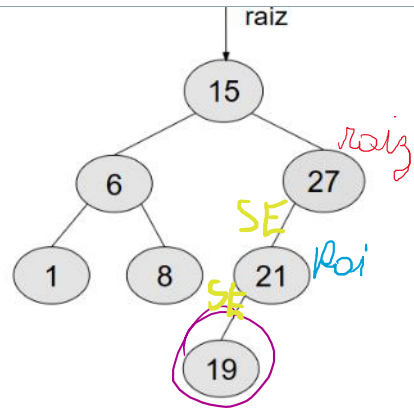
\* Rotação: é a principal forma de resolver desbalanceamento.

Árvore balanceada

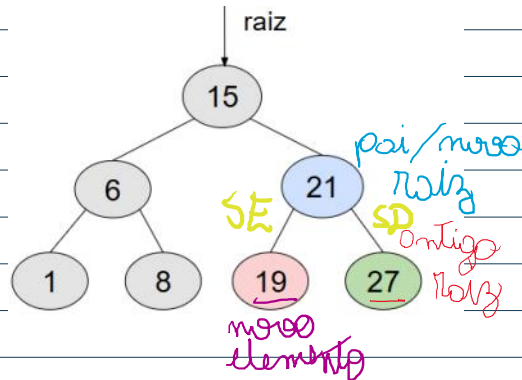
Árvore desbalanceada



inserção  
↘



rotação  
à direita

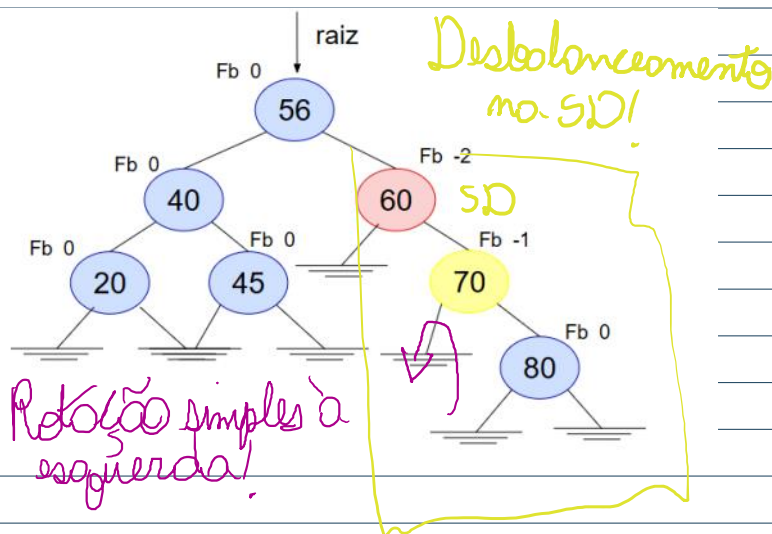


## \* Tipos de Rotação:

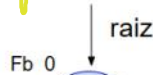
- simples à esquerda
- simples à direita
- esquerda-direita (ou dupla à direita)
- direita-esquerda (ou dupla à esquerda)

Fazemos a rotação ao lado contrário do desbalanceamento.

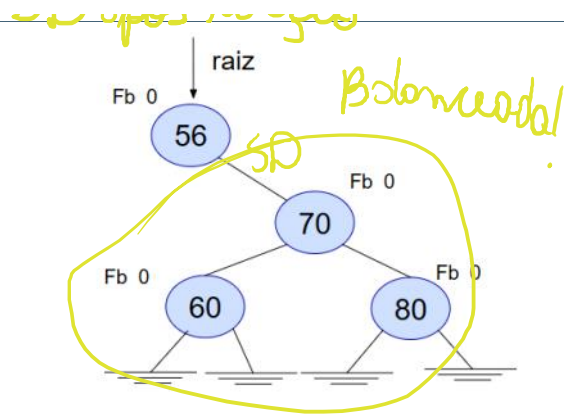
Exemplo: - Rotação simples à esquerda



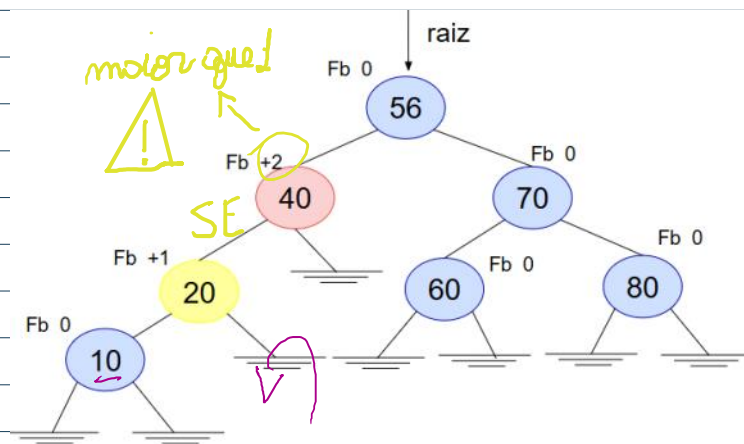
SD após rotação



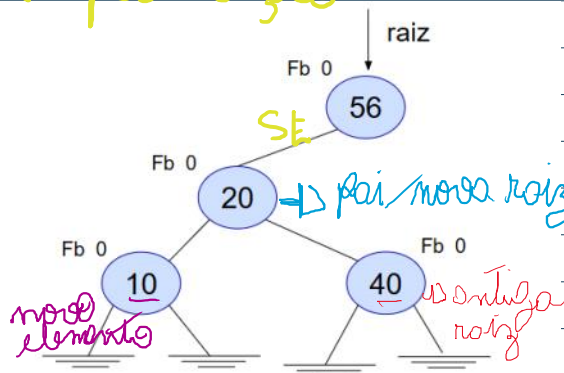
Balanced!



- Rotação simples à direita



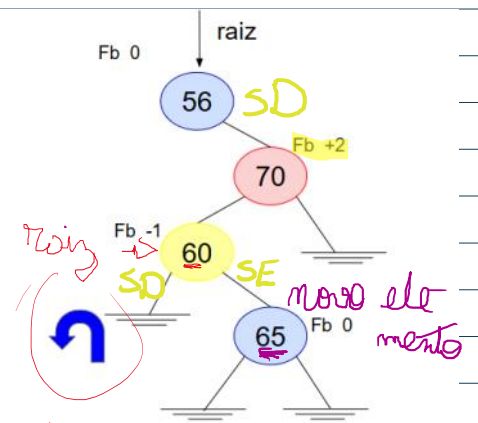
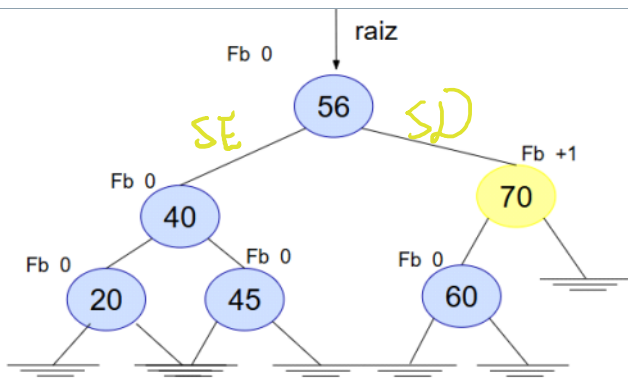
SE após rotação



- Rotação esquerda - direita

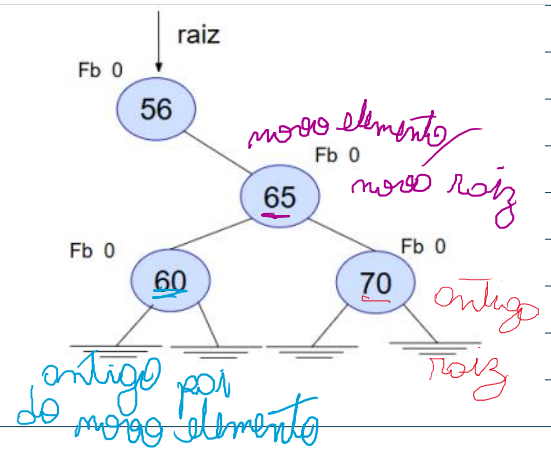
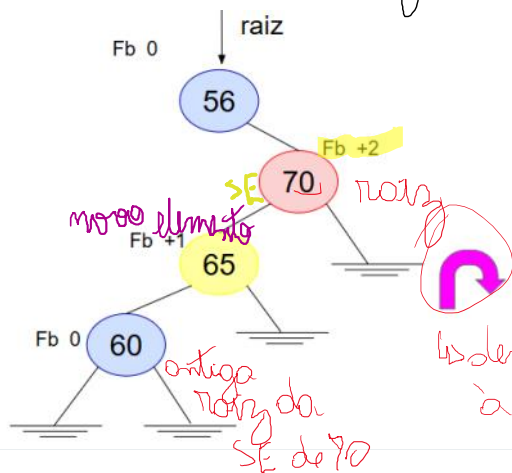
Árvore balanceada

SD desbalanceada



Rotacionamos à esquerda

Rotacionamos à direita



- Rotação direita-esquerda: processo semelhante ao apresentado acima.