Immagine che contiene design

Descrizione generata automaticamente con attendibilità bassa

OPERATIVITÀ CON OPZIONI

Approccio pratico all’analisi delle serie storiche e all’operatività sulle opzioni in python.

Immagine che contiene simbolo, clipart, creatività

Descrizione generata automaticamente

Gabriele Gatto

RELATORE

CO-RELATORE

**INDICE**

[1. Introduzione 3](#_Toc189947703)

[2. L’analisi delle serie storiche in Python. 0](#_Toc189947704)

[2.1 Analisi dei rendimenti. 3](#_Toc189947705)

[2.1 Metatrader, MQL5 e l’algo-trading 8](#_Toc189947706)

[Decomposizione STL 10](#_Toc189947707)

[Analisi dei processi stocastici. 12](#_Toc189947708)

[Stazionarietà 12](#_Toc189947709)

[White Noise 13](#_Toc189947710)

[Random Walk 14](#_Toc189947711)

[Analisi predittiva con il modello Autoregressivo 16](#_Toc189947712)

[3.3.1 Modelli a media mobile ARMA. 16](#_Toc189947713)

[3.4 Analisi delle Serie Temporali Cointegrate per il Trading Mean-Reverting 17](#_Toc189947714)

[3.1.1 Cointegrazione 17](#_Toc189947715)

[3.1.2 Test di Dickey-Fuller aumentato e cointegrato per la valutazione del pairs trading. 17](#_Toc189947716)

[Intervallo di confidenza per i rendimenti futuri. 20](#_Toc189947717)

[3 Le Opzioni 21](#_Toc189947718)

[4.1 Comprare e vendere Opzioni 23](#_Toc189947719)

[4.2 Il premio di un opzione 27](#_Toc189947720)

[4.2.1 Limiti invalicabili del prezzo di un’opzione. 29](#_Toc189947721)

[4.2.2 Put-call parity 30](#_Toc189947722)

[4.3 Coefficienti di sensibilità: Greche 31](#_Toc189947723)

[4.3.2 Delta 32](#_Toc189947724)

[4.3.4 Gamma 35](#_Toc189947725)

[4.3.5 Theta 36](#_Toc189947726)

[4.3.1 Vega 36](#_Toc189947727)

[4.3.3 Rho 38](#_Toc189947728)

[4.4 Modelli di pricing 39](#_Toc189947729)

[4.4.1 Alberi Binomiali 41](#_Toc189947730)

[4.4.2 Simulazione Monte-Carlo (moto browniano-weiner) 46](#_Toc189947731)

[4.4.3 Modello Black-Scholes-Merton 49](#_Toc189947732)

[5 Operatività con Opzioni 53](#_Toc189947733)

[**5.1** **Clearing House, Broker e Conto a margine.** 53](#_Toc189947734)

[5.2 Option Chain 54](#_Toc189947735)

[5.3 Dividendi 55](#_Toc189947736)

[5.4 Hedging 55](#_Toc189947737)

[6 Strategie con opzioni. 57](#_Toc189947738)

[5.3.1 Covered Call 58](#_Toc189947739)

[5.3.2 Butterfly 60](#_Toc189947740)

[5.3.3 Strangle 60](#_Toc189947741)

[5.3.4 Straddle 60](#_Toc189947742)

[7 Conclusioni 60](#_Toc189947743)

# Introduzione

Come spesso accade nella storia, è una difficoltà il vero carburante dell’innovazione. E’ possibile fissare nel passato il giorno in cui i nostri più lontani avi hanno raggiunto la consapevolezza che l’arduo compito di sopravvivere era più semplice da raggiungere unendo le proprie forze a quelle di altri membri della stessa specie? L’umanità si caratterizza dall’alba dei secoli per una capacità di interagire con il gruppo maggiore rispetto al resto del mondo animale. Anche le altre razze di animali hanno sviluppato una struttura sociale in cui i singoli individui uniscono le forze e vivono in comunità dalle svariate dimensioni, dal formicaio al branco di lupo, ma nell’uomo in modo particolare sembra più radicata una volontà di comunicare, di connettersi e interagire con i suoi simili. Che sia stata questa la determinante per uno sviluppo omogeneo che non ha paragoni nel mondo animale è una teoria sulla quale l’uomo si è interrogato molto nell’arco dei secoli:

*< Nessun uomo è un'isola, completo in se stesso;*

*Ogni uomo è un pezzo del continente, una parte del tutto. >[[1]](#footnote-2)*

Anche i mercati dipendono da complessi fenomeni di interazione sociale, l’affermarsi di un *Io economico*. La modalità in cui l’uomo si pone in relazione all’altro, che varia da individuo a individuo, si manifesta in molteplici modi, tra questi l’atto di possedere. L’uomo desidera ciò che non ha e protegge ciò che possiede, cova una bramosia per i beni altrui a cui non può accedere[[2]](#footnote-3). Il possesso è anche alla base dell’esercizio del potere, più si possiede più in alto si è nella gerarchia. Questi meccanismi hanno permesso la diffusione della proprietà privata e del modello che oggi chiamiamo capitalismo. Non ci interessa l’oggetto del desiderio, ma il desiderio in quanto motrice dello sviluppo: le conoscenze e le abilità tecniche che l’uomo ha sviluppato per raggiungere i suoi obiettivi, nell’arco di pochi millenni hanno permesso lo sviluppo di una civiltà che ha fatto breccia nel lento equilibrio della natura, qualcosa che lascia interdetto anche il mondo della scienza che alcuni definiscono “anello mancante” della Teoria Dello Sviluppo Della Specie di Darwin. Non ci interessa approfondire l’antropologia, ma i complessi fenomeni di interazione sociale che l’umanità ha messo in piedi influenzano anche i mercati, il modo in cui valutiamo il presente e il futuro pesa su decisioni fondamentali di politica economica e sociale, che si ripercuotono non solo sull’investitore, ma anche sulla società e a volte sul mondo intero. Sono numerosi i casi di crisi nate o amplificate dai mercati finanziari, con ripercussioni incalcolabili sui risparmiatori, ma anche sui governi e sulle politiche sociali di conseguenza. Eppure lo sviluppo degli ultimi secoli non sarebbe stato possibile senza un sistema finanziario integrato e dinamico dove le risorse possono essere gestite, valutate e scambiate secondo parametri comuni e sotto l’arbitrio di un ente terzo. Pensiamo al baratto, un modello che non rendeva semplice la trattativa, i metodi per la valutazione erano stabiliti in loco e lo scambio era spesso fonte di disguidi. E’ così che nell’Antica Grecia abbiamo una prima testimonianza di Erodoto , confermata poi da alcuni ritrovamenti sulle attuali coste occidentali turche, di alcuni sassi di lega d’acciaio in forma di dischi, le prime monete. Sarà la primissima testimonianza di un fenomeno umano che ha riscosso un successo che è sopravvissuto alla storia, tantè che in un mondo completamente digitalizzato ancora ne possediamo. La concentrazione del potere di acquisto in piccoli oggetti, li ha resi un arma per l’esercizio per potere, il denaro come elemento per valutare la nostra posizione nella piramide sociale.

Dalla necessità di denaro per affermarsi nella società, nasce lo sviluppo dell’economia, dell’impresa vista come gruppo organizzato di persone con lo scopo di soddisfare un bisogno altrui in cambio di un compenso. L’espansione senza sosta dello scambio di beni e risorse tra gli uomini è stata una costante nella storia, e le modalità che sono attualmente implementate per gli scambi commerciali e finanziari sono molteplici. In un mondo sempre più globalizzato anche i rischi si diffondono, una sorta di effetto contagio che li rende difficili da individuare e stimare. Per questo parleremo delle opzioni, che sono uno strumento derivato che permette di isolare e studiare i singoli rischi tramite la creazione di modelli che sono frutto di importanti intuizioni e approfondimenti sui dati macro e sui mercati. Parleremo di valutare e contrattare opzioni, e lo faremo nel modo pratico, imparando come proteggerci dai rischi o come analizzare i dati per cogliere opportunità per strategie speculative. Vedremo che la fragilità e l’incoerenza, l’imperfezione e il tempo, sono tutti elementi che ci influenzano quando valutiamo il mondo che ci circonda, e quindi anche se si tratta di strategie e di vil denaro. Parleremo di scelte. Scelte che demoliscono ogni teoria che attribuisce all’uomo una razionalità costante che invece non ci caratterizza. Parleremo di come sia facile ingannarci e di come pecchiamo di overconfidence. Parleremo di quanto complesso sia il mondo della rivoluzione digitale, della capacità di avere i nostri capitali dematerializzati e di cosa ciò comporta, di come funzionano i mercati telematici del 2025 e di quanto lontano si sia andati con la tecnologia. Vedremo quanto le macchine ci possano aiutare nel nostro lavoro, in particolare useremo uno dei tanti linguaggi che l’uomo ha creato per parlare una lingua che la macchina possa comprendere, per poterci comunicare e lavorare insieme. Parleremo di diritti e di doveri, di fiducia e di impegni. Parleremo di relazioni, dove ognuno ha valore in funzione dell’altro, nell’elementare gioco della domanda e dell’offerta. Vedremo fredde formule che calcolano aspettative e paure, in un equilibrio fragile che sostiene i mercati finanziari globali. Parleremo infine del tempo, a cui l’uomo nel disperato tentativo di possederlo ha cercato di dare un valore. In questo mondo in cui il prezzo è diventato attributo universale e imprescindibile del tangibile e dell’intangibile, impareremo a districarci e a cogliere le distorsioni sui prezzi che inevitabilmente si manifestano. La maggior parte degli investitori crede che il mercato azionario sia esogenamente influenzato da chissà quali fattori, come fosse una forza a sé stante che bisogna imparare a domare. Non ci si rende conto che siamo noi stessi intesi come gruppo a modificare il corso dei prezzi, dimentichiamo che la nostra paura è probabilmente la stessa degli altri e il nostro modo di pensare è simile.

Questa tesi sarà l’ennesima superficiale indagine alla ricerca di un modello che possa operare nel lungo periodo con risultati costanti. Non ingaggeremo una sfida con i grandi teorici per trovare l’algoritmo che spieghi con precisione il prezzo di un’opzione, tema che è fonte di dibattito tra accademici e operatori del settore ormai da decenni, ma riproporremo i modelli più famosi anche tramite l’implementazione in codice. Alcuni di questi premi sono valsi il premio nobel per l’economia ai loro ideatori. E’ il caso del nobel del 1997, vinto da Robert C. Merton e Myron S. Scholes, ideatori insieme a Fisher Black (precedentemente deceduto), del modello per la valutazioni degli strumenti derivati Black-Scholes-Merton. Questo modello segna una svolta e continua a essere un paradigma assoluto per gli addetti ai lavori anche oggi, a 30 anni di distanza. Cercheremo di mettere in pratica le varie strategie e modelli complessi che ho avuto modo di apprendere sia durante il mio percorso di studi, che grazie a un approfondimento costante dei mercati. La finanza è la mia grande passione, è caduta dal cielo in un momento in cui rischiavo di affogare nei meandri del mondo. Gli strumenti che si sviluppano con lo studio di questa disciplina ci rendono capaci di leggere il sentiment sui grafici e tra i numeri, diventare capaci di captare l’incertezza e le paure, la foga e la voglia di fare soldi facili contro ogni regola.

Nel 1975 la Roper-Starch Worldwide General Information [[3]](#footnote-4) fece un’indagine sulle abitudini comportamentali e tratti culturali su diversi individui. La domanda era la seguente: < Quando pensi a una bella vita, la vita che ti piacerebbe condurre, quali cose di questo elenco, se ce ne sono, dovrebbero farne parte? >. In quell’anno il 38% degli intervistati selezionò < Molto denaro >. Lo stesso sondaggio venne riproposto nel 1993, 18 anni dopo, e a discapito di altre opzioni come salute e amore, < Molto denaro > era salito al 63%. La ricerca del denaro e il denaro come metodo di valutazione sono uno degli aspetti che rende maggiormente controversa la società moderna, l’affermazione di una cultura in cui l’uomo d’affari è visto come uomo di maggior successo rispetto all’artista, allo scienziato, al politico. Il mito del self-made-man ha segnato le generazioni precedenti alla nostra, quelle che hanno caratterizzato la seconda e terza rivoluzione industriale e i boom economici che hanno permesso lo sviluppo di un tessuto di micro-imprese in italia, e di grandi colossi nel mondo. Oggi il mondo è molto più competitivo, la concorrenza della multinazionale pesa sul piccolo commerciante, e la necessità di assicurarsi un futuro pesa sui giovani che non riescono a inserirsi e sui più adulti che si trovano in un mondo che non riconoscono più. In questo clima di dubbi l

Se farete con me lo sforzo di arrivare fino in fondo, alla fine avrete molte nozioni fondamentali e anche una forma mentis necessaria per renderci operativi su uno strumento così complesso con tutte le accortezze necessarie. Ogni passo verrà tradotto in codice Python, in modo da avere una parziale automazione dei processi che ci permetta di apprendere velocemente le informazioni utili alla definizione di una strategia. La costruzione di questi codici dalla base ci permetterà di fissare concetti e relazioni tra le variabili che sarebbero molto più difficili da cogliere senza implementazioni matematiche e grafiche. Le opzioni si prestano particolarmente bene a essere rappresentate su un grafico cartesiano, anche le ottimizzazioni spesso si sviluppano su grafici tridimensionali. Queste e tante altre implementazioni saranno oggetto dei capitoli successivi.

*Fake Disclaimer*

Questa tesi si pone l’arduo obiettivo di fornire competenze e strumenti di supporto fondamentali per un approccio professionale all’operatività con opzioni per finalità di copertura e speculativa. Partiremo dalle nozioni teoriche che sono alle basi degli strumenti derivati, fino ad approfondire dettagli spesso trascurati in ambito accademico che sono pane quotidiano per chi opera attivamente sui mercati. Il contenuto di questa tesi è indirizzato a operatori, studenti o appassionati del settore, non costituisce una sollecitazione al pubblico risparmio o un'offerta, né una raccomandazione all'acquisto o alla vendita di strumenti finanziari. L'utilizzo dei dati e delle informazioni contenuti nella tesi come supporto di scelte di operazioni d'investimento personale è a completo rischio del lettore.

# L’analisi delle serie storiche in Python.

Python è un linguaggio di programmazione ad alto livello particolarmente diffuso grazie alla sintassi semplice e intuitiva che lo caratterizza. La sua versatilità lo rende perfetto sia per aspiranti programmatori che si approcciano per la prima volta alla programmazione, sia per programmatori esperti, molto richiesti sul mercato del lavoro. Infatti l’abilità di manipolare dati in python è funzionale in molti ambiti. Per chi come me si approccia a python dopo aver imparato a programmare in altri ambienti, o per chi è abituato a lavorare su fogli di calcolo come excell, l’apprendimento risulta solitamente agevole e veloce, con la possibilità di implementare modelli più complessi a parità di codice e con il risultato che il processo risulta molto più veloce e automatizzato. La scalabilità di python lo rende particolarmente adatto allo sviluppo del machine learning, nell’automazione dei processi, nell’implementazioni di reti neurali per l’artificial intelligence. Il nostro interesse per python è dovuto a vari fattori: alla semplicità con cui è possibile accedere a editor online, come colab[[4]](#footnote-5) che può essere utilizzato da chiunque abbia un account google; ai numerosi tool che rendono l’analisi dati su python e l’implementazione grafica dei modelli estremamente semplice ed efficace; l’accesso a librerie libere che integrano tutto ciò che ci sarà utile per implementare i nostri modelli. Per questo nelle prossime pagine i modelli teorici sono accompagnati da codici che possono essere facilmente replicati, io consiglio colab o altri ambienti web a chi deve approcciarsi alla programmazione per la prima volta, molti di questi ambienti integrano la possibilità di usare l’AI e la possibilità di salvare i nostri progetti nel cloud. L’intento di questo lavoro sarà quello di fornire una formazione completa sull’analisi delle serie storiche, sul pricing delle opzioni e sulle strategie speculative che possono essere costruite usando le opzioni. La completezza delle informazioni è una condizione necessaria per l’attuazione di una strategia efficace, lo studio può avvenire tramite la creazione di modelli in codice da integrare nei nostri modelli. Tradurre manualmente in codice delle formule calcolare indici che sono già reperibili online su qualunque sito di informazione finanziaria è utile a raggiungere la competenza necessaria per scomporre e ricomporre i modelli teorici, fino a raggiungere conoscenza approfondita e una personalizzazione dell’algoritmo sotto qualsiasi aspetto. Non approfondiremo nel dettaglio le logiche della programmazione, ma anche per un neofita con conoscenze in ambito di mercati e investimenti sarà possibile leggere il codice, produrre dei risultati utili all’implementazione delle sue strategie, e capire che tipo di modello teorico o strategia stiamo replicando. Al seguente qr code sarà possibile scaricare i codici sorgente divisi per capitolo e argomento trattato, sono gli stessi che troveremo nelle prossime pagine commentati, ma pronti per essere integrati e personalizzati nei propri modelli. L’obiettivo è che possiate costruire delle varianti di questi codici, saperli maneggiare e personalizzare a vostro piacimento.



<https://github.com/gabri035/TESI_GATTO_GABRIELE.git>

Le caratteristiche che rendono python particolarmente usato nell’analisi dei dati per gli investimenti sono:

* Le librerie specializzate sono sicuramente il vantaggio che ha reso python più utilizzato e popolare. Su un linguaggio open source tutta la community ha dato un contributo rilevante implementare nuove librerie tematiche che contengano una serie di tool utili all’analisi statistica dei dati, o alle operazioni algebriche, o ancora alla rappresentazione grafica. Queste librerie verranno richiamate solo quando eseguiremo la prima volta il codice, saranno poi utilizzabili per tutto il tempo della sessione. Tra le librerie più famose, quelle che ci torneranno più utili sono:
  + *Pandas*: per l’analisi di dati dati in formato sequenziale o tabellare, quali serie temporali o dati in array.
  + *Numpy*: per la gestione degli array multidimensionali.
  + *Matplotlib* e *Seaborn*: per le rappresentazioni grafiche.
  + *Yfinance*: per scaricare i dati di mercato.
* La grande community è pronta a rispondere, a volte in pochi minuti, a qualunque domanda si ponga sui blog. E’ reperibile online un’infinità di informazioni riguardo alla programmazione in python e l’apprendimento è potenzialmente illimitato e gratuito, oltre a una letteratura tecnica molto ampia sul tema.
* La possibilità di implementare expert advisor che operino in maniera automatizzata sui mercati grazie ad alcune API che permettono di collegarsi direttamente al broker.
* La semplicità del linguaggio e l’articolato ecosistema di applicativi aggiuntivi che lo rendono facilmente accessibile e leggibile da chiunque.

Nelle librerie di python sono implementate tutte le possibili formule matematiche e statistiche necessarie per ottenere velocemente le analisi che ci saranno utili. Nel programmare modelli per l’analisi delle serie storiche costruiremo array contenenti le serie dei prezzi o dei rendimenti. Per esempio un array che contenga le serie dei prezzi di 2 azioni daily degli ultimi 2 anni, conterrà i quattro prezzi OHCL, per un totale di 9 colonne (compresa la data) e circa 500 righe (250 giorni di mercati azionari aperti all’anno). Nei sistemi di automazione come gli *expert advisor*, spesso costruiti per operare ad alta frequenza, questi array possono aggiornarsi a ogni tick, quindi svariate volta al secondo, calcolando in pochi millisecondi e senza fatica una serie infinita di operazioni, ammesso che la vostra connessione e il vostro computer lo sopporti (tratto da una storia vera).

Entriamo in python, creiamo uno script e andiamo a inizializzare un array con all’interno la serie storica dei prezzi di chiusura giornalieri di AAPL. Solitamente il codice ha una prima parte dove vengono richiamate le librerie che contengono gli strumenti per l’analisi di cui abbiamo bisogno, vediamo che nelle prime righe sono state richiamate nello script tutte le 4 librerie viste in precedenza tramite *import*. Alle librerie diamo un alias breve con cui richiamarle tramite l’operatore *as.*  Se vengono usate per la prima volta le libreria hanno bisogno di essere installate tramite il gestore di pacchetti *pip install* che permette di scaricarle e integrarle nel nostro terminale. Una seconda parte del codice viene subito dopo, dichiariamo le variabili di input del nostro modello: saranno sempre disponibili per essere cambiate e influiranno sui risultati del modello. In una variabile *stocks* inseriamo la stringa che contiene il ticket del titolo che studiremo, in una variabile *datetime* dal nome *start* la data di partenza del campione temporale della serie storica che andremo a lavorare. Non ci serve altro, con *yfinance* possiamo scaricare subito i prezzi OCHL del periodo selezionato e ne estraiamo solo quelli di chiusura. Stiamo trascurando il timeframe che di default verrà impostato sul daily, ma nei prossimi capitoli vedremo più implicazioni di questa libreria e setteremo anche questo parametro. Con un’operazione abbiamo estrapolato il vettore dei dati *close* che ci interessa e lo plottiamo con *plot*.

Immagine che contiene testo, schermata, schermo, software

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, linea, schermata, Diagramma

Descrizione generata automaticamente

Questi metodi ci permetteranno di ottenere velocemente le serie dei dati utili a un’analisi molto approfondita soprattutto sull’andamento del titolo e sulla volatilità dei rendimenti. Le opzioni, sulle quali lavoreremo per la gran parte di questo testo, sono tipicamente strumenti il cui valore è particolarmente influenzato dalla volatilità. Sono usate infatti da chi piuttosto che investire sull’andamento del sottostante, preferisce andare a speculare sulla crescita o diminuzione della volatilità. Infatti, chi compra opzioni trae un beneficio dal rialzo della volatilità, mentre chi le vende spera in una stazionarietà dei rendimenti futuri. Ci bastano due righe di codice per trasformare i prezzi in rendimenti e fare un grafico della distribuzione. Qualora il lettore fosse interessato ad approfondire nel dettaglio il linguaggio di python, potrebbe partire dal cercare le funzioni che andremo a richiamare e sulle quali non ci soffermeremo singolarmente. Da questo momento non troverete più sul testo la parte dei codici dedicata alle rappresentazioni grafiche. Infatti spesso per rendere esplicativo un grafico sono necessarie più righe di codice di quante non ne richieda la costruzione dei modelli stessi. Ovviamente nei codici allegati al testo ci saranno i codici interi che hanno portato alla costruzione dei grafici in questo testo.

## 2.1 Analisi dei rendimenti.

La variazione del prezzo nel prossimo futuro è una grande incognita, e nessun modello matematico potrà mai prevedere il futuro. Quello che è possibile fare, avendo una serie storica abbastanza lunga di dati, è calcolare le probabilità con le quali si distribuisce un fenomeno. Facciamo un esempio, valutiamo la serie storica delle condizioni meteo degli ultimi 5 anni alle Bahamas, non sarà possibile prevedere con certezza il meteo da qui a una settimana, ma potremo affermare con un certo grado di certezza che le probabilità che nevichi sono molto basse, perché nella nostra serie pochissime volte sono registrate nevicate sulle isole caraibiche. Potremmo stimare un altro livello di probabilità per le possibilità che piova, e tutta un’altra serie di previsioni che assumono ovviamente che il sottostante, in questo caso le condizioni meteo passate e future, continuino a mantenere un livello di volatilità costante e pari a quella storica. Ovviamente questa assunzione è molto forte, ripetiamo che non possiamo in nessun modo prevedere il futuro nel breve termine, ma possiamo stabilire con un buon grado di approssimazione con dei livelli di probabilità cosa potrebbe probabilmente succedere o non succedere.

Useremo questa analisi per individuare un campo di variazione dove è possibile che il sottostante si muova. Per fare ciò lavoreremo sui rendimenti dei prezzi, pari a:

Rendimento semplice :

Rendimento logaritmico, spesso preferito:

Valutando i rendimenti di una serie storica e plottandone la distribuzione di frequenze in un istogramma noteremo che l’andamento dei prezzi sembra seguire una normale, tendente alla leptocurtica, con media e deviazione standard . Un risultato importante, poiché è possibile determinare la perdita potenziale di un investimento una volta fissata la soglia di riferimento, che è chiamato livello di fiducia. Questo parametro è usato per misurare il capitale a rischio. Una volta fissato il livello, la distribuzione normale ci può aiutare a calcolare qual è la percentuale di rimane fuori dall’intervallo di fiducia. Il livello di fiducia può essere calcolato in funzione della media (μ) e della deviazione standard (σ), ma soprattutto in base al livello di rischio che l’investitore vuole assumersi.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene Diagramma, linea, diagramma, testo

Descrizione generata automaticamente

Commentando il codice, la funzione pct\_change() ha trasformato i valori del nostro array da prezzi a rendimenti e ci ha permesso di studiarne la distribuzione tramite i grafici generati. Facendo una rapida ricerca online si scopre che questa operazione è integrata alla libreria pandas che abbiamo richiamato precedentemente. E’ la stessa pydata comunity, creatrice della libreria, a definire online tutti i dettagli:

*“The pct\_change() method returns a DataFrame with the percentage difference between the values for each row and, by default, the previous row.*

*Which row to compare with can be specified with the periods parameter.”*

Sintassi:

*dataframe.pct\_change(periods, axis, fill\_method, limit, freq, kwargs)*

Quindi la funzione pct\_change ritorna la variazione percentuale tra un dato e il precedente. Nel nostro caso i dati sono prezzi precedentemente trasformati con i logaritmi, e le variazioni calcolate saranno rendimenti logaritmici. Abbiamo detto che di default la variazione viene calcolata tra il dato attuale e il precedente. Possiamo cambiare questo meccanismo inserendo il primo parametro, il cosiddetto *shift*. Quante posizioni in dietro nell’array rispetto a quella del dato attuale, si andrà a prendere il dato da usare per calcolare la variazione? Di default è settato su 1, quindi prendendo per esempio un prezzo a t, si andrà al t-1, cioè al prezzo subito precedente per calcolare la variazione percentuale tra i due. Se avessimo messo come *input periods = 2* invece avremmo avuto il rendimento tra il giorno t e il giorno t-2. Notiamo che nel primo caso, la dimensione dell’array iniziale di dati si sarebbe ridotta di 1. Questo perché dato un vettore di n prezzi, per calcolare il rendimento abbiamo sempre bisogno di due dati, dell’attuale e del precedente. Il dato più vecchio quindi non avrebbe avuto un corrispettivo passato con cui confrontarsi per calcolare la variazione, ma sarebbe stato utile solo al dato 2 per calcolare il rendimento successivo.

Nell’analisi della distribuzione di un insieme di dati si possono calcolare degli indici di asimmetria e di curtosi. La simmetria implica che sia possibile dividere la distribuzione in due parti, con i valori simmetricamente distribuiti nelle due code. Il test di skewness ci dirà se i valori si distribuiscono maggiormente alla destra della media (valore maggiore di zero), o a sinistra (valore minore di zero). Nel nostro caso, AAPL ha mantenuto un trend crescente nell’ultimo anno, ci aspettiamo quindi un’asimmetria della coda a destra della media, quindi un numero maggiore di rendimenti positivi rispetto a quelli negativi.  
La curtosi misura la forma della nostra curva della distribuzione, se i valori sono maggiormente concentrati vicino alla media la curtosi risulterà positiva e la distribuzione tenderà a essere leptocurtica. Se invece hanno maggior peso i valori nelle code, allora la distribuzione sarà più piatta e seguirà forma platicurtica:

• Indice di curtosi = 0: forma normale

• Indice di curtosi > 0: forma leptocurtica

• Indice di curtosi < 0: forma platicurtica

Abbiamo già detto che la distribuzione dei rendimenti di titoli azionari spesso tende a essere maggiormente appuntita e più alta rispetto a una distribuzione normale, infatti il risultato della statistica calcolata sui rendimenti di AAPL restituisce un valore > 0.

Effettuiamo ora dei test di normalità, in particolare il test di Jarque-Bera e di Shapiro-Wilk. Il primo si basa sull’asimmetria e sulla curtosi precedentemente calcolate. L'ipotesi nulla è verificata se sia asimmetria che curtosi in eccesso sono nulle. Tale ipotesi viene rigettata per valori di JB troppo grandi.

Con S = indice di asimmetria e K = curtosi.

Il test Shapiro-Wilk invece può restituire valori tra 0 e 1, nel caso valori molto vicini allo 0 rifiuteremo l’ipotesi nulla che i valori del campione seguano una distribuzione normale. Il *Q-Q plot* è un implementazione grafica che permette di studiare la normalità dei rendimenti confrontando i quantili osservati dei log‑rendimenti con quelli teorici di una normale. Se i due combaciano allora la nostra distribuzione è normale. Calcolare le nostre statistiche risulta particolarmente semplice grazie alla libreria *scipy* che abbiamo richiamato a inizio codice. Questa libreria è particolarmente utile per il calcolo numerico di derivate e per la risoluzione di equazioni differenziali ordinarie (ODE), oltre che per il calcolo di distribuzioni probabilistiche, test statistici, calcolo delle medie e altre analisi statistiche.



Immagine che contiene testo, Carattere, schermata, algebra

Descrizione generata automaticamenteImmagine che contiene testo, Diagramma, linea, schermata

Descrizione generata automaticamente

Commentando i risultati che restituisce questo modello, troviamo conferma del fatto che la nostra curtosi è abbastanza alta, indice di forma leptocurtica della distribuzione. Anche le nostre previsioni sull’asimmetria erano esatte, la coda di sinistra raccoglie più dati. Tutto ciò comporta che la distribuzione si avvicina a una normale ma non la replica perfettamente, come ci dicono i test di normalità e il *Q-Q plot*. Questi esempi dimostrano che la conoscenza di linguaggi come python permettono di avere accesso a una serie infinita di possibili implementazioni e analisi.

Un’altra analisi utile soprattutto nell’ottica di gestione dei portafogli è la regressione lineare. Implementare un modello di regressione permette di calcolare il rischio del nostro asset in relazione all’andamento del suo indice di mercato di riferimento. Noi andremo a calcolare la regressione tra la variabile dipendete *Y* pari alla serie storica di AAPL e la variabile indipendente X pari alla serie storica dell’indice S&P 500. Otterremo alcune importanti informazioni da questa analisi:

* Misurare il parametro *beta()* del modello di regressione significa stabilire come il prezzo di AAPL reagisce a una variazione del prezzo dell’indice. Un beta maggiore di 1 implica una varianza maggiore del prezzo di AAPL, mentre un beta minore di 1 ci dice che AAPL e’ un investimento più prudente rispetto al suo mercato.
* Per i gestori di portafoglio il beta rappresenta il rischio sistematico e non diversificabile di AAPL, cioè quel livello di rischio da cui non possono liberarsi con la diversificazione.
* Il modello di regressione lineare non l’ideale per costruirci dei modelli predittivi, ma può darci informazioni importanti sulle relazioni tra gli asset che costituiscono un portafoglio.
* Sul modello regressivo si possono effettuare vari test statistici per misurare la significatività della relazione, la bontà del modello (*R²*) e controllare eventuali problemi (eteroschedasticità, non normalità dei residui).

Il grafico su tre assi ci porta a ipotizzare che esista una relazione tra gli andamenti, ma saranno delle analisi statistiche a confermare o a smentire le nostre ipotesi.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Per costruire il nostro codice lavoreremo con i prezzi di chiusura che abbiamo già estratto per AAPL e andremo a scaricare la serie storica dell’S&P500 sullo stesso timeframe e periodo temporale, in modo da avere due array delle stesse dimensioni. Faccio notare che per scaricare le serie storiche tramite *yfinance* è necessario avere il ticker o l’ISIN di un qualsiasi titolo, in questo caso abbiamo scaricato la serie di un fondo che replica l’indice tramite codice ISIN. I più attenti potrebbero notare delle differenze in questo nuovo codice rispetto al precedente nelle modalità in cui viene scaricata la serie storica dell’S&P500. Ecco si vuole dimostrare che ci sono molte strade per raggiungere lo stesso obiettivo, che python permette di maneggiare più operatori contemporaneamente, di sviluppare e personalizzare i nostri progetti secondo le modalità che ci vengono più comode. La funzione *dropna()* cancella i valori non disponibili, *squeeze* trasforma in serie il datetime.

Una volta in possesso delle due serie storiche dei prezzi si procede al calcolo dei rendimenti logaritmici, che vengono poi inseriti come variabili dipendenti e indipendenti nel nostro modello di regressione. Con *mode.summary* ritorneranno le statistiche e i parametri calcolati dal nostro modello di regressione, uno *scatter plot* ci mostrerà come si sono mossi i rendimenti dei due titoli. Notiamo l’utilizzo di una libreria precedentemente importata di cui non avevamo ancora parlato, *statsmodel.* Questa libreria permette di avere classi e funzioni in grado di stimare numerose analisi statistiche, come in questo caso la regressione lineare. Successivamente avremo modo di usarla anche per la scomposizione della componente deterministica della serie storica e per altre implementazioni.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, software

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, ricevuta, schermata, numero

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene linea, Diagramma, diagramma, schermata

Descrizione generata automaticamente

Commentiamo i risultati di questo modello. L’ ha valore 0.141, ciò significa che il modello spiega solo il 14% della varianza dei prezzi di AAPL, facendoci intendere che ci sono altri fattori che legano i due titoli che non vengono catturati dal modello. Un valore elevato della F-statistic indica che una grande proporzione della varianza totale è spiegata dal modello, non è il nostro caso con 44.12, ma il p-value molto basso ci porta a rifiutare l'ipotesi nulla e concludere che almeno una delle variabili indipendenti ha un effetto significativo sulla variabile dipendente. Non è il caso della costante alfa, che risulta non significativamente diversa da zero, ma è il caso del coefficiente beta di valore 0.3994, pari all’aumento medio della variabile AAPL in seguito a un aumento unitario della variabile indipendente S&P500. L’intervallo di confidenza del beta non include lo zero, a conferma del fatto che intercorre una relazione tra le due variabili. In virtù di ciò che abbiamo già detto sul coefficiente beta e della sua utilità per la gestione del portafoglio, investire in AAPL abbasserebbe la volatilità in un portafoglio composto da altri titoli dell’S&P500. Infine può essere utile un’analisi dei residui, riassunta dalla statistica Durbin-Watson = 2.042. Un valore vicino a 2 suggerisce assenza di autocorrelazione, quindi i residui sono indipendenti.

### 2.1 Metatrader, MQL5 e l’algo-trading

Metatrader

I grafici sono facilmente customizzabili, ci saranno molto utili per raffigurare i payoff delle strategie per opzioni. Avremmo potuto facilmente richiamare il beta o l’equazione di tutta la retta, porla in evidenza sul grafico ed evidenziare i residui. Non ci dedicheremo ad approfondire questi aspetti, ma è possibile reperire online una quantità infinita di operazioni al riguardo, useremo i grafici sono in quanto funzionali all’esito finale dell’analisi e alla qualità dei modelli. Non sfrutteremo inoltre neanche la possibilità di collegare tramite API l’ambiente python al nostro broker, il che ci permetterebbe di mettere in essere sistemi automatici di trading. A noi interessa mantenere un ruolo attivo nelle nostre strategie, mantenendo un minimo di discrezionalità nella nostra operatività. Soprattutto l’algo-trading non si presta alle strategie in opzioni che non comportano un’operatività ad altra frequenza.

Ciò nonostante lo studio e la creazione di Expert Advisor mi è stata estremamente utile nell’apprendimento dell’arte della programmazione, nella quale ho fatto ancora pochi ma importanti passi, per questo voglio dedicare una parentesi a metatrader, una piattaforma per trader e sviluppatori che attraverso un linguaggio specifico fornisce un potente ambiente di sviluppo per l’automazione e l’ottimizzazione nel trading.

## 2.2 L’analisi del sottostante.

Le serie storiche dei prezzi, come abbiamo visto, costituiscono la materia prima con cui lavorano i nostri modelli, cercheremo di spiegarne l’andamento, di trovare e stimare l’influenza di alcune variabili su tali prezzi. La fase di analisi della serie storica è propedeutica a una seconda fase, quella previsionale, il cui scopo è calcolare possibili valori futuri. Vale la pena dare una definizione: si definisce serie storica un insieme di numeri ordinati rispetto al tempo che esprimono la dinamica di un certo fenomeno. Una parte del mondo accademico si dimostra scettica sulla capacità dell’analisi dei dati di contribuire positivamente alla creazione di modelli predittivi per le serie storiche. Questo principio è giustificato dal frequente fallimento di parte di gran parte dei gestori nel tentativo di sovraperformare il *benchmark*[[5]](#footnote-6) di riferimento. Non entreremo nel dettaglio di questo dibattito, ma assumeremo che sia possibile costruire delle strategie che diano risultati positivi nel lungo periodo, esercitandoci nella gestione attiva e affinando le nostre tecniche nella gestione del portafoglio e degli investimenti. E’ facilmente dimostrabile che vale la pena studiare il passato, perché il passato tende a ripetersi e c’è sempre qualcosa da imparare per il futuro. Le serie storiche saranno la palestra dove allenare i nostri modelli e dove verificarne la robustezza. La padronanza tecnica dei modelli statistici rimane quindi requisito fondamentale per valutare le serie storiche, ma è fondamentale tenere a mente che il fattore umano ha il suo peso sui mercati e porta a delle distorsioni non indifferenti tra i prezzi teorici calcolati dai modelli e quelli effettivamente visibili usi mercati. Nel nostro caso lo studio della serie storica sarà finalizzato alla creazione di strategie con gli strumenti derivati, effettueremo dei backtest al fino di essere certi della bontà statistica delle nostre strategie.

Il rischio quando si va ad operare con strumenti derivati è quello di dimenticare lo stretto legame che intercorre tra il valore del derivato e il valore del sottostante. E’ quindi fondamentale lavorare bene su entrambi i lati della medaglia: una strategia con opzioni che sia operativamente efficiente non può prescindere da uno studio dell’andamento del sottostante e da un’analisi dei fattori che lo influenzano. Anche noi, come ogni analista quantitativo siamo interessati a implementare modelli che permettano di aumentare la redditività dei nostri algoritmi di trading. Vogliamo che questi modelli si basino su quantificazioni e assunzioni che non si alimentinosu “supposizioni” o “intuizioni”, ma sul risultato di analisi statistiche robuste. Nelle nostre analisi passeremo brevemente sui grandi classici dell’econometria, concentrandoci su alcuni modelli che hanno rivoluzionato lo studio delle serie storiche. Nel corso delle prossime pagine seguiremo questo percorso:

Partendo dall'approccio tradizionale, assumeremo che il processo seguito dai prezzi del sottostante sia scomponibile in due parti: una è la parte deterministica che è possibile scomporre a sua volta in componenti di trend, cicliche e stagionali, e una è la componente erratica data dall’errore tra i valori previsti del modello e le reali manifestazioni della serie.

Andiamo ora ad analizzare la parte deterministica, scomponendola e analizzandone le varie componenti

### 2.2.1 Decomposizione STL

Nell’*econometria delle serie storiche* del 1995, James D. Hamilton noto economista di San Diego definiva l’andamento dei prezzi di una serie storica come formato da 4 componenti:

* Il trend T
* La stagionalità S
* Una parte di errore R
* Una componente ciclica C

Secondo Hamilton l’andamento del prezzo è soggetto all’influenza di troppe variabili per effettuarne uno studio diretto, ma tramite la parcellizzazione del processo e lo studio delle singole componenti, è possibile individuare delle evidenze tipiche di ogni fattore e di sfruttarne le combinazioni per effettuare delle previsioni. Le relazioni tra le varie componenti possono essere di due tipi, tipo additivo o tipo moltiplicativo, a seconda del modo in cui ricomponendosi ritornano alla serie originale.

*Additivo*: *Moltiplicativo*:

Mentre nel modello additivo le componenti si sommano, e di conseguenza le variazioni nel tempo sono costanti e non dipendono dal livello del trend, un modello moltiplicativo è non lineare, può essere quadratico o esponenziale, e le variazioni sono quindi proporzionali al trend. Una serie che segua il modello moltiplicativo tenda ad avere una volatilità molto più elevata.

Immagine che contiene linea, Diagramma, testo, diagramma

Descrizione generata automaticamente

La decomposizione STL, o per esteso *Decomposition Seasonal and Trend Decomposition using Loess, è* un valido metodo per individuare le componenti trend e stagionalità. La decomposizione STL si presta particolarmente bene all’analisi di asset che seguano un andamento stagionale. Lo svantaggio di questo modello rispetto gli altri metodi è l’applicabilità ai soli modelli additivi[[6]](#footnote-7). I vantaggi che lo rendono più apprezzato e statisticamente più robusto rispetto ad altri modelli di scomposizione sono:

* L’utente può monitorare variazioni della componente stagionale, che non rimane fissa.
* E’ più robusto alle distorsioni da outlier.
* Si può calcolare la stagionalità su qualsiasi timeframe.

L'algoritmo STL esegue uno smussamento della serie temporale utilizzando il metodo LOESS sviluppato in due cicli. Loess è l’ideatore di un modello non parametrico per le relazioni non lineari. Il ciclo minore si muove fra lo smussamento stagionale e di trend mentre il ciclo maggiore minimizza tramite OLS[[7]](#footnote-8) l'entità dei valori erratici. Durante il ciclo interno, la componente stagionale viene calcolata per prima, e poi rimossa al fine di estrapolare la componente di trend tramite interpolazione. Una volta calcolati trend e stagionalità possiamo ottenere la componente erratica per differenze:

Ancora una volta, tramite la libreria *statsmodel* è possibile implementare dei modelli statistici semplicemente richiamandoli con una sola riga di codice. La preparazione dei dati richiede invece un aggiustamento degli indici dei dati per prevenire errori durante l’iterazione. Applicando la decomposizione ai prezzi di chiusura di AAPL abbiamo in ritorno il grafico diviso in quattro sezioni dove possiamo vedere l’andamento delle singole componenti. E’ interessante notare come i cicli della componente season possano cambiare di dimensione, con il calcolo combinatorio la funzione aggiorna i periodi della stagionalità a ogni iterazione.



Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, schermata

Descrizione generata automaticamente

Per la decomposizione STL solitamente ci sono due dati di input fondamentali: la finestra della componente stagionale, che è il terzo parametro della funzione STL nel nostro codice (di valore 13), e la finestra della componente trend-ciclo, cioè il quarto parametro(di valore 21). Questi due parametri controllano quanto rapidamente le due componenti possono cambiare, per entrambi è consigliabile scegliere numeri dispari: il primo parametro è il numero di osservazioni consecutive da utilizzare per la stima della componente trend-ciclo; il secondo rappresenta il numero di anni consecutivi da utilizzare per stimare ogni valore associato alla componente stagionale. Valori più bassi permettono un migliore adattamento, con una analisi meno pulita e minor smoothing della serie. La scelta dei due parametri di input non è casuale, ci permette di mediare tra l’overfitting della stagionalità e la possibilità di cogliere le variazioni di quest’ultima nel tempo.  Ma, come spesso capita agli addetti ai lavori che tentano di automatizzare procedure come questa, la manutenzione dei parametri predefiniti spesso richiede lunghe serie di aggiustamenti e ottimizzazioni in base al tipo di dati a disposizione e alle caratteristiche del singolo strumento oggetto di analisi.

## 2.3 Analisi dei processi stocastici.

Per andare avanti nello nostro modello previsionale, dobbiamo confrontarci con alcuni concetti fondamentali nell’analisi delle serie temporali: la stazionarietà, il White Noise e la Random Walks. Questi processi sono la base per comprendere meglio i successivi modelli più avanzati. Inizieremo con lo studiare serie di dati semplificati prodotte ad hoc da noi, allenando così i modelli in ambiente controllato, per poi testarli e implementarli gradualmente fino a poterli usare sui dei dati reali.

### 2.3.1 Stazionarietà

Definiamo stazionaria una serie storica le cui proprietà statistiche non variano nel tempo, quindi media, varianza e autocovarianza tra i valori mantengono un livello costante. La stazionarietà è un assunto fondamentale per la creazione di molti modelli statistici che vedremo successivamente. Infatti se la serie è stazionaria possiamo trarre dallo studio del passato informazioni utili anche per in futuro. Se invece la serie risulta non stazionaria dovremo attuare determinate trasformazioni prima di poter fare delle stime future sulla base di quei dati. Scontato dire che lavoreremo principalmente con dati che non seguono processi stazionari: le statistiche delle serie storiche variano nel tempo.

L’Augmented Dickey-Fuller (ADF), dal nome degli omonimi statistici, vaglia l'ipotesi che *yt* sia stazionario nelle differenze, contro l'alternativa che sia stazionario attorno ad un processo deterministico. In particolare il Dickey Fuller è un test di radice unitaria che suppone incorrelato e omoschedastico. L’omoschedasticità è la proprietà teorizzata da Pearson[[8]](#footnote-9) di un paniere di variabili aleatorie di avere tutte la stessa varianza finita. Il processo:

Con *dt* componente deterministica, può appartenere a due diverse classi di processi stocastici:

* I processi Trend-Stationary: in cui le variazioni di breve seguono un modello a media zero, in cui la componente data dal trend è la preponderante.
* I processi Difference-Stationary: per i quali le differenze prime della variabile yt ammettono una rappresentazione autoregressiva stazionaria.

Al fine di distinguere in quale classe ricada il processo in analisi si effettua il test ADF, effettuiamolo sul nostro record dei prezzi di chiusura di AAPL :

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, biglietto da visita

Descrizione generata automaticamente

Il codice ci restituisce il seguente output:

*(-0.946058809660998, 0.7724266063679445, 0, 262)*

Dove il secondo valore è il p-value, che non essendo minore di 0.05 ci porta a rifiutare l’ipotesi nulla di presenza di stazionarietà. Nulla di nuovo sotto i raggi del sole, la serie è non stazionaria. E’ possibile dunque trasformare una serie storica non stazionaria in stazionaria? Sì, applicando delle trasformazioni di vario tipo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Trasformazione | Funzione | Formula |
| Differenza | Effettua una differenza tra un’osservazione e la seguente | TimeSeries.diff() |
| Logaritmo | Effettua il log per ogni osservazione | numpy.log(TimeSeries) |
| Radice quadrata | Effettua la radice quadrata per ogni osservazione | numpy.sqrt(TimeSeries) |
| Radice cubica | Effettua la radice cubica per ogni osservazione | numpy.power(TimeSeries,1/3) |

<https://datatrading.info/analisi-delle-serie-temporali-cointegrate-per-il-trading-mean-reverting/>

### 2.3.2 White Noise

Il White noise è una sequenza di errori per cui è verificata l’ipotesi di i.i.d (independent identically distributed). Quando i residui quindi risultano serialmente non correlati, siamo in presenza di sequenze white noise, anche dette sequenze di rumore bianco.

*Serie dei residui:  
La serie degli errori (o residui), , è una serie temporale della differenza tra un valore osservato e un valore previsto da un modello, in un determinato momento*t*.  
Se è il valore osservato e  è il valore previsto, definiamo come residui :*

*Proprietà di secondo ordine:*

Le proprietà di secondo ordine del White Noise sono semplici e non ci dicono molto sul modello. La media delle serie è pari a zero e c’è assenza di autocorrelazione. Per verificare se siamo in presenza di white noise vale la pena plottare i residui per fare un’analisi di autocorrelazione in python. Un modello capace di catturare le reali variabili predittive della variabile dipendente dovrebbe restituire dei residui che si distribuiscono come una white noise.

Generiamo prima una serie casuale con seed pari a 1, che quindi seguirà una distribuzione normale standardizzata con varianza 1 e media 0. In questo modo saremo certi di avere estrazioni casuali identiche ogni volta che eseguiremo lo script e di conseguenza sarà verificata per definizione l’assenza di autocorrelazione. Una volta costruita una serie in questo modo, non siamo sorpresi nel vedere verificata l’ipotesi di assenza di autocorrelazione, esplicata dal plot sotto. Siamo inoltre in presenza di un processo stazionario, in quanto ogni osservazione non subisce l’influenza delle altre.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, biglietto da visita

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, schermata, linea, Diagramma

Descrizione generata automaticamente

Il White Noise è quindi una condizione utile a definire la bontà del modello tramite lo studio dei *residui.* L’assenza di autocorrelazione indica la capacità del modello di eliminare qualsiasi correlazione seriale. Nel grafico sopra ottenuto possiamo notare l’assenza di pattern ricorrenti. Se così non fosse, i residui non seguirebbero un White Noise *e quindi non avremmo la certezza della bontà di adattamento del modello*.

Sullo studio dei residui, e quindi della componente erratica, si concentra l’approccio moderno, che vuole indagare la funzione dell’errore come stabilizzatore infraperiodale, cioè quel fattore che permette di riportare la variabile dipendente y verso l’equilibrio. Come vedremo queste assunzioni sono alla base di alcune strategie di trading, le cosiddette *MEAN REVERSION trading strategies*. Ma vale prima la pena di introdurre la random walk, una derivazione in cui i residui non sono i.i.d., proprio come accade alle reali serie storiche dei titoli quotati sui mercati.

### 2.3.3 Random Walk

La definizione di random walk, cioè passeggiata casuale, fa bene intendere le caratteristiche delle serie caratterizzate da questa rappresentazione. Immaginiamo di star facendo una passeggiata. Prendiamo un certo punto *X* del percorso e studiamo la scelta che che porta al passo successivo. Assumiamo che ogni nuovo passo sia guidato da una scelta casuale. Non abbiamo in mente una meta e non subiamo alcuna influenza nel decidere verso quale direzione dirigerci. Notiamo invece che non c’è aleatorietà sul precedente passo, fatto a *X-1*: quel passo ci ha portati qui dove siamo ora. Quindi ogni nuovo passo sarà casuale, ma il percorso avrà una continuità in quanto il punto di partenza per un nuovo passo, è il punto di arrivo del passo precedente.

Il più elementare processo non stazionario di Random Walk può essere così rappresentato:

Il processo Random Walk implica una varianza linearmente crescente, che porta la variabile dipendente indefinitamente lontano dai valori iniziali al passare del tempo. Differentemente da altri modelli come quello autoregressivo stazionario, non gode della proprietà di regressione verso la media anche detta mean reversion. Il Random Walk è inoltre un processo dalla memoria lunga, in cui la variabile avrà un peso costante nelle realizzazioni future della variabile dipendente. Infatti uno shock avrà un effetto persistente sulle realizzazioni future della serie.

La random walk è quindi un processo stocastico, una successione di variabili aleatorie, in cui ogni valore dipende dal valore passato e da una componente casuale. La Random Walk è una serie simile sotto alcuni aspetti alla realtà dei prezzi del mercato. Le proprietà di secondo ordine di una random walk ci danno informazioni più interessanti di quelle del white noise. Nonostante la media di una passeggiata aleatoria sia ancora uguale a zero, la covarianza è in realtà dipendente dal tempo, c’è quindi autocorrelazione. Per definizione, una serie non è *stazionaria nella varianza* se ha una volatilità variabile nel tempo, proprio come nel nostro caso.

*Proprietà di secondo ordine:*



Immagine che contiene testo, schermata, linea, Diagramma

Descrizione generata automaticamente Immagine che contiene testo, schermata, Diagramma, linea

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

Analizziamo alcune evidenze. Innanzitutto la covarianza aumenta nel tempo, questo rende difficile l’individuazione di un trend. Essendo la random walk una passeggiata casuale in realtà il trend è inconsistente per definizione. Inoltre il correlogramma evidenzia alcuni aspetti tipici di una random walk non stazionaria:

* Forti correlazioni tra valori vicini nel tempo. Ciò accade perché ogni valore dipende dal precedente.
* A differenza di una serie stazionaria dove l'autocorrelazione diminuisce rapidamente (spesso azzerandosi dopo pochi lag), qui il decadimento è lento e persistente.
* Dopo un certo numero di lag, l'autocorrelazione diventa negativa e continua a oscillare, indicando un possibile effetto di "memoria" o persistenza a lungo termine.

Quindi la random walk ci permette di affrontare un problema tipico delle serie storiche reali, cioè serie di cui non conosciamo il modello di generazione e alle quali possiamo solo adattare dei modelli per valutarne il correlogramma. Proviamo a farlo sulla serie dei prezzi di chiusura di AAPL che abbiamo imparato a conoscere, e scopriremmo che i residui di un modello sull’andamento dei prezzi di chiusura AAPL sono soggetti ad autocorrelazione, e ciò fa cadere l’ipotesi di bontà del modello, sarà necessario implementare modelli più sofisticati.

Riassumendo quanto visto sulla stazionarietà, sul white noise e sulla random walk:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Concetto | Perché è Importante? | Cosa Succede se Ignorato? |
| Stazionarietà | Base per la costruzione di modelli affidabili | Previsioni inaffidabili, regressioni spurie |
| White Noise | Verifica la bontà del modello tramite l’analisi dei residui | Modelli mal specificati e risultati fuorvianti |
| Random Walk | Aiuta a comprendere la non-stazionarietà nei dati finanziari | Falsi segnali di predicibilità, modelli inutili |

## 2.4 Costruzione e allenamento di modelli predittivi backward looking.

Ora che conosciamo le caratteristiche chiave delle serie storiche, possiamo finalmente provare ad analizzare dei modelli. Il primo modello base che andremo a ricreare è il *Modello di Persistenza,* un modello molto semplice dove il valore che il nostro modello prevede per un periodo t è pari al valore assunto dalla serie al periodo t-1. La nostra previsione è quindi pari alla serie storica traslata di un periodo. Confronteremo il prezzo previsto dalla strategia con l’effettivo valore assunto dalla variabile dipendente in quel momento e analizzeremo i residui del modello per verificarne la bontà. Calcoleremo l’errore quadratico medio, o MSE, come media dei valori quadratici dell’errore di previsione tramite la funzione *mean\_squared\_error* di *scikit-learn*. Con la radice quadrata potremo ottenere l’RMSE, un indice che per valori bassi indica un modello di previsione accurato:

Per costruire e testare la bontà di un modello previsionale, è utile utilizzare un 70% del dataset su cui stiamo lavorando per la creazione del modello e la stima dei suoi parametri, escludendo il restante 30% di valori che invece useremo per testare la capacità del modello di prevedere valori *futuri*. Abbiamo bisogno di ricreare un ambiente che replichi dati sconosciuti al modello, in modo da testare la sua efficienza e da coprirci dal rischio di overfitting[[9]](#footnote-10). In virtù di questi concetti splitteremo il nostro dataset in due parti, una per allenare il modello e una per testarlo. Nel modello di persistenza i valori futuri attesi non necessitano di essere calcolati tramite particolari formule in quanto sono pari al corrispettivo precedente della serie storica. Costruiamo un array che comprenda i valori traslati e calcoliamo il relativo RMSE sul 70% dei valori più lontani nel tempo e successivamente plottiamo con uno scatter plot la relazione tra i rendimenti previsti e quelli effettivi per il restante 30% del dataset.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

Immagine che contiene diagramma, testo, Diagramma, linea

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.Immagine che contiene testo, linea, diagramma, schermata

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

Dai risultati del test è facile desumere che non esiste una relazione tra i valori osservati e quelli previsti. Ciò non deve sorprenderci, il modello di persistenza deve essere un punto di partenza per l’analisi dei successivi modelli più complessi.

### 2.4.1 Modello Autoregressivo

La prima evoluzione del modello di persistenza è il noto modello Autoregressivo: un modello lineare basato sulla regressione dei valori di una serie temporale sui suoi valori precedenti. Come il modello di persistenza anche questo modello di analisi per le serie storiche è basato sulle manifestazioni precedenti e quindi sui prezzi passati. Pertanto, un modello autoregressivo di ordine *n* può essere riscritto come:

Con pari all’errore che si distribuisce come un rumore bianco, processo che abbiamo imparato a conoscere. Si tratta di identificare in prima battuta l’ordine *n* e poi il valore dei parametri affinchè l’errore risulti identicamente e indipendentemente distribuito. Una volta fissato l’ordine n, si può ricavare il valore dei parametri tramite il seguente modello di stima dei minimi quadrati:

*con*

L’identificazione di un modello AR(*n*) avviene tramite un processo detto iterazione, partendo ad esempio con n = 1, si risolve il modello di cui sopra al fine di trovare i parametri, si calcola poi l’errore di predizione e si effettua un test di bianchezza dell’errore. Se il modello è corretto l'errore di predizione è bianco, ma se il test fallisce dobbiamo continuare la ricerca incrementando l’ordine n e ricominciando il processo. Stiamo esasperando il concetto, alla base dei paragrafi successivi, che un *Analisi dei residui* è utile non solo a verificare la bontà dei modelli, ma anche a individuare delle dinamiche della componente erratica per la stima dei modelli previsionali.

Vale la pena accennare come il processo di iterazione introdotto sia facilmente approcciabile su codice grazie agli iterabili in python, cioè oggetti attraverso i quali è possibile la creazione di loop che iterino determinati processi. Lo scorrimento sequenziale degli elementi al loro interno li rende uno strumento fondamentale per accedere e manipolare elementi in oggetti o strutture di dati come gli array multidimensionali. La più nota struttura di controllo iterativa per la programmazione, che permette l'esecuzione iterata di una porzione di programma è il famoso *ciclo for.*

Per la costruzione di questo modello ci avvarremo delle modalità di splitting del dataset che abbiamo già visto, e per la stima del modello di autoregressione useremo la classe *AutoReg* della libreria *statsmodels*. Eseguiamo l’iterazione attraverso un “ciclo for” con un numero di iterazioni pari alla lunghezza dei dati di test. Ad ogni iterazioni creiamo il modello AR e lo alimentiamo con il set di dati di addestramento per il training e il fitting del modello. A questo punto avremo generato una previsione di 1 periodo in avanti (quindi un singolo valore) e aggiungiamo questo valore alla lista delle previsioni. Invece dai dati di test estraiamo il valore nella posizione corrispondente al numero dell’iterazione del ciclo e aggiungiamo quel valore alla fine dei dati di addestramento. Ciò permette di aumentare a ogni iterazione i dati di allenamento del nostro modello, in questo modo replichiamo il passare dei giorni e la disponibilità di nuovi dati nella reale operatività sui mercati. Per l’analisi predittiva delle serie temporali con il modello autoregressivo dobbiamo definire il valore del ritardo (lag) da usare per la variabile di input. Notiamo che selezionando uguale a 1 questo valore avremo dei risultati molto simili a quelli del modello di persistenza, e l’RSME indica che anche questo modello non si presta particolarmente bene alla previsione dei rendimenti futuri. Anche tracciare il nostro grafico a dispersione conferma i nostri sospetti.

Immagine che contiene testo, schermata, software, Software multimediale

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

Immagine che contiene diagramma, Diagramma, linea, testo

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, schermata

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

### 3.3.1 Modelli a media mobile ARIMA.

Abbiamo imparato come costruire e testare un modello, ma fino ad ora non siamo stati in grado di ottenere dei risultati più precisi sul probabile andamento della serie. Per trovare dei risultati più interessanti dobbiamo unire alcuni punti che abbiamo incontrato sul nostro percorso e che potevano sembrare sconnessi tra loro, ma che ora acquistano un senso d’insieme: parliamo dell’analisi di regressione, all’autocorrelazione, della stazionarietà delle serie. Tutti questi fattori sono presenti nei modelli ARIMA, acronimo per AutoRegressive Integrated Moving Average, modelli per l’analisi e la previsione dei valori di una serie temporale. Dal nome possiamo capire che si tratta di un modello che integra il modello autoregressivo appena visto e un nuovo concetto che suonerà familiare a chi è già attivo nel mondo degli investimenti: le medie mobili.

MEDIE MOBILI

Le medie mobili sono un indicatore che restituisce la media[[10]](#footnote-11) di un range di valori della serie, range che si andrà a muovere lungo tutta la serie tracciando il trend di fondo. Esistono molti tipi di media mobile, il più comune è quello che abbiamo già citato, il simple moving average (SMA), ma esiste anche l’exponential moving average (EMA), la Weighted Moving Average e molte altre; nel codice allegato disponibile solo la SMA, sarà semplice ricostruire le altre tipolgie. Le medie mobili sono molto utilizzate nell’analisi tecnica per prevedere la partenza di un trend: se la media mobile a breve rompe dal basso verso l’alto la media mobile a lunga siamo in presenza di un segnale rialzista, viceversa in presenza di un segnale ribassista.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Il contenuto generato dall'IA potrebbe non essere corretto.

 Abbiamo visto che il random walk non è sufficiente per spiegare l’intero comportamento di autocorrelazione degli strumenti finanziari. Inoltre le serie temporali finanziarie possiedono una proprietà nota come *clustering di volatilità*. Cioè sono soggetti a una volatilità dei rendimenti che non rimane costante nel tempo. Infatti è tipico delle sequenze dei returns di serie f inanziarie che nella sequenza si individuino cluster in cui la varianza rimane su un livello costante, ma varia molto da cluster a cluster. Questa caratteristica delle serie storiche è detta *eteroschedasticità condizionale*. Poiché i modelli autoregressivi non tengono conto del clustering della volatilità, non sono quindi condizionalmente eteroschedastici, per le nostre previsioni avremo bisogno di un modello più sofisticato.

Anzichè utilizzare i valori passati della serie storica come nei modelli AR, i modelli a media mobile usano gli errori passati come predittori in un modello simile a quello di regressione. Ecco che ritorna l’errore come componente imprescindibile per l’implementazione di questi modelli.

## 3.4 Analisi delle Serie Temporali Cointegrate per il Trading Mean-Reverting

L’idea alla base di queste strategie è quella di aprire contemporaneamente posizioni long e short su due diversi asset, assumendo che entrambi abbiano delle variabili comuni che ne influenzano gli andamenti. La strategia prevede che entrambi gli asset seguano un equilibrio comune di lungo periodo, per cui si può speculare sulla loro tendenza a riallinearsi dopo squilibri di breve periodo. Vedremo quindi i requisiti affinchè si possa tracciare un perimetro che comprenda coppie o panieri di azioni che rientrano nel comportamento sopra descritto. Il primo passo è imparare a studiare la cointegrazione tra due serie storiche. Prendiamo in considerazione processi stocastici a tempo discreto, sapendo che le definizioni e i risultati valgono anche nel caso continuo. Abbiamo già definito una serie temporale come una realizzazione campionaria di un processo stocastico non stazionario, quindi una random walk.

### 3.1.1 Cointegrazione

*Le certezze del mondo della stazionarietà diventano aleatorie quando si fa inferenza con processi integrati. Immaginiamo di avere due variabili*  e e che esista una relazione causale unidirezionale x → y; vogliamo studiare il rapporto quindi tra la variabile dipendete y e quella indipendente x.

La presenza di integrazione può dar luogo al fenomeno che prende il nome di regressione spuria: se yt e xt sono generate da due random walk indipendenti la stima dei MQO di ? può risultare significativamente diversa da zero; inoltre si otterrà un coefficiente di determinazione R2 alto in presenza di un DW estremamente basso e prossimo a zero. Otteniamo così che l’adattamento dei dati al modello è del tutto fittizio. L’analisi di relazioni tra processi integrati è quindi necessaria per stabilire se i risultati di regressione siano utili ad analisi inferenziali e previsionali: questa analisi prende il nome di cointegrazione.

### 3.1.2 Test di Dickey-Fuller aumentato e cointegrato per la valutazione del pairs trading.

Il pairs trading è una strategia sviluppata inizialmente a metà degli anni '80 da un ‘analista quantitativo italiano di nome Nunzio Tartaglia, al tempo analista per la grande banca d’affari Morgan Stanley. Si tratta di una strategia di trading interessante soprattutto per il potenziale di profitto in qualsiasi condizione di mercato e per la sua natura di minimizzazione del rischio. Queste caratteristiche l’hanno resa una pietra miliare del trading moderno.

L’ipotesi alla base del pair trading è la seguente: se è vero che due asset correlati tendono a muoversi in maniera simile, è quindi possibile trovare delle coppie di asset correlati, ma che a causa di uno squilibrio sui mercati, una delle due risulti sopravvalutata, e una sottovalutata. La strategia consiste nel comprare quella con prezzo più basso, e vendere quella con prezzo più alto, sperando in una convergenza verso la media.

Capiamo che il pairs trading è una strategia che non si pone l’obiettivo di individuare un trend, ma che può funzionare indipendentemente che il mercato sia bear o bull. Un disequilibrio nel breve periodo di un asset della coppia può sbilanciare i prezzi relativi di ognuno.  Per queste caratteristiche è detta strategia market neutral. Il pairs trading è una strategia che prospera nei periodi di alta volatilità con maggiori divergenze tra i prezzi, e soprattutto avendo una posizione long e una short su due asset correlati, permette di ponderare i rischi di mercato.

Pur rimanendo una strategia di trading complessa che richiede importanti competenze tecniche per calcolare la correlazione e altri parametri che vedremo, il pairs trading ha avuto particolarmente successo tra i trader retail, anche grazie all’avvento della tecnologia e del trading automatico al quale si presta particolarmente bene.

La cointegrazione ci servirà per definire delle coppie di asset che siano mean-reverting, cioè con una tendenza al ritorno alla media. Studieremo prima la teoria della cointegrazione applicata alle serie storiche, e poi la implementeremo per usarla come strategia per i nostri trade.

**cointegrazione**

Se è possibile formare una *combinazione lineare* di due serie storiche non stazionarie, per produrre una serie stazionaria, che abbia una media e una varianza fisse, allora queste due serie storiche si dicono cointegrate. Cercheremo di implementare delle strategie di mean-reverting che consentono di trovare coppie cointegrate e creare serie temporali stazionarie “sintetiche” per un’ampia gamma di strumenti.

*La cointegrazione è un caso raro ma rilevante che si verifica in ambito econometrico quando combinazioni lineari di variabili non stazionarie non risultano integrate dello stesso ordine, ma presentano un ordine di integrazione inferiore a quello delle serie di partenza.Se esiste una combinazione lineare che sia stazionaria le variabili si dicono cointegrate grazie ai movimenti di lungo periodo presenti in ciascuna di esse. È presente una relazione di equilibrio statico tra le variabili da cui la loro dinamica non può discostarsi troppo. (Proietti 2011)*

Immaginiamo di costruire due serie di dati che possano risultare cointegrate. Partiamo da due serie storiche non stazionarie che condividono una tendenza stocastica comune. Le creeremo in modo che la loro combinazione lineare restituisca un processo stazionario.

*Partiamo dalla tendenza di fondo e da quella genereremo le nostre serie temporali e .Ci tornano utili i concetti commentati in precedenza sulla random walk:*

*con rumore bianco e discreto.*

*Quindi creiamo:*

Vedimo che entrambe le serie condividono il processo z ma in quantità p e q differenti.

Abbiamo ottenuto una serie che è stazionaria per .

Verifichiamo in codice se ciò è verificato. Avevamo già costruito un processo random walk z che può fungere da base comune per costruire le due serie x e y:

Si supponga di avere due serie ( X e Y ) non stazionarie e si supponga che le due variabili siano legate in termini lineari. Se l'ipotesi è corretta, la "divergenza" tra Y e X dovrebbe essere limitata.

In termini tecnici, l'errore dell'equazione dovrebbe essere una serie stazionaria. Se questo accade, Y e X sono dette cointegrate. La stima della cointegrazione si può quindi effettuare tramite uno studio OLS sui residui.

Quindi per avere la cointegrazione bisogna formare una combinazione lineare di ciascuna serie per produrre una serie stazionaria, che abbia una media e una varianza fisse. Questa verifica avviene tramite i test per radici ordinarie. In particolare noi ci rifaremo al test di DICKEY FULLER

MODELLO DI CORREZIONE DELL'ERRORE (MCE)

Il modello a correzione dell’errore è un modello che vuole risolvere il problema della correlazione spuria che spesso si verifica nella stima delle relazioni tra variabili non stazionarie. E’ un punto di giuntura tra la l’analisi delle serie storiche e la teoria economica, visualizzando le relazioni tra breve e lungo periodo. Sappiamo che le variazioni della variabile dipendente sono dovute non solo a variazioni delle varibili indipendenti, ma anche al disequilibrio formatosi all’istante precedente.

### Intervallo di confidenza per i rendimenti futuri.

*“****qual è la probabilità, in percentuale, di perdere oltre una certa quantità di €?****“*

la risposta può essere trovata con l’ausilio della grafica, nella quale abbiamo inserito una linea rossa verticale che fissa il valore di nostro interesse, per esempio -10€, per poi sommare i valori delle barre a sinistra di questa linea. Nella figura, le barre che sono a sinistra della soglia sono a -20€, -35€ e -50€, e sommando le loro probabilità troviamo un valore di circa il 6%. La risposta alla domanda è pertanto:

*“****la probabilità di ottenere dal nostro trading system, dopo 10 lanci, una perdita superiore a -10€ è del 6%****“*.

Immagine che contiene testo, Diagramma, linea, diagramma

Descrizione generata automaticamente*Livello e intervallo di fiducia*

# Le Opzioni

La fonte più antica che menziona un contratto stipulato tra due controparti con modalità molto simili a quelle che oggi chiamiamo opzioni è del XXXX a.C. Ne parla Aristotele, nel suo trattato *Politica.* E’ un passo conosciuto come *Aneddoto dei frantoi di Talete*. Il protagonista è il filosofo e matematico Talete di Mileno, il quale esperto astronomo, previde osservando i cieli che l’anno successivo il raccolto di olive sarebbe stato molto abbondante. Il paese di Mileno veniva da una carestia lunga anni che aveva fatto scendere a pochi denari i prezzi di locazione dei terreni. Così Talete, durante l’inverno, avrebbe usato una piccola somma di denaro per affittare a lungo termine tutti i frantoi di Mileto e della vicina isola di Chio. Con l’avvento della bella stagione le previsioni del matematico si rivelarono esatte, e dall’abbondante raccolto ebbe molte ricchezze.

L’ingegnoso Talete ha pagato un piccolo prezzo per riservarsi il diritto di raccogliere il raccolto di alcuni campi fino a una certa scadenza, verosimilmente fissata dopo il periodo di raccolta. Se la stagione si fosse rivelata sfortunata, Talete non avrebbe avuto nulla da raccogliere, avrebbe quindi perso il suo investimento. Ma il raccolto abbondante gli ha permesso di godere di ampi benefici, rispetto ai pochi costi di affitto sostenuti. Questa strategia è molto simile nelle modalità alla sottoscrizione di un contratto opzione: paghiamo un premio per avere un diritto esercitabile a una scadenza. Che gli strumenti derivati nascano da delle esigenze pratiche è storicamente accertato: anche i primi contratti futures nacquero per permettere ai coltivatori di grano di coprirsi dai rischi di un possibile ribasso dei prezzi, fissando anticipatamente il prezzo di vendita.

Le opzioni sono quindi strumenti derivati che attribuiscono all’acquirente il diritto di acquistare o vendere un sottostante entro, oppure a una certa data, in base allo stile dell’opzione. Il costo di un’opzione è detto premio. Il livello di prezzo scelto per lo scambio a scadenza è detto *strike price*. Sono strumenti che permettono di accordarsi oggi, stabilendo le condizioni per un potenziale scambio in un momento futuro. Per queste caratteristiche le opzioni rientrano nelle classi di strumenti a contenuto opzionale e a regolazione differita.

Immaginiamo di analizzare un sottostante dal valore attuale di 100, sul quale abbiamo un view rialzista. Immaginiamo di avere un valore target di 140 entro un mese. Abbiamo due possibilità:

* Acquistare il sottostante per rivenderlo tra un mese.
* Acquistare un’opzione con scadenza a un mese[[11]](#footnote-12).

Queste due possibilità, nonostante in entrambe si tragga vantaggio dall’apprezzarsi del sottostante, hanno profili di rischio e rendimento molto diversi. In particolare le opzioni ci danno alcuni vantaggi. Permettono di operare a leva tramite l’intermediazione della clearing house, che monitora il rischio d’insolvenza con un sistema a margini. Non abbiamo quindi il problema della fiducia nella controparte, è neutralizzato il rischio di credito. Inoltre sono strumenti estremamente versatili che se usati in combinazione permettono di investire non solo sull’andamento del sottostante, ma anche su potenziali variazioni dei parametri macro, come la volatilità o il tasso free risk. Mercati come il Chicago Board Option Exchange sono altamente regolamentati e gli scambi in opzioni superano 7 milioni di contratti scambiati al giorno. La negoziazione su un mercato regolamentato e la standardizzazione dei contratti comporta un grado di liquidità superiore per gli strumenti quotati, ma le opzioni sono anche scambiate sui mercati OTC, dove è bene sapere che non si hanno le stesse garanzie sull’affidabilità della controparte e sulla liquidità dei mercati tipiche di un mercato regolamentato.

Anche il nostro Talete piuttosto che acquistare tutti i campi per usufruire del raccolto futuro, ha optato per una strategia meno dispendiosa. L’acquisto avrebbe portato un esborso iniziale molto più elevato, con tutta una serie di rischi dai quali le opzioni ci esulano. Ovviamente sarebbe possibile neutralizzare questi rischi anche qualora comprassimo il sottostante, grazie a svariate strategie di hedging che si servono come vedremo anche delle opzioni stesse. Anticipiamo inoltre che per la costruzione di alcune specifiche strategie con le opzioni è previsto anche l’acquisto o la vendita diretta del sottostante.

ciao
Andiamo a vedere altre caratteristiche operative del contratto opzione. Come abbiamo detto stiamo parlando di contratti derivati, i quali appunto controllano una certa quantità del sottostante. Gli strumenti che possono essere utilizzati come sottostante sono numerosi, dalle commodities, alle obbligazioni, agli ETF[[12]](#footnote-13). In particolare noi ci concentreremo sulle opzioni su indici o singoli titoli azionari. Le opzioni controllano un numero variabile di azioni in base al singolo titolo. Per le big sui mercati azionari americani tipicamente un’opzione corrisponde a 100 azioni. Per trovare quelli inerenti a borsa italiana basta andare nella sezione Lotti Minimi Opzioni su Azioni[[13]](#footnote-14) del sito apposito.

Abbiamo visto alcune caratteristiche del contratto che chiamiamo opzione, come nasce e da dove deriva. La particolarità delle opzioni rispetto ad altri strumenti derivati o rispetto al payoff che si avrebbe da un’operazione diretta di acquisto o vendita del sottostante è un payoff asimmetrico. Infatti comprare e vendere opzioni comporta diverse assunzioni di doveri e diritti, e di conseguenza diversi payoff a scadenza che risultano non lineari, come invece accade per altri strumenti derivati come i future. Prendendo come esempio i futures sia i guadagni che le perdite possono crescere indefinitamente in entrambi i sensi, quindi non c’è un payoff limitato nel caso perdita come nell’acquisto di opzioni. Con l’acquisto diretto del sottostante invece la tua posizione si comporta come una replica esatta del sottostante stesso: se il prezzo sale, guadagni; se scende, perdi. Le opzioni invece presentano payoff non lineari al prezzo del sottostante. I motivi di questa asimmetria sono principalmente:

* I limiti alle perdite in opzioni: se si acquista un’opzione call o put si può perdere al massimo il premio pagato per la sottoscrizione, quindi il payoff in caso di perdita è fisso e pari al premio, mentre il payoff in caso di guadagni è potenzialmente molto maggiore. Questa è la principale causa di asimmetria.
* I guadagni potenzialmente illimitati: se si acquista un’opzione, un movimento in senso favorevole del sottostante può portarci a guadagni teoricamente illimitati nel caso di una call, o comunque molto maggiori al premio pagato nel caso di una put.

Dopo aver capito perché le opzioni sono caratterizzate da payoff asimmetrici, è importante capire che questi ragionamenti validi nel caso in cui si acquistino opzioni, non sono validi nel momento in cui si voglia vendere. In quel caso sono le perdite a essere aleatorie, mentre i ricavi sono fissi e pari al premio incassato. Valutiamo subito questo aspetto.

## Comprare e vendere Opzioni

Sappiamo che possiamo operare sui mercati principalmente in due modi, come venditori o come compratori. Abbiamo detto che chi compra un’opzione paga un piccolo premio e può godere del diritto di comprare o vendere a un prezzo prestabilito (strike). Nel caso di una call avremo un guadagno a scadenza se il prezzo di chiusura dovesse essere superiore allo strike price, nel caso di una put avremmo un risultato positivo se dovesse chiudere ad un livello inferiore allo strike. Se le operazioni di acquisto di opzione sono effettuate naked, cioè senza nessun’altra attività in portafoglio che possa influenzare il payoff finale su quello strumento, non presentano particolari problemi nella valutazione del rischio: stiamo rischiando solo il premio che stiamo pagando per ogni opzione moltiplicato per il numero di azioni controllate dal contratto. Escludendo eventuali margini dati dal broker di cui parleremo successivamente, quella è la cifra che ci viene chiesta dal broker nel momento dell’acquisto delle opzioni. Immaginiamo di aver acquistato un opzione call europea su AAPL (Apple Inc. quotata sul NASDAQ) strike di valore 5, quotata attualmente al valore di 4. Se a scadenza il valore attuale sarà maggiore dello strike price, avremo un payoff pari a:

*(prezzo di mercato del sottostante – strike price) – premio versato*

Immaginando che il valore delle azioni di AAPL cresca del 100%, fino a valere 8, e di aver pagato un premio di 1 per opzione. A scadenza potremo comprare al prezzo prestabilito di 5 e rivendere al prezzo attuale di 8, ottenendo un guadagno pari a :

.

Una crescita del 100 % del sottostante ci ha permesso un ritorno netto di 200, avendo dato al broker solo di premio. Notiamo la presenza del moltiplicatore 100, tipico delle opzioni americane che tipicamente controllano 100 azioni l’una, ma questo può cambiare come visto nel paragrafo precedente in base al titolo. Il guadagno quindi, ammonta al 300% del capitale impegnato nell’operazione. Questo è un esempio dell’effetto della leva intrinseco nelle opzioni, in cui abbiamo un piccolo esborso che può garantirci elevati rendimenti. Questa è la potenzialità di questo strumento, ma la pratica comporta una serie di complicazioni.

Avendo comprato il diritto di acquistare a un dato prezzo, esercitare a scadenza significa dover acquistare effettivamente il sottostante allo strike price. In questo caso avremo un esborso uguale allo strike, che ricordiamo essere il prezzo per il quale ci siamo accordati in sede di sottoscrizione dell’opzione, per il moltiplicatore, cioè il numero di azioni controllate dall’opzione: . Queste opzioni rivendute immediatamente al valore corrente danno il guadagno netto riportato precedentemente. La maggior parte dei broker effettua automaticamente la transazione a scadenza accreditandoci il risultato economico in valuta, altri broker chiedono l’acquisto “manuale” delle opzioni (cash regulation) e ciò comporta un esborso a scadenza molto più alto del premio inizialmente versato. E’ importante tenere in considerazione che alcuni investitori preferiscono esercitare il diritto di acquisto non per trarre profitto dall’immediata vendita del sottostante, ma per altri vantaggi derivanti dal possesso del sottostante, come ad esempio la possibilità di godere di uno stacco cedola.

Abbiamo capito che il “diritto” di esercitare porta l’acquirente di opzioni a due possibili situazioni, una in cui il diritto sarà esercitato, una in cui non potrà essere esercitato. Nel caso di una call verrà esercitata se il prezzo del sottostante a scadenza è maggiore dello strike price, nel caso di una put verrà esercitata se il prezzo del sottostante è inferiore dello strike. L’opzione call incorpora una posizione rialzista, l’opzione put una ribassista. Vendere una call significa avere una posizione ribassista, vendere una put significa avere una posizione rialzista. Il guadagno finale per gli acquirenti come già detto è dato dal prezzo di chiusura a scadenza del sottostante meno lo strike price, sottratto il costo iniziale del premio sostenuto. Per i venditori invece al contrario la massima vincita equivale al premio incassato, con potenziali perdite aleatorie. Esiste quindi un punto definito breakeven che indica il livello da cui l’esercizio dell’opzione comporta un profitto, al netto dei costi del premio sostenuto. Riprendendo l’esempio di prima sull’opzione su azioni AAPL, il nostro trade inizierà a essere in profitto dal livello di prezzo pari a 6:

Immaginiamo ora di aver venduto un contratto call che porta con sé il diritto di esercitare, ciò comporta per noi venditori il dovere di essere venditori nei confronti della controparte acquirente qualora esercitasse. Per noi significherebbe dover vendere a un prezzo minore un’azione quotata sul mercato a un prezzo maggiore, il che comporta una perdita per noi che eravamo bear sul mercato con una call venduta. Il nostro payoff sarà negativo e pari a:

*(strike price – prezzo sottostante ) + premio incassato*

Capiamo che la perdita è potenzialmente infinita, se il prezzo del sottostante dovesse salire non esiste teoricamente un prezzo limite oltre il quale non può crescere, mentre nella vendita di una put la perdita non può essere infinita perché il prezzo non può scendere sotto lo zero. Tralasciando questi dettagli che hanno poche indicazioni operative, ma ci forniscono un concetto chiaro: le perdite in caso di vendita di opzioni naked sono in ogni caso potenzialmente devastanti. I fattori come capiamo sono molteplici, e se l’opzione fosse americana, e quindi l’acquirente potesse esercitare in ogni momento? A queste e altre domande risponderemo nei capitoli successivi.

Le opzioni hanno una nomenclatura a seconda del livello di prezzo del sottostante rispetto allo strike price in un dato momento precedente alla scadenza. Infatti un opzione è detta in-the-money se il prezzo attuale porterebbe un guadagno se scadesse o venisse esercitata ad un dato momento. Nel caso di una call comprata, sappiamo che sarà esercita se il prezzo del sottostante è maggiore dello strike price. In questo caso possiamo definire la nostra opzione in-the-money. Sempre mantenendo l’esempio di una call comprata, se lo strike price è uguale al prezzo attuale del sottostante allora l’opzione è at-the-money, se maggiore l’opzione è detta out-of-the money.

Vale la pena riassumere i tre elementi imprescindibili di ogni azione:

1. Lo strike price: cioè il prezzo del sottostante a cui avverrà lo scambio.
2. La scadenza: dalle più brevi di pochi giorni fino ad arrivare a svariati anni.
3. Il premio: che è il prezzo dell’opzione.

E vedere le caratteristiche tipiche di gran parte delle opzioni su azioni italiane. Immaginiamo ci siano delle opzioni call su A2a attualmente quotata a 10. Guardando la tabella dei Lotti minimi di cui sopra, vediamo che un contratto controlla 5000 azioni.

Vediamo alcune caratteristiche:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *CARATTERISTICA* | *DESCRIZIONE* | *NOTA* |
| Stile dell’opzione | Americano | Può essere esercitata in qualunque momento. |
| Orario di negoziazione | Dalle 9:00 alle 17:50 | Orario dei mercati italiani. |
| Unità di negoziazione | Eur | La quotazione dei contratti è in euro. |
| Liquidazione del premio | Primo giorno lavorativo successivo alla data di negoziazione del contratto. |  |
| Valore del contratto | Prodotto tra prezzo di esercizio e il rispettivo lotto. | Nel nostro caso: |
| Premio del contratto | Prodotto tra premio e rispettivo lotto. | Nel nostro caso: |
| Scadenze negoziate | Sono quotate 10 scadenze, le due mensili più vicine, le successive 4 a scadenza trimestrale e le 4 scadenze semestrali per i due anni successivi. | Una nuova scadenza mensile viene quotata il giorno di borsa aperta successivo all’ultima scadenza. |
| Prezzo di regolamento | E’ il prezzo d’asta di chiusura dell’azione sottostante il contratto nel giorno di scadenza. |  |

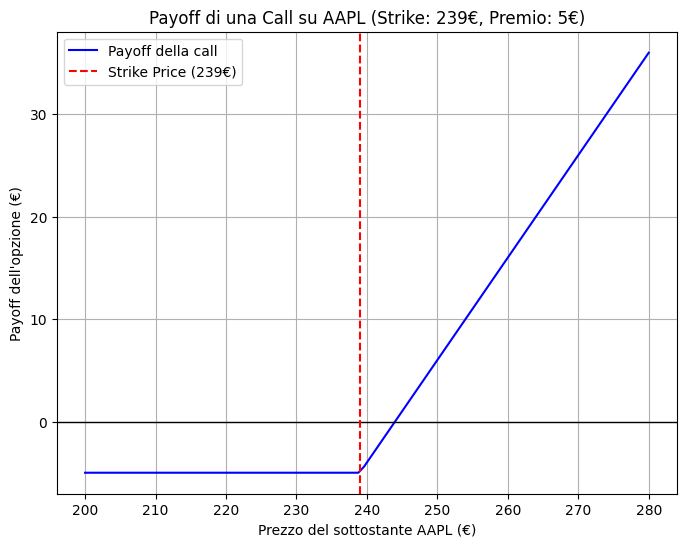
E’ arrivato il momento di introdurre anche qualche elemento di codice e grafico. Infatti le opzioni sono uno degli strumenti per i quali la raffigurazione grafica si rende più utile per lo studio dei potenziali payoff, dei rischi e dei possibili rendimenti. Python ci permette in pochissime righe di ricreare perfettamente il grafico dei payoff, dove abbiamo sull’asse delle ordinate gli utili e sull’asse delle ascisse il livello di prezzo del sottostante.

Dovremmo aver capito che il payoff di un opzione call ha due segmenti, in quanto esiste il livello di strike price che se superato ci porta a esercitare l’opzione e a diventare attivamente buy sul sottostante. Sotto quel livello invece il payoff è costante e pari al premio negativo che stiamo pagando.

Quindi se volessimo riassumere in una formula il payoff della call sarebbe:

Dati gli stessi input possiamo riprodurre facilmente questa condizione come vediamo nel codice sotto.





Come ci aspettavamo il payoff della call è in positivo dopo lo strike price, precisamente a partire da quel punto chiamato break-even. Il breakeven, come anticipato, segna il momento in cui la nostra opzione inizia a essere in profitto qualora venisse esercitata, per esempio:

Ovviamente il payoff di una put acquistata è diverso, in quanto andremo in zona di payoff positivo solo al calare del prezzo sottostante.

E basterebbe a andare a modificare questa formula per avere un nuovo payoff grafico, che come vediamo ha payoff positivo in zona opposte rispetto all’altro.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, numero

Descrizione generata automaticamente

Riassumendo ciò che abbiamo visto sulle opzioni, questi contratti se acquistati permettono di operare a leva con esborsi iniziali relativamente bassi, in quanto la regolazione del contratto è prevista a scadenza. Inoltre il payoff a sacadenza è conosciuto a priori, applicando una distribuzione delle probabilità sui rendimenti possiamo stabilire con un certo grado di certezza dei range dei possibili valori a scadenza. Sebbene l’acquisto di opzioni permetta di esporsi a un minor rischio rispetto alla compravendita diretta del sottostante, il nostro intento sarà quello di operare sui mercati usando opzioni in combinazione per formare payoff dalle svariate forme e trarre profitto dalle nostre analisi. Per far questo i fattori da tenere in conto sono molteplici, il premio di un opzione racchiude una serie di informazioni e aspettative sul futuro. Un opzione call che andrà molto probabilmente in the money avrà un prezzo più alto di una con meno probabilità.

## Il premio di un opzione

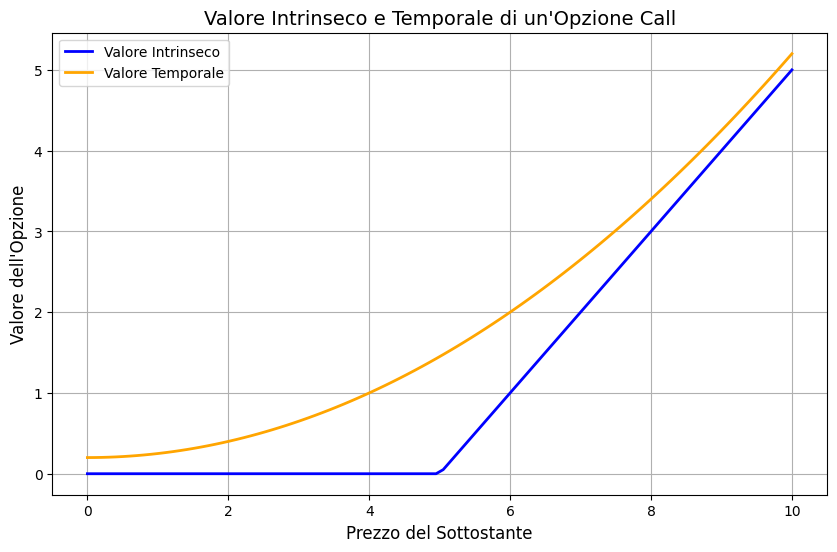
Fino ad ora abbiamo valutato alcune logiche sull’effettiva convenienza di un esercizio dell’opzione a scadenza, trascurando tutto ciò che può intercorrere tra il momento di acquisto o vendita di un’opzione e l’effettiva data di scadenza. In realtà le opzioni non necessariamente vanno tenute per tutta la durata del contratto, ma molto più funzionale all’operatività sui mercati è la possibilità di valorizzare lo strumento anche nei momenti antecedenti la sua scadenza. L’opzione porta un diritto che ha un valore, il suo premio, che varia in base alla possibilità che l’opzione venga esercitata o meno. E’ quindi necessario capire cosa possa influenzare la formazione del prezzo del derivato. Molti operatori tradano solo in funzione del premio senza mai arrivare a scadenza, effettuando delle compravendite tra opzioni, ignorando le proprietà di cui si godrebbe all’effetiva scadenza. Inoltre abbiamo visto che arrivare a scadenza significa esporsi all’azione di regolazione del contratto, con potenziali esborsi che vanno presi in considerazione nella propria strategia, ma che potrebbero essere evitati vendendo l’opzione poco prima della scadenza. Infatti qualora fosse ITM oltre al valore a scadenza il premio dell’opzione ingloberebbe le maggiori possibilità che si avrebbero a scadenza di esercitare. Anche un’opzione che prima della scadenza risulta OTM ha un valore, ovviamente più basso, proporzionale alla possibilità che una variazione sui mercati si porti ITM.

Riprendiamo la nostra opzione su AAPL che quota attualmente a 4, con strike a 5 e premio 1, scadenza a una settimana. Qualora il giorno prima della scadenza il prezzo fosse a 12, il prezzo dell’azione non sarebbe più pari a 1, perché le probabilità di esercitare l’opzione il giorno dopo sono molto più alte del momento in cui l’ho comprate una settimana prima. Questo perché il sottostante ora è ampiamente superiore allo strike, ed è passato del tempo, quindi la scadenza si avvicina e la possibilità che il prezzo subisca forti variazioni al ribasso è minore. Potremmo quindi rivendere l’opzione incassando il differenziale sul premio pagato inizialmente per l’acquisto e il prezzo di vendita.

Il premio è la variabile che sarà il vero oggetto di analisi in gran parte del volume, il pricing delle opzioni è una sfida ancora aperta per gli operatori del settore. Abbiamo detto che il premio è il valore dell’opzione, e il suo valore fa la differenza tra un’opzione che vale la pena acquistare e una che sarebbe meglio vendere. Esso non solo incorpora la probabilità di esercitare l’opzione a scadenza, ma anche la possibilità che questa probabilità cambi nel tempo. Da ciò che abbiamo detto possiamo vedere il premio di un’opzione come la somma di due fattori: il valore intrinseco e il valore temporale.

Il valore intrinseco è ciò che si otterrebbe se si esercitasse immediatamente l’opzione. Per un’opzione call questo prezzo è uguale alla differenza, se positiva (ITM), tra il prezzo del sottostante e lo strike. Nel caso in cui l’opzione sia invece OTM, il valore intrinseco è uguale a zero. Nell’esempio della nostra opzione call su AAPL, qualora l’avessimo comprata, e ora il prezzo quotasse a 12 (come abbiamo assunto nell’esempio precedente) avremmo un valore intrinseco pari a . Se invece avessimo comprato un’opzione put con stesso strike e il prezzo quotasse 12, il valore intrinseco avrebbe valore 0.

Il valore temporale invece viene definito in base alla possibilità che l’opzione possa scadere in the money o meno, è quindi il prezzo che il compratore di una call è disposto a pagare per scommettere sulle probabilità che la dinamica del prezzo dell’attività sottostante consenta di conseguire un profitto.



La somma di questi due valori ci permette di avere il premio e il suo andamento fino a scadenza. La curva così rappresentata è detta curva Atnow, cioè la curva che rappresenta il prezzo dell’opzione in funzione del valore del sottostante e del tempo a scadenza. Questa funzione rappresentata graficamente come una curva ci sarà utile proprio per valutare le possibilità di valorizzare le opzioni prima della loro scadenza. C’è quindi una differenza tra il payoff a scadenza, e la curva Atnow. Queste due rappresentazioni coincidono nei momenti prossimi alla scadenza, in cui il momento presente e la data di regolazione sono prossimi a combaciare.

### 4.2.1 Limiti invalicabili del prezzo di un’opzione.

Questa sezione è fondamentale per definire i campi di variazione dei prezzi delle opzioni. Come vale per altri strumenti finanziari, se questi limiti non fossero rispettati si avrebbero opportunità di arbitraggio, non compatibili con un mercato efficiente.

Il prezzo di un’opzione call, indifferentemente dal tipo di stile (europeo o americano), non può mai superare il prezzo dell’attività sottostante. Se così fosse potremmo comprare il sottostante e vendere l’opzione e così effettuare un operazione di arbitraggio. Infatti avremmo un incasso certo a pronti pari alla differenza tra il premio incassato e il prezzo del sottostante pagato per l’acquisto, differenza che assumiamo essere positiva infrangendo il limite precedentemente citato. In questo pattern l’opzione e il sottostante annullano l’influenza delle variazioni del sottostante sul premio, permettendoci di ottenere un guadagno positivo senza farci carico di nessun rischio. Abbiamo anticipato alcuni temi trattati nel capitolo sulle strategie con opzioni, dove incontreremo l’arbitraggio come una delle possibili strategie speculative con opzioni. Spiegheremo anche che è molto difficile trovare simili opportunità sui mercati regolamentati.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Il prezzo di un opzione put americana non può superare lo strike price, altrimenti sarebbe conveniente l’esercizio anticipato. Il prezzo di un’opzione put europea invece non può superare il valore attuale dello strike price calcolato usando il tasso risk-free:

Dove T è pari alla vita residua. Se questa disuguaglianza non fosse rispettata un arbitraggista potrebbe conseguire un profitto privo di rischio vendendo l’opzione e investendo il ricavato al tasso risk-free.

Per quanto riguarda i limiti inferiori bisogna tenere necessariamente in considerazione l’effetto di potenziali dividendi. Per opzioni call, europee o americane, il cui sottostante non prevede stacco di dividendi, il valore dell’opzione non può essere minore del valore del sottostante meno il prezzo attuale dello strike. Se questa disuguaglianza non venisse rispettata un arbitraggista potrebbe conseguire un profitto privo di rischio comprando la call e vendendo l’azione.

In generale non è mai ottimale esercitare prima della scadenza una call americana su un titolo che non stacca dividendi, in quanto è possibile posticipare la data di settlement in cui dovremo pagare il prezzo di esercizio.

Analogamente alle call, una put europea su un titolo che non stacca dividendi ha prezzo maggiore della differenza tra lo strike attualizzato e il prezzo di mercato dell’attività sottostante:

Mentre le put americane sono sempre esercitabili, quindi:

I limiti superiori rimangono invariati alla presenza di dividendi dati dal sottostante, mentre i limiti inferiori ne sono influenzati. Per le opzioni europee i dividendi vengono aggiunti o detratti:

Per le opzioni americane le cose si complicano, in quanto la possibilità dell’esercizio anticipato soprattutto per le opzioni call è influenzata dalla presenza e dall’entità dei dividendi. Per principio, in presenza di dividendi una call americana costerà sempre di più di un’europea corrispondente, per la possibiità che abbiamo di esercitare anticipatamente e usufruire dei dividendi. Di conseguenza analiticamente:

Quindi riassumendo, nel caso di una call su un sottostante che non stacca dividendi, indifferentemente dallo stile dell’opzione otterremo gli stessi limiti superiori e inferiori. Se invece si prendesse in considerazione una put, lo stile dell’opzione porterebbe risultati differenti. Se pensiamo a un titolo esemplificativo, come una put con strike 5, scadenza tra un anno, su un sottostante che quota 4 e un tasso risk-free del 4%.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Limite inferiore | Limite Superiore |
| Costo put europea | 0.83 | = 4.83 |
| Costo put americana |  |  |

### 4.2.2 Put-call parity

Secondo la put-call parity theory esiste una relazione tra il valore di un opzione call (put) europea e un opzione put (call) sullo stesso sottostante, con pari strike e scadenza. E’ possibile quindi ricavare il prezzo di un’opzione call partendo dal prezzo della put e viceversa. La teoria è applicabile sia in presenza di dividendi che non, infatti questa relazione è identificabile con le sole opzioni a stile europeo.

Per arrivare a identificare la formula di uguaglianza tra i prezzi si devono svolegere alcuni passaggi logici. Costruiamo un primo portafoglio con l’acquisto del sottostante con annessa opzione put sul medesimo. Il valore di questo portafoglio può variare tra un massimo del prezzo di esercizio qualora la put sia esercitata e il valore dell’attività sottostante nel caso in cui non venga esercitata. Notiamo che il payoff che ne risulta è quello di una call.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Allo stesso modo un portafoglio formato da un opzione call e da un investimento al tasso risk-free sarà il massimo tra il montante dell’investimento al tasso risk-free quando la call non è esercitata e il prezzo del sottostante quando viene esecitata (capitale investito più il payoff della call). Se questi due portafogli si equivalgono a scadenza, devono avere anche una relazione che li lega al momento della creazione, pertanto:

Grazie a questa relazione, avendo i dati relativi a una delle due opzioni aventi stessa scadenza, prezzo di esercizio e titolo sottante, è possibile ricavarne il prezzo della corrispettiva.

Abbiamo visto che per le opzioni americane che non distribuiscono dividendi valgono due importanti assunzioni *C = c* e *P > p.* Possiamo quindi affermare che:

## Coefficienti di sensibilità: Greche

Abbiamo visto alcuni degli elementi che possono influenzare la dinamica del prezzo di un opzione, come l’andamento del prezzo del sottostante e il passare del tempo. In particolare per quanto riguarda le opzioni con azioni o indici azionari come sottostante, si possono individuare in totale 6 fattori che influiscono sul valore del premio:

* Il prezzo di esercizio fissato alla stipula del contratto: strike price.
* Il prezzo del sottostante.
* La presenza di dividendi.
* La volatilità del sottostante.
* La vita residua dell’opzione.
* Il tasso risk-free.

Nel valutare singolarmente l’influenza di questi fattori sul premio, effettueremo delle analisi avvalendoci della condizione ceteris paribus, cioè immaginando che tutte le altre variabili rimangano immutate nel momento in cui studiamo gli effetti di una variazione del singolo fattore sul premio. Per esempio, ceteris paribus, il valore di un’opzione call cresce (decresce) al salire (scendere) del prezzo del sottostante. Oppure un opzione put americana varrà di più se, ceteris paribus, la vita residua è maggiore. Questo succede perché aumentano (diminuiscono) le possibilità che il prezzo vada ITM entro la scadenza. L’esempio fatto sulla vita residua resta valida solo per le opzioni americane, mentre è molto più complesso stabilire un legame tra il passare del tempo (sta diminuendo il tempo rimanente alla scadenza) e il prezzo di un’opzione europea.

Il tasso risk-free influenza indirettamente il valore di un’opzione, in quanto a un rialzo dei tassi risulta minore il valore attuale dei flussi futuri garantiti dal sottostante. Ceteris paribus un rialzo dei tassi porta a un deprezzamento del sottostante, che influisce direttamente sul valore del premio. Un discorso analogo vale per i dividendi, che tendono a far scendere il prezzo del sottostante nei giorni successivi allo stacco. La distribuzione di dividendi resta una bad news per chi acquista call a causa dell’influenza ribassista sul sottostante.

Anche la volatilità dell’attività sottostante è particolarmente influente sul valore dell’opzione, in particolare il payoff asimmetrico delle opzioni porta un vantaggio per chi acquista call o put in presenza di maggiore volatilità, in quanto scostamenti maggiori dalla media possono portare profitti maggiori e variabili, contro un rischio fisso dato dal premio pagato. Infatti chi si pone come compratore di opzioni è anche detto compratore di volatilità: spera in un rialzo della variabilità dei rendimenti.

In questa tabella vediamo riassunti gli effetti sul prezzo di un’opzione dei vari fattori in base al tipo di opzione:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Fattori | Call Europea | Put Europea | Call americana | Put Americana |
| Prezzo sottostante | + | - | + | - |
| Strike price | - | + | - | + |
| Vita residua | ? | ? | + | + |
| Volatilità | + | + | + | + |
| Risk-free | + | - | + | - |
| Dividendi | - | + | - | + |

Dati questi fattori, si può pensare che sia semplice identificare un modello matematico che sia in grado di ridarci il prezzo di un’opzione integrando tutti questi fattori in un'unica equazione. La costruzione di modelli efficaci per il pricing delle opzioni è una sfida ancora aperta sia tra gli accademici che tra gli addetti ai lavori, ma il punto più alto si è raggiunto alla creazione dell’equazione Black-Scholes-Merton:

Questa funzione si studierà nel dettaglio più avanti in questo testo, ma la anticipiamo perché isola tutte le variabili che influenzano il prezzo dell’opzione, permettendoci di studiare i singoli coefficienti di sensibilità:

I singoli fattori vengono definiti greche, e vengono rappresentati con le antiche lettere greche. Saranno fondamentali perché spiegheranno l’aumentare o il diminuire del prezzo dell’opzione, ogni variazione potremo capire da quale elemento è stata causata, se da un aumento della volatilità o da un ribasso del sottostante, o probabilmente da entrambi insieme. Studiando le greche capiremo che hanno un’influenza maggiore in alcuni momenti, a discapito di altri, e potremo isolarle anche nel nostro trading come faremo con il delta hedging. Studiamole ora singolarmente. Studiamole ora singolarmente.

### 4.3.2 Delta

Il delta è l’indicatore di sensibilità che lega il prezzo del derivato al prezzo del sottostante. Infatti il delta di un’opzione è la misura della variazione del prezzo dell’opzione a un cambio unitario del prezzo del sottostante. In termini matematici quindi il delta è la derivata parziale prima del prezzo della stessa rispetto al sottostante. In simboli algebrici:

-1

Con *d1* pari a :

Facciamo un esempio pratico: consideriamo a un periodo *t* una call strike 14.600 sull’indice Dax, scadenza giugno 2022. Il prezzo ad oggi del sottostante è 14.300, e il prezzo della call è di 58 punti. Per calcolare il delta è necessario avere il dato a *t+1*, per vedere come movimenti del sottostante possano aver influito sul prezzo della call. Notiamo che il sottostante a t+1 si è portato sul livello 14.450, mentre il prezzo della call è salito fino a 75 punti. Abbiamo quindi tutti i dati per calcolare il nostro delta:

Questo calcolo è capace di approssimare abbastanza bene il delta, ma possiamo anche arrivarci tramite il calcolo della derivata prima, cioè la pendenza della tangente alla curva del valore Atnow.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Quindi il nostro delta sarà positivo per le opzioni call e negativo per le opzioni put. Essendo la misura di una pendenza sarà inoltre compreso tra 0 e 1 per una call (e tra 0 e -1 per una put, questo perché a un aumentare del prezzo del sottostante, l’opzione put comprata si deprezza). Notiamo che al salire del prezzo anche la pendenza tenderà a salire, quindi il delta varia in funzione della distanza tra il prezzo del sottostante e lo strike. Un opzione call molto OTM avrà un delta molto basso, e una tangente che tende a zero, una variazione unitaria prezzo del sottostante influenzerebbe ben poco la moneyness dell’opzione. Al contrario un’opzione molto ITM avrà un delta tendente a 1, quindi per una variazione unitaria dell’opzione abbiamo un pari ritorno nel valore dell’opzione. Ricordiamo inoltre che ciò si collega al valore intrinseco di cui gode l’opzione ITM. Nel momento in cui siamo ATM invece la tangente sarebbe pari al 0,5, in quanto un movimento del prezzo in una direzione o nell’altra potrebbe portarci a essere ITM o OTM, è quindi il momento in cui c’è massima attenzione sul movimento del sottostante.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Guardiamo la prossima immagine per vedere come il delta cambia in base allo strike che viene selezionato dato un certo prezzo del sottostante. È la situazione che ci si pone davanti nell’operatività reale, in cui abbiamo un sottostante quotato e dobbiamo scegliere a quale strike piazzare le nostre opzioni, esponendoci più o meno alle variazioni del sottostante in base al delta. Sulle ordinate abbiamo il livello del delta, sull’asse delle ascisse i possibili strike, dato un prezzo attuale di 14.527.

Immagine che contiene linea, schermata, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Per opzioni abbondantemente OTM il delta è molto basso, mentre per opzioni molto ITM il delta risulta molto alto, esattamente come avevamo già spiegato. Per questi motivi i trader associano spesso il delta di una call alla possibilità che l’opzione venga esercitata. Un opzione ITM avrà più possibilità di essere esercitata a scadenza rispetto a un opzione OTM.

Il vero limite del delta è che esso si modifica ogni qualvolta ci sono variazioni del prezzo del sottostante. Infatti il grafico sopra è valido per un dato prezzo, ma un successivo movimento del sottostante può modificare la sensibilità del prezzo della nostra opzione al variare del sottostante. Possiamo quindi desumere che la precisione del delta nel prevedere la variazione del prezzo dell’opzione al variare del sottostante è tanto più precisa quanto più infinitesimale è la variazione del prezzo. (SE VUOI FAI ESEMPIO PAG 464)

### 4.3.4 Gamma

Il gamma a differenza del delta e dei prossimi coefficienti di sensibilità non indica la variazione del prezzo dell’opzione rispetto a un parametro, ma misura la variazione del delta stesso al variare del prezzo del sottostante. Il gamma è la derivata prima del prima del delta sul sottostante, il delta è la derivata prima del prezzo dell’opzione sul sottostante. Possiamo quindi dire che il gamma può anche essere definita come la derivata seconda parziale del prezzo dell’opzione al al variare del sottostante. Quindi nel caso di una call abbiamo

Il gamma di una call comprata e di una call venduta allo stesso strike, a differenza del delta, presentano valore uguale: rappresentano l’influenza del variare di una greca sul premio. All’interno dell’equazione BSM il delta risulta ponderato per il gamma. Un delta molto alto ma con gamma molto alto potrebbe trarci in inganno: un gamma molto alto ci sta dicendo che una variazione del sottostante potrebbe portare a un ribasso veloce del delta. Queste casistiche si rivelano di grande importanza nel momento in cui si attuano strategie di copertura, in cui occorre valutare il gamma tenendo in considerazione la possibilità che possa variare. In particolare il gamma ha la capacità di misurare la differenza esistente tra l’andamento effettivo e l’andamento stimato con il delta, o, in altri termini, l’errore di stima compiuto dall’uso del solo delta.

Immagine che contiene testo, schermata, linea, Diagramma

Descrizione generata automaticamente

In particolare il gamma ha la capacità di misurare la differenza esistente tra l’andamento effettivo e l’andamento stimato con il delta, o, in altri termini, l’errore di stima compiuto dall’uso del solo delta. Infatti il delta cerca di stimare in modo lineare la variazione del prezzo dell’opzione a variazioni del sottostante, ma in realtà sappiamo che in realtà esiste una relazione curvilinea, quindi il prezzo dell’opzione calcolato solo tenendo conto del delta non è sufficientemente preciso. Infatti la stima più precisa è ottenibile con questa relazione:

Per chi compra il gamma è sempre positivo, per chi bende sempre positivo.

### 4.3.5 Theta

Il coefficiente di sensibilità Theta misura la sensibilità del prezzo dell’opzione a variazioni del tempo, o meglio al ridursi della vita residua del derivato ( o l’avvicinarsi della scadenza). Per questi motivi il coefficiente Theta viene anche definito “declino temporale”. Il theta risulta negativo per chi compra opzioni, call o put, in quanto il passare del tempo ha sempre un influenza negativa sul prezzo delle opzioni. Le formule analitiche sono:

Dove e sono rimasti sempre rispettivamente pari a e .

Mentre :

Immagine che contiene testo, Diagramma, linea, diagramma

Descrizione generata automaticamente

### Vega

Il Vega esprime la sensibilità del prezzo dell’opzione a variazioni della volatilità, se il vega è molto alto il valore della nostra opzione può variare molto velocemente in caso di rialzo della volatilità. Abbiamo anticipato che la volatilità giova ai compratori di opzioni, siano esse call o put. Di conseguenza il valore delle opzioni aumenta all’aumentare della volatilità allo stesso modo sia per le call che per le put. Il vega avrà sempre segno positivo a causa dell’asimmetria del payoff delle opzioni: un aumento della volatilità per l’acquirente di una call (put) può portare a perdite finite (il premio) in caso di ribasso (rialzo) del prezzo, ma in caso di variazioni al rialzo (al ribasso) può portare vantaggi potenzialmente illimitati.

Analiticamente la formula del vega è così integrata all’interno dell’equazione di Black-Scholes-Merton:

Immagine che contiene testo, Diagramma, linea, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Come possiamo notare il Vega segue una forma a campana di Gauss, raggiunge valori molto alti quando siamo vicino allo strike, mentre resta basso quando siamo deep in/out the money. Questo è comprensibile, in quanto la volatilità diventa un elemento decisivo nel momento in cui si è vicini allo strike, e una piccola variazione può fare la differenza tra un opzione che viene esercitata o meno.

Volatilità implicita è sempre sovrastimata .

La volatilità implicita (IV) è una metrica cruciale nel trading di opzioni in quanto riflette la volatilità futura anticipata dal mercato del prezzo dell'attività sottostante. In questo articolo, esploreremo come calcolare la volatilità implicita utilizzando Python, il modello di Black-Scholes e il metodo di Newton-Raphson.

Definire le costanti in base alla formula di Black-Scholes. Calcolare il prezzo dell'opzione utilizzando la formula di Black-Scholes con l'ipotesi iniziale per la volatilità implicita. Iterare utilizzando il metodo di Newton-Raphson per perfezionare la stima della volatilità implicita fino alla convergenza,

matematico) in grado di determinare con velocità (i.e. di convergere nel giro di poche iterazioni) il valore della volatilità implicita delle opzioni. Tale valore è di particolare importanza dato che costituisce la componente principale per la formazione del prezzo delle opzioni. La trattazione dopo una spiegazione iniziale degli obiettivi illustra diverse alternative e propone l’adozione di un algoritmo in grado di convergere rapidamente alla soluzione desiderata

Volatilità implicita si basa sul prezzo dell’opzione (guarda al futuro). Volatilità storica si basa sul prezzo del sottostante (guarda al passato)

PREZZO SOTTOSTANTE = se prezzo aumenta (ceteris paribus) il premio della call aumenta, della put diminuisce

TEMPO=con il passare del tempo chi compra vede diminuire il premio, maggior tempo maggior premio call.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Descrizione generata automaticamente

### 4.3.3 Rho

Il rho esprime la variazione del prezzo dell’opzione al variare del tasso risk-free. E’ l’elemento che ha meno impatto sulle opzioni, soprattutto se si opera a breve/medio termine. Sappiamo che un rialzo dei tassi porta solitamente a un ribasso dei mercati azionari, ciò incide sul prezzo del sottostante e di conseguenza sul valore dell’opzione. Analiticamente:

Il rho assume valori molto alti quando si è DITM, molto bassi quando si è DOTM, e ha valore positivo per le call e negativo per le put.

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

## Modelli di pricing

Per studiare i principali modelli per il pricing dei derivati si deve prima introdurre una importante assunzione che riterremo valida in tutte le successive implementazioni: l’investitore è neutrale al rischio. Questa teoria prevede che l’investitore non richieda un premio aggiuntivo rispetto al risk-free per I suoi investimenti, permettendo quindi l’attualizzazione dei flussi per le nostre valutazioni tramite il tasso risk-free. Secondo questa assunzione quindi il valore di un investimento oggi è pari al suo valore atteso a scadenza attualizzato al risk-free. Con questa assunzione non sarà possibile commettere errori nella valutazione delle opzioni o di altri derivati, il tasso di rendimento atteso dalle azioni o per l’attualizzazione dei flussi attesi di un qualsiasi titolo sono indipendenti dalla propensione al rischio. Questa semplificazione ci permette di valutare, in un mondo neutrale al rischio, attualizzando a un tasso universalmente riconosciuto senza fare assunzioni sulla propensione al rischio dell’investitore ( o meglio assumendo che egli sia neutrale al rischio ).

I modelli che costruiremo per il pricing delle opzioni sono tre: il pricing con Alberi Binomiali, il modello Monte-Carlo e il modello Black-Scholes-Merton. Quest’ultimo valse il premio nobel per l’economia ai tre economisti[[14]](#footnote-15) che lo idearono ed è considerato il modello principe per il pricing. Questi modelli hanno come obiettivo la valutazione del prezzo degli strumenti derivati, non possono quindi non partire da un’analisi preliminare dell’andamento del sottostante. Assumeremo per queste analisi che che il sottostante segua un processo di Wiener, anche detto processo geometrico Browniano, cioè un processo stocastico in tempo continuo. La formula generica per studiare un moto geometrico Browniano nella sua definizione formale è pari a:

Dove è la componente stocastica che aggiunge rumore all’andamento della componenente deterministica :

* *S0*​ è il prezzo dell'attività o di una variabile nel tempo *t.*
* è il drift, ovvero il tasso di crescita atteso.
* è la volatilità dei rendimenti.
* è la componente stocastica generata dal precesso di Wiener.
* è la variazione infinitesimale del tempo

Sia il metodo Binomiale che il metodo di Monte Carlo traspongono nel discreto il processo di Wiener. Questi modelli pervengono ai prezzi delle opzioni ricostruendo degli scenari aleatori, ovvero imponendo ai prezzi azionari delle random walks governate da un moto geometrico Browniano trasposto nel discreto. Ciò è possibile tramite la seguente formula.

Dove = è la componente che aggiunge rumore all’andamento della variabile *S0,* con estrazione casuale da una funzione di densità di una variabile casuale normale standardizzata (ci sarà utile nel modello Monte-Carlo).

Secondo le formulazioni di cui sopra, i processi di Wiener generalizzati trasposti nel discreto hanno:

* Drift rate = *a*
* Variance rate =

I processi di wiener così visti, con drift rate e variance rate costanti e indipendenti dal prezzo corrente del sottostante non si prestano alla valutazione delle serie storiche. Più adatto è il processo di Ito, un particolare tipo di processo di Wiener generalizzato, caratterizzato da parametri drift rate e variance rate che sono funzioni del valore corrente della variabile aleatoria *S0* e del tempo t.

* Drift rate = *a(S0 , t)*
* Variance rate =

I processi di Ito si prestano a spiegare l’andamento della nostra variabile aleatoria S0, sia nel continuo:

Che trasposto al tempo discreto:

Abbiamo quindi tutti gli elementi per costruire la nostra random walk che governa il prezzo di un azione che non stacca dividendi e che abbia le seguenti caratteristiche:

* Segue un processo di Ito: drift rate e variance rate funzioni del prezzo corrente e del tempo
* Essere coerente con il rendimento percentuale che denominiamo e la volatilità dei rendimenti costanti in termini percentuali e indipendenti dal prezzo dell’azione.

Quindi se il nostro intento è calcolare il valore di un derivato dipendente quindi dal tempo e dal processo stocastico di S0 che abbiamo assunto seguire un processo di Ito:

Ci serve sapere che anche il valore del derivato segue un processo di Ito:

con *dz* che segue lo stesso processo di Wiener presente all’interno del processo di Ito che abbiamo visto governare il prezzo dell’azione sottostante. Anche in questo caso aggiunge “rumore” ossia

variabilità al sentiero seguito da *G*. Trasposto nel discreto il nostro valore del derivato è pari a:

Sappiamo che il prezzo di un opzione si distribuisca in modo normale con media pari a e deviazione standard pari a :

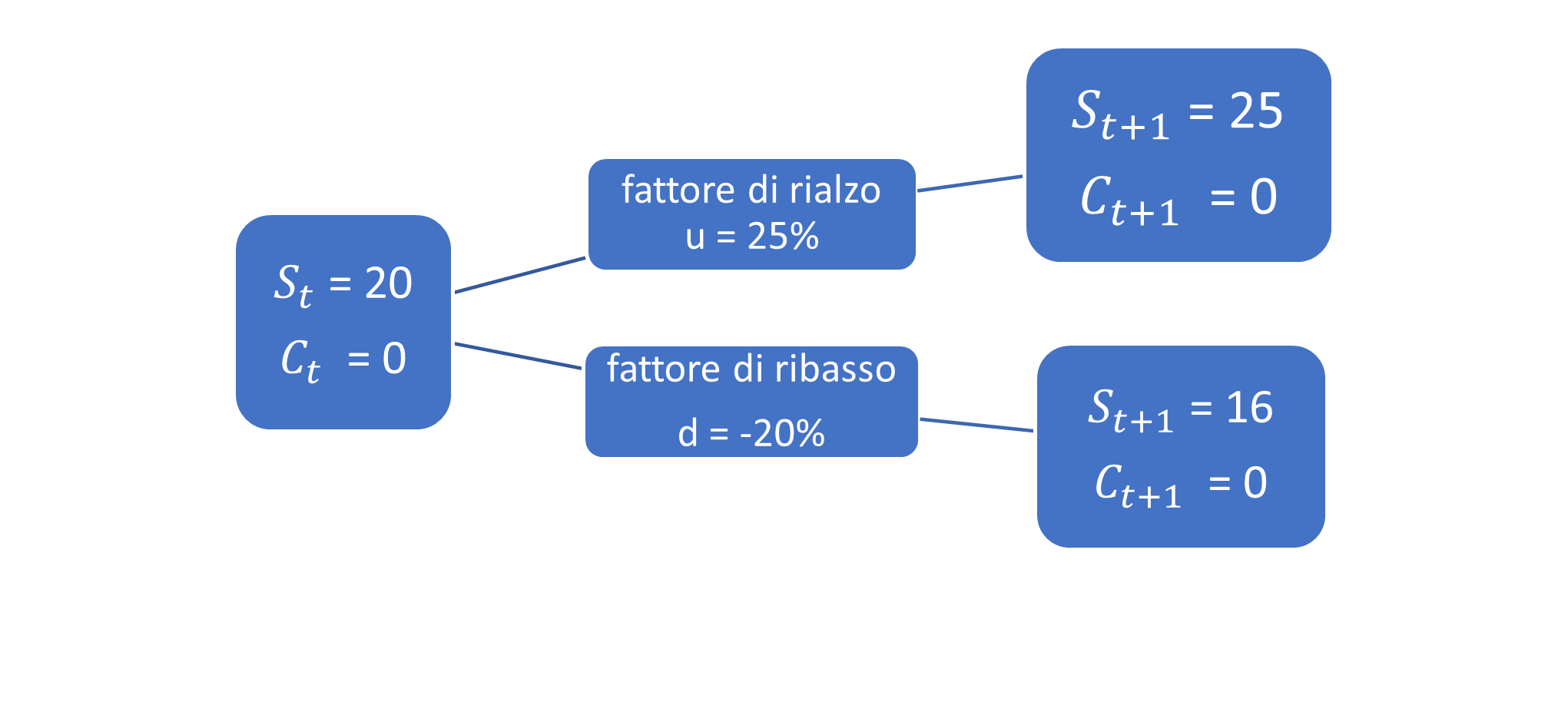
Con:

* Drift rate :
* Variance rate:

Queste analisi preminali ci hanno permesso di comprendere come risalire dal moto geometrico Browniano che controlla il prezzo di un sottostante, e di conseguenza anche il prezzo del derivato che da esso dipende. Vediamo ora come applicare queste teorie nell’operatività con il fine di valutare il prezzo di un derivato.

### Alberi Binomiali

Il modelllo degli alberi binomiali di Cox, Ross e Rubinstein è un analisi multiperiodale sui diversi percorsi che il prezzo del nostro sottostante potrebbe seguire dal giorno di sottoscrizione alla scadenza. Il modello sviluppa l’andamento del sottostante secondo un approccio binomiale: in ogni periodo di tempo, il prezzo potrà salire o scendere. Il modello CRR si rivela particolarmente utile per la valutazione di opzioni americane, le quali possono essere esercitate in qualsiasi momento prima della scadenza. Costruiremo il nostro albero partendo da un prezzo *X*, nel nostro caso il prezzo attuale del sottostante S0, dal quale si prevede partano due possibili scenari: il prezzo con probabilità *p* aumenta di un certo fattore di rialzo *u* , e con probabilità *1-p* scende con un certo fattore di ribasso *d*. Dai due nuovi prezzi ottenuti partiranno altrettanti rami e l’albero di conseguenza avrà rami proporzionali agli N periodi scelti. Il nostro albero viene popolato dai possibili valori del sottostante nel tempo futuro, immaginando che segua una random walk. La nostra analisi si svolgera su opzioni che non prevedono lo stacco di dividendi. Vediamo un esempio esemplificato di albero binomiale per una call con strike 21 e prezzo 1. Avendo solo 2 rami è definito albero a uno stadio:



L’albero binomiale è diviso in n stadi, ciascuno di lunghezza dove *t* è la scadenza dell’opzione. In ciascuno stadio si prevederanno due possibili variazioni, un rialzo con probabilità *p* e un ribasso con probabilita *1-p.* Entrambe le variazioni verranno calcolate in base alla volatilità e al tempo mancante a scadenza. Il fattore di rialzo *u* può essere così calcolato:

Mentre il fattore di ribasso *d* :

In un mondo neutrale verso il rischio la possibilità di rialzo di un’opzione p viene così calcolata:

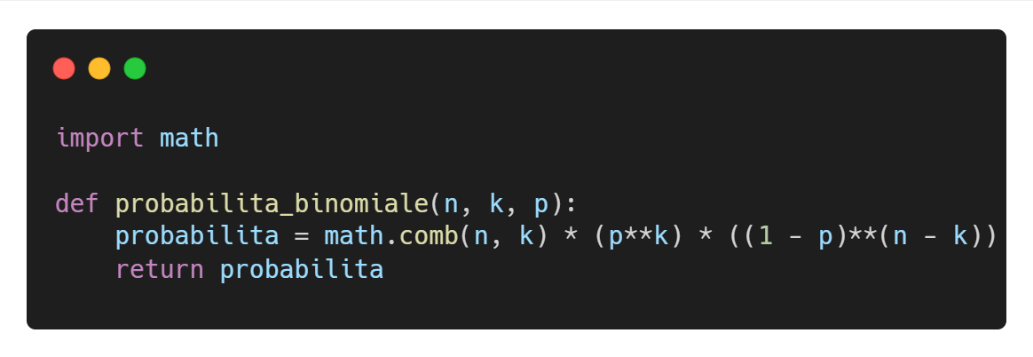
Dove viene definite fattore di crescita. Analizziamo ora passo per passo come è possible implementare in python queste formule. E’ utile creare delle funzioni che potremo richiamare a ogni occorrenza, mantendo dei dati di input che possano essere cambiati per studiare come il premio dell’opzione si muove in funzione delle variazioni delle greche. La prima funzione utile è quella che implementa le forumule appena viste: una funzione *UD\_albero\_binomiale* che restituisca il fattore di rialzo, di ribasso e la probabilità di un rialzo. Useremo la libreria numpy che abbiamo già incontrato per manipolare dati numerici.

Immagine che contiene testo, schermata, software, Software multimediale

Descrizione generata automaticamente

Il nostro albero è popolato dai valori ottenuti da una serie successive di rialzi e di ribassi. Una volta in possesso di p con la distribuzione binomiale possiamo calcolare la probabilità di j rialzi e di I ribassi, dati gli n stadi, popolando così il nostro albero:

Questa formula dove *n* è il numero di prove, *j* numero di successi e *p* probabilità di successo, calcola la possibilità di avere *j* successi su *n* prove. E’ semplice da implementare in python, soprattutto grazie alla libreria math già integrata in colab:



Le nostre librerie si rivelano utili, *math.comb(n,k)* ci permette di calcolare velocemente il coefficiente binomiale ( pari al numero di combinazioni semplici date da n elementi della classe k ) richiesto per calcolare la distribuzione binomiale.

Per il nostro codice preferiremo usare una tecnica alternativa all’uso della distribuzione binomiale, implementando una serie di cicli for che ci saranno utili anche per la rappresentare del nostro albero binomiale dentro un grafico cartesiano. Ricordo che risultano tagliate nel testo le parti di codice utili alla rappresentazione grafica, che invece risultano sul codice sorgente allegato.

La formula che popola l’albero lavora con due cicli for annidati che calcolano i diversi livelli del sottostante con *i* rialzi e *j* ribassi, trovando tutte le diverse combinazioni. Il risultato è un albero bionomiale che sarà possibile visualizzare, che si estende per t giorni, diviso in N passi temporali, che ci restituirà alla fine i possibili valori del sottostante a scadenza. Il fattore T è dato dal *t =* tempo di scadenza in giorni diviso *N* = periodi temporali per gli stati dell’albero binomimiale, espresso in anni grazie al prodotto con *1/365*

Immagine che contiene testo, elettronica, schermata, schermo

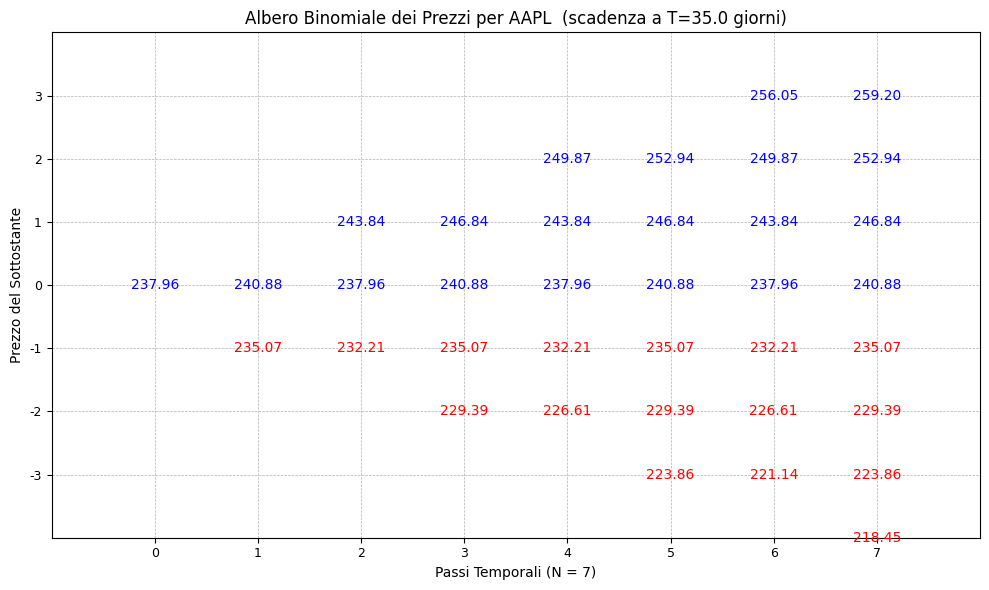
Descrizione generata automaticamenteL’array *S* è inizialmente un vettore di zeri, di dimensione uguale agli stati che vogliamo rappresentare (*N* + 1). L’array viene poi riempito a partire da un andamento positivo, riempendo la prima riga con i valori del sottostante se ogni periodo avesse un rialzo. Nella seconda riga invece abbiamo il primo valore pari a zero, cioè un ribasso, nella seconda colonna il valore che risulta da quel ribasso. Nella terza riga abbiamo due zeri, quindi due ribassi e al terzo valore il risultato finali dei due ribassi. Infine l’ultima riga conterrà solo l’ultimo valore diverso da zero, e sarà pari a *N* ribassi.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 239,36 | 242,30 | 245,27 | 248,28 | 251,33 | 254,41 | 257,54 | 260,70 |
| 0,00 | 236,46 | 239,36 | 242,30 | 245,27 | 248,28 | 251,33 | 254,41 |
| 0,00 | 0,00 | 233,59 | 236,46 | 239,36 | 242,30 | 245,27 | 248,28 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 230,76 | 233,59 | 236,46 | 239,36 | 242,30 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 227,96 | 230,76 | 233,59 | 236,46 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 225,20 | 227,96 | 230,76 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 222,47 | 225,20 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 219,77 |

Andiamo fare un esempio prendendo i dati direttamente dal mercato reale. Scegliamo un titolo, scriviamone il nome o l’ISIN nel ticker, scegliamo un numero di stadi e impostiamo risk-free e la data di scadenza che rappresenta quanto lontano vogliamo andare con la nostra previsione, il resto verrà calcolato automaticamente grazie alle due funzioni che abbiamo creato. La volatilità verrà calcolata sui prezzi di chiusura degli ultimi 30 giorni. La rappresentazione grafica dell’albero è riportata successivamente:

Immagine che contiene testo, schermata, schermo, software

Descrizione generata automaticamente



Sul codice non c’è niente da dire che non sia già stato detto, la volatilità è calcolata sugli ultimi 30 giorni, ma sappiamo che è spesso un dato che ai trader piace studiare e manipolare, quindi ho ritenuto fosse meglio lasciarla fuori dai processi automatizzati.

Ora possiamo finalemente calcolare il valore atteso delle opzioni sulla base delle probabilità calcolate tramite la distribuzione binomiale:

Per le opzioni call:

Per le opzioni put:

E infine andando ad attualizzare il valore atteso a scadenza per la call e la put, otterremo la nostra valutazione del Prezzo delle opzioni secondo il metodo binomiale. Ricordiamo che stiamo assumendo la neutralità al rischio dell’investitore.

Con il nostro codice e le funzioni precedentemente costruite abbiamo tutti gli ingredienti per comporre il nostro codice. Inseriamo i nostri input, tutti dati esogeni o precedentemente calcolati. Facciamo la solita trasformazione del tempo a scadenza in anni e creiamo un codice di attualizzazione dei flussi. Con un ciclo for attualizziamo tutti i possibili payoff, ponderandoli per la possibilità che si manifestino ( grazie alla funzione probabilità\_binomiale che abbiamo precedentemente conosciuto.. Infine sommiamo i nostri valori attuali, ottenendo il valore finale della nostra call.

Immagine che contiene testo, schermata, software, schermo

Descrizione generata automaticamente

Figura Binomiale.xx

### Simulazione Monte-Carlo (moto browniano-weiner)

Come è facile capire, la principale difficoltà del modello binomiale sta nell’assunzione iniziale di movimento binomiale, in cui ci sono solo due movimenti possibile per il sottostante. Sappiamo in realtà che il sottostante può assumere molte traiettorie diverse. Tale limitazione viene risolta dal metodo Monte-Carlo attraverso un numero *g* di simulazioni di una random walk, ognuna composta da n stadi della durata , estraendo campioni pseudocasuali di moto geometrico Browniano. Anche per questo metodo ricordiamo che riteniamo valida l’assunzione di neutralità al rischio dell’investitore.

Per generare *g* sentieri di *S0* in un mondo neutrale al rischio, lavoreremo con la seguente formula:

Dove è la i-esima estrazione casuale dalla funzione di densità di una variabile casuale normale standardizzata, *N(0,1).* Una volta in possesso dei valori finali del sottostante potremo:

* Calcoliare il valore campionario finale del derivato per ogni sentiero generato.

Per le call:

Per le put:

* Calcolare la media aritmetica dei valori finali dei campioni:

Per le call:

Per le put:

* Attualizzare il valore finale medio al tasso risk-free. Otteniamo così le formule finali del modello Monte-Carlo:

Per le call:

Per le put:

Andiamo a mettere tutto sul codice. Il processo non è così differente da quello che abbiamo incontrato per la creazione degli alberi binomiali; le formule, le librerie e le funzioni saranno le stesse. Creiamo la nostra funzione personalizzata che ritorna il prezzo dell’opzione secondo gli input inseriti, e l’array dei prezzi a ogni *N* stadio che serve per la rappresentazione grafica dell’andamento del sottostante:

Immagine che contiene testo, schermata, schermo, software

Descrizione generata automaticamente

Una volta creata questa funzione, basta inserire gli input e aggiustare i dati qualora sia necessario per ottenere il prezzo dell’opzione, nonché la rappresentazione grafica dei diversi possibili andamenti (contenuta nell’array prezzi) costruiti con il metodo Monte-Carlo.

Immagine che contiene testo, schermata, schermo, software

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene schermata, testo, diagramma, Diagramma

Descrizione generata automaticamente

### Modello Black-Scholes-Merton

Eccoci infine al modello di Black-Scholes-Merton. Nel 1973 i tre teorici riuscirono a trovare l’equazione differenziale che permettesse di valutare il prezzo di opzioni su titoli azionari o indici che non prevedano stacco di dividendi. Il modello assume che i rendimenti siano distribuiti tra infiniti stati della natura secondo una legge statistica normale: superiamo quindi il limite imposto dal modello Binomiale in cui la variabilità del prezzo del sottostante si manifesta solamente in due possibili movimenti, un rialzo e un ribasso. Il modello permette di definire e valutare il valore di un opzione a partire dalla conoscenza delle variabili fondamentali che abbiamo già incontrato ( le abbiamo definite con le greche ) e dalla loro influenza sul sottostante. Il modello si basa su alcune ipotesi fondamentali:

* Il mercato è aperto con continuità ( non sarebbe possibile lavorare nel continuo altrimenti).
* Il mercato è perfetto: non abbiamo costi di transazione o pressione fiscale, i titoli sono infinitamente divisibili e vendibili allo scoperto, non ci sono opportunità di arbitraggio, gli agenti sono razionali, massimizzatori di profitto e price-taker.
* Il prezzo dell’azione segue un moto geometrico Browniano con *μ* (rendimento percentuale) e (volatilità del tasso di rendimento) costanti.
* L’opzione valutata è europea e il titolo sottostante non prevede lo stacco di dividendi.
* La curva dei tassi è piatta e deterministica con un livello di intensità istantanea di interesse 𝑟, cioè il tasso risk-free è uguale per tutte le scadenze.
* E’ sempre possibile investire al tesso risk-free e a qualunque scadenza, come se esistessero zero coupon bond a ogni scadenza e sempre quotati al prezzo corrente.

Date queste assunzioni, l’equazione differenziale di Black-Scholes-Merton è così definita:

Dove *V* è il valore dell’opzione. Possiamo notare come siano presenti proprio quelle variabili che influenzano il prezzo di un’opzione: il prezzo del sottostante *S*, la volatilità del sottostante , il tasso d’interesse risk-free *r*, la vita residua *t*, il prezzo di esercizio *X.* Infatti è la derivata parziale rispetto al tempo: Theta; è la derivata parziale rispetto al sottostante: Delta; è la derivata seconda rispetto all’andamento del sottostante: Gamma.

E’ utile fare un passo indietro tornando all’analisi dell’andamento del sottostante; abbiamo definito il processo che esprime l’evoluzione del prezzo del sottostante come:

Con e costanti. Dividendo da entrambi i lati per *S0* otteniamo:

Introducendo l’aspettativa:

In quanto *dz* ha media nulla. Di conseguenza il rendimento istantaneo atteso , anche detto intensità di rendimento, è pari a:

Mentre la varianza è uguale a

Quindi esprime la deviazione standard del rendimento istaneo dell’investimento nel sottostante. In un mondo non neutrale al rischio, i nostri investitori chiederebbero un , con un differenziale positivo tra i due rendimenti proporzionale all’avversione per il rischio. Ricordiamo che in un mondo neutrale al rischio il tasso di rendimento atteso di tutti i titoli è uguale al tasso d’interesse risk-free.

Dall’equazione generale di Black-Scholes-Merton ricaviamo il prezzo della opzioni come:

𝑁(𝑥) indica la funzione di ripartizione della distribuzione normale standard (media nulla e varianza unitaria), ossia, la funzione di ripartizione della variabile nel punto 𝑥:

I coefficienti 𝑁(𝑑1) e 𝑁(𝑑2) individuano la struttura del portafoglio replicante; il primo esprime il numero di unità di sottostante da acquistare, il secondo il numero di ZCB con scadenza in 𝑇 e nominale 𝐾 da vendere allo scoperto.

Siccome 𝑁(𝑥) equivale alla probabilità che *n < x* secondo una variabile aleatoria normale standardizzata, i valori 𝑁(𝑑1) e 𝑁(𝑑2) sono positivi e compresi tra 0 e 1. Possiamo anche assumere che data 𝑁(𝑥), funzione monotona crescente di 𝑥, 𝑁(𝑑1)>𝑁(𝑑2) , e quindi, se 𝜎√𝜏>0, 𝑑1>𝑑2.

Come menzionato nelle ipotesi del modello, esso si sviluppa per opzioni europee su titoli che non staccano dividendi. Come abbiamo visto nei precedenti capitoli, se non sono previsti dividendi, un’opzione call americana avrà lo stesso prezzo di un opzione call europea. Quindi il modello di Black-Scholes-Merton può essere usato anche per questo tipo di opzioni. Al contrario, queta asunzione non è più valida nel caso di opzioni put. Per il calcolo del prezzo di opzioni put in assenza di dividendi bisogna necessariamente far riferimento ad altri modelli di pricing come quello degli alberi binomiali. La formula di BSM può essere corretta per prevedere anche la presenza di dividendi. Infatti un indice o titolo azionario che distribuisce dividendi avrà lo stesso andamento di un titolo che non prevede dividendi, fatta eccezione per il giorno dello stacco dividendi in cui il prezzo del sottostante tende, ceteris paribus, a diminuire.

Vediamo due metodi per il calcolo del prezzo delle opzioni in python, un primo metodo in cui creeremo una funzione personalizzata che dati i soliti input ritorni il prezzo dell’opzione tramite il calcolo dei coefficienti d1 e d2, e un secondo metodo il quale tramite il richiamo di una libreria già creata in python di alcune formule che renderanno immediato il calcolo dei prezzi delle opzioni anche in caso di presenza di dividendi.

Immagine che contiene testo, schermata, software, schermo

Descrizione generata automaticamente

Figura

Il secondo metodo è molto più immediato e non ci chiede di ricostruire le formule algebriche per il calcolo del prezzo delle opzioni, in quanto risultano già integrate nella libreria *blackscholes*. Questo secondo modello prevede negli input l’inserimento del dividend yield, quindi permette di calcolare il prezzo delle opzioni anche in presenza di dividendi.

Immagine che contiene testo, schermata, software, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Figura

# Operatività con Opzioni

Facciamo un passo indietro per capire come è possibile nel pratico accedere ai contratti di opzioni quotate sulle varie piazze mondiali. Le opzioni sono strumenti che possono avere come sottostante i più svariati titoli. Noi ci concentreremo sulle opzioni su azioni quotate sui mercati americani, in particolare al Chicago Board Option Exchange. Per accedere a quel mercato e ai suoi titoli bisogna interfacciarsi con un Broker, un intermediario che svolgerà un ruolo fondamentale per noi, trasmettendoci informazioni in tempo reale e permettendoci di piazzare i nostri ordini. L’apertura del conto trading (che comporta quindi l’apertura di un dossier titoli, come viene definito in ambito bancario) è il primo passo per l’operatività.

## **Clearing House, Broker e Conto a margine.**

Come abbiamo già detto il broker è quell’intermediario che ci permette di piazzare gli ordini. Non solo, il broker ci fornisce anche i prezzi, bid e ask, divisi per strike e scadenza, per tutto il mercato delle opzioni. La tabella che ne risulta è detta Option Chain, ed è una sorta di book dove è possibile avere una visione chiara dei prezzi.

Chi sono i broker? Spesso sono banche o grandi finanziarie, altre volte operatori del mercato che si pongono da intermediari per favorire l’accesso ai mercati. Svolgono anche una funziona di vigilanza e monitoraggio sia per conto delle norme internazionali che regolano l’accesso ai mercati, sia per mantenere il meccanismo di margini imposto dalle Clearing House. Ma manteniamo un approccio pratico, e immaginiamo di voler investire in opzioni. Troviamo un broker che offre accesso al CBOE. In europa sono numerosi, io uso Interactive Broker[[15]](#footnote-16). Molte banche italiane si propongono come broker, principalmente per strumenti non derivati. Il vantaggio di avere un broker italiano è la possibilità di usufruire del servizio di sostituto d’imposta: le tasse verranno pagate direttamente dal broker in chiusura di una posizione. Sebbene ciò possa azzoppare l’effetto compunding, soprattutto per chi è abituato ad operare con media-alta frequenza, resta un grande vantaggio per i retail. I broker esteri non solo non possono offrire la solidità e la fiducia di una grande finanziaria italiana, ma richiedono anche l’integrazione del modulo W Quadro nel Modulo 730 della dichiarazione dei redditi, in quanto possessori di dossier titoli all’estero. Non tutti i commercialisti o specialisti CAF sono in grado di gestire questo tipo di reportistica.

Il broker e la clearing house applicano politiche di margini, buffer e commissioni che un trader non può trascurare, tutto per proteggere noi e gli altri investitori sui mercati dal rischio di credito. Facciamo un esempio: abbiamo un conto con liquidità pari a 100 e vogliamo vendere una naked put, cioè una put da sola senza coperture. Sappiamo che la perdita è potenzialmente infinita, il nostro broker dovrebbe concederci al massimo di vendere le sole put che saremmo in grado di gestire nel caso in cui il sottostante avesse un calo vertiginoso, altrimenti rischieremmo di perdere più di quanto abbiamo sul conto, e il broker non avrebbe più la certezza di poter onorare l’obbligo che abbiamo nei confronti della controparte.

In realtà i broker prendono una serie di precauzioni per neutralizzare il rischio di credito. Prima di tutto in apertura conto ci viene fatta una profilazione. Una serie di domande (KYC) testano la nostra conoscenza degli investimenti, la nostra situazione familiare e patrimoniale, i nostri proventi, la nostra attitudine al rischio, in una serie di quiz a risposta multipla che molto ricordano i questionari Mifid. Il broker si proteggerà limitando parzialmente l’operatività agli utenti classificati più rischiosi, come potrebbe concedere l’operatività su un conto cosiddetto *a margine* per investitori con requisiti più alti. Si tratta di un conto a leva, in cui poter operare come se il nostro capitale avesse un moltiplicatore. Se il conto ha leva x2 potremo vendere put come se avessimo sul conto liquidità pari a 200. Questo meccanismo, importantissimo per il trader, non è fondamentale nell’attività di hedging del broker. Infatti l’intermediario si proteggerà tenendo anche conto della distribuzione delle probabilità: se le possibilità di avere una certa perdita sono molto basse coprirsi da quel rischio è inutile e impegnerebbe un capitale che gli investitori potrebbero utilizzare per operare e generare commissioni per il broker. Solitamente quindi il broker preleva una quota pari al VAR al 99%, quindi ciò che perderemmo in situazioni sfavorevoli, ma non nel caso in cui si manifestasse il Cigno Nero [[16]](#footnote-17)

La clearing house applica un meccanismo di margini sulle singole operazioni, imponendo un versamento al momento della stipula del contratto di un margine iniziale, pari solitamente a una percentuale prestabilita del valore del contratto stesso. Da questa somma vengono ogni giorno prelevati o accreditati i profitti e le perdite realizzate quotidianamente. Se l’andamento del prezzo delle opzioni porta a perdite superiori a un certo margine di mantenimento, l’investitore è chiamato a reintegrare il margine versato. In questo modo la clearing house è sempre coperta dagli andamenti del mercato, avendo sempre a disposizione un buffer su cui rifarsi che copre con percentile 99% la distribuzione di probabilità dei rendimenti. Questo processo è detto marking to market, e sebbene sia fondamentale nei contratti a payoff simmetrici, come ad esempio per i futures, nelle opzioni ci è utile solo nel caso di vendita di un’opzione. Infatti abbiamo già detto che nel caso delle opzioni i successivi aggiustamenti di margine sono soggetti al solo venditore. La massima perdita in cui l’acquirente può incorrere in fatti è il premio che ha pagato al momento di stipula del contratto.

## Option Chain

L’option Chain è la lista dei prezzi, ask e bid, tutte i contratti di opzione per un particolare sottostante, organizzate per data di scadenza e strike price. Solitamente la tabella dei prezzi è divisa centralmente dagli strike posizionati su un asse verticale. I due campi sono popolati rispettivamente dai bid e dagli ask delle put e delle call. Questo layout per strike permettere di notare immediatamente l’andamento dei prezzi al variare del sottostante, nel passaggio dall’out all’in-the-money, il crescere del valore intrinseco e tanti altri indicatori che le interfacce permettono di aggiungere in corredo ai prezzi.

Facciamo esempi tra variazioni dei prezzi sulle option chain in base a scadenza, itm, otm ecc

## Dividendi

I dividendi non fanno parte delle greche, non influenzano in modo continuo il prezzo delle opzioni, ma la loro presenza ha comunque un’influenza sul prezzo delle opzioni. L’apettativa di una cedola elevata produce coeteris paribus una diminuzione del valore a termine del contratto, questo in ragione del fatto che il detentore della posizione a termine non gode dell’opportunità di avere i dividendi che invece otterrebbe acqquistando il sottostante. i può quindi speculare sullo stesso aspetto [pag 431] . Se fosse di performance non si può fare perché il valore dei dividendi è già compreso nel prezzo a termine dell’indice stesso.

Per chi ha opdopo il dividendo scende il prezzo dell’azione

Per principio una call americana, in presenza di dividendi, deve valere più dell’opzione europea corrispondente, non fosse altro per la possibilità di esercizio anticipato e la concreta possibilità per il detentore dell’opzione di percepire i dividendi. Questo dettaglio diventa fondamentale nel momento in cui si vendono delle opzioni americane, che in prossimità del momento di stacco di dividendi vede aumentare la possibilità che l’acquirente eserciti l’opzione.

Per le attività finanziarie che non distribuiscono dividendi valgono due relazioni importanti = C = c e P < p

## Hedging

Per hedging, o copertura, si intende la neutralizzazione di uno o più fattori di rischio. Facciamo il caso di un agricoltore che in fase di semina voglia coprirsi da un ribasso futuro dei prezzi, può comprare una put fissando a pronti il prezzo a cui vendere in futuro coprendosi dall’eventualità che il prezzo scenda. Più sofisticate sono le esigenze dei trader, ci si può coprire dalla volatilità comprando uno straddle, strategia che vedremo e che si apprezza in caso di un aumento delle variazioni dei prezzi. La possibilità di speculare sui singoli coefficienti mette sicuramente le opzioni tra i primi posti degli strumenti utilizzatio dai grandi istituzionali, dalle banche e dalla pubblica amministrazione. Le greche sono utili indicatori anche nella gestione dei portafogli, perché permettono di capire l’esposizione ai vari fattori di rischio e sono ampiamente utilizzate nel risk management. Gli stessi fattori che influenzano il prezzo di un’opzione, come volatilità, tasso risk-free e le altre greche, sono elementi comuni alla valutazione di qualsiasi altra classe di titoli (obbligazioni, materie prime, mercato monetario).

Non tutti i fattori hanno però lo stesso peso nel valutare le strategie di hedghing, alcuni possono incidere maggiormente sull’efficacia di una copertura. Se il delta è la variazione del prezzo del nostro titolo, in questo caso un’opzione, al variare del prezzo del sottostante, allora il delta hedging si pone l’obiettivo di neutralizzare l’effetto del sottostante sul nostro payoff. Ovviamente per farlo avremo bisogno anche di considerare l’influenza del gamma per aumentare la precisione della stima.

**DELTA HEDGING**

Effettuare il delta hedging significa partire dal calcolo del delta. Se per esempio , questo significa che un incremento unitario del sottostante porta la call ad apprezzarsi di 0,5. L’obiettivo è calcolare un rapporto di copertura che ci dica quante e quali opzioni comprare per coprirci da un eventuale perdita sul valore delle azioni. Acquistando quella quota compenseremo potenziali perdite con le opzioni cercando di neutralizzare quanto più precisamente possibile. La copertura non è un’attività semplice, infatti nel delta hedging è fondamentale precisare che la copertura è ottimale solo istantanea, al variare del prezzo del sottostante dovremmo effettuare un ribilanciamento o non avremmo più garanzie sulla copertura. Questo tipo di strategia ci coinvolge in un attività di monitoraggio continua, prende il nome hedging dinamico e spesso si rivela troppo dispendiosa. Ricordiamo inoltre che copertura completa significa azzerare il rischio sistematico e guadagnare automaticamente il risk-free, se così non fosse ci sarebbe opportunità di arbitraggio e potremmo guadagnare anche in assenza di rischi (sempre ipotizzando una copertura perfetta).

# Strategie con opzioni.

Le opzioni sono strumenti molto flessibili e sono di conseguenza in grado di rispondere a diverse finalità. Principalmente le opzioni si prestano a tre tipi di operatività:

* Arbitraggio
* Copertura
* Trading

L’arbitraggio si realizza in due diverse modalità, la prima tra mercati dove quotano opzioni identiche, ma a prezzi differenti, la seconda riguarda la possibilità di arbitraggio tra il prezzo del sottostante e quello dell’opzione. In entrambi i casi si conta di ottenere un profitto comprando l’opzione o il sottostante che quota meno e vendendo il rispettivo più alto, aspettando un riallineamento verso la componente di fondo. Questa strategia è già stata incontrata quando abbiamo parlato di pairs trading, la finalità è diversa ma l’operatività è molto simile.

In realtà effettuare arbitraggio sulle opzioni non è così semplice. Abbiamo già detto che i mercati delle opzioni sono regolamentati e non adatti al trading ad alta frequenza, sui mercati OTC non tutti i titoli risultano liquidi e bisogna spesso tenere in considerazione un margine di slippage.

Ben più importanti risultano la copertura e il trading.

Le posizioni sintetiche che è possibile creare combinando le opzioni sono ciò che rendono più attraente questa tipologia di strumento a tutti i trader. La possibilità di costruire, anche grazie a delle implementazioni grafiche, strutture a scadenza che ci permettano di definire il rischio e il rendimento che siamo disposti a subire, modulando su misura ogni aspetto come stiamo imparando a fare. Posto il fatto che il valore di un’opzione dipende dai fattori che abbiamo imparato a conoscere nei modelli al capitolo 4 e 5, sappiamo che alcuni fattori sono particolarmente influenti in tal senso e non tutti hanno lo stesso grado di aleatorietà. Ad esempio il tasso riskfree lo conosciamo in partenza, e può influire molto poco se i nostri scambi si concentrano su strumenti a breve o media scadenza. Il tempo che manca a scadenza al momento di sottoscrizione, nel caso delle opzioni europee, lo conosciamo nel momento in cui sottoscriviamo il contratto. Quindi i fattori determinanti sui quali ci concentreremo per mettere in atto delle strategie speculative sono l’andamento del sottostante e la volatilità:

* trading direzionale: vuole sfruttare movimenti di prezzo dell’attività sottostante
* trading di volatilità: strategia trend neutrale che vuole sfruttare cambiamenti repentini di prezzo indifferentemente che siano in bull o bear market.

Dopo aver studiato questi due fattori di rischio come abbiamo imparato a fare nel corso di questa tesi, potremo decidere quale strategia applicare. Prima di andarle a vedere singolarmente mostriamo in una tabella a doppia entrata che categorizza varie strategie in base al profilo assunto su sottostante e volatilità.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Aspettative sul trend del sottostante | | | |
| Aspettative sulla volatilità |  | **Ribasso** | **Incerto** | **Rialzo** |
| **Ribasso** | Short Call | Long butterfly spread  Short straggle  Short strangle | Short put |
| **Incerto** | Bear spread |  | Bull spread |
| **Rialzo** | Long Put  Strip | Short butterfly spread  Long straggle  Long strangle | Long Call  Strap |

## 5.3.1 Covered Call

Adatta sia a investitori che trader. Si applica quando sei già long su un sottostante, permettendo di incrementare i guadagni implementando premi da incassare sistematicamente, senza bisogno di impegnare ulteriori margini di capitale. Tutto grasso che cola. Ricordiamoci che dovremmo avere almeno 100 o multipli di 100 per matchare con l’opzione (??). Se hai un portafoglio long di azioni e non applichi la covered call sei un coglione.

Quando vendi una call il broker ti chiede un certo margine, in base al rischio. Inoltre se vieni assegnato devi essere pronto ad andare short di 100 azioni per ogni opzione.(cash secured call) Ma se sei long su almeno 100 azioni il broker non ti chiede nessun margine, perché male che vada usa le azioni se vieni assegnato. Quindi non sei coperto dal cash (cash secured call), ma se possiedi il sottostante, il broker ti vende le azioni - sei quindi coperto dalle azioni long (covered call) - cioè l'assegnazione non implica una vendita allo scoperto, ma una vendita di quello che già possiedi!

Immagine che contiene testo, linea, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, schermata, software

Descrizione generata automaticamente

Rinuncio a una parte di guadagno per coprirmi da perdite. Il profitto massimo = premio + 100 \* (sp-x). Ogni mese vendo una call (coperta dal sottostante che possiedo) e

Genero un cash flow mensile

• magari il sottostante paga dividendi e alla fine dell'anno, anche se il sottostante non si è mosso, ho generato cash flow dalle call vendute e dai dividendi - questo può rappresentare percentuali molto interessanti! (mi protegge da ribassi del sottostante)

## 5.3.2 Butterfly

## 5.3.3 Strangle

Volatilità alta

## 5.3.4 Straddle

# Conclusioni

Rollover= se ho un holding period in scadenze lontane è meglio rinnovare di scadenza in scadenza, vista la liquidità.

Rischio base = diverso andamento delle quotazioni dell’indice ftse mib e del contratto future utilizzato per la copertura.

1. John Donne, *Nessun uomo è un’isola,* 1624. [↑](#footnote-ref-2)
2. Beni rivali ed escludibili. [↑](#footnote-ref-3)
3. Fornitore di servizi globali di opinione pubblica, indagini e ricerche di mercato creati per fornire informazioni tempestive e approfondite sul mercato. [↑](#footnote-ref-4)
4. <https://colab.research.google.com/> ambiente per editare codice gratuitamente online. [↑](#footnote-ref-5)
5. Criterio di confronto, nei mercati azionari il benchmark è l’indice del mercato di riferimento. [↑](#footnote-ref-6)
6. In realtà una decomposizione moltiplicativa può essere ottenuta applicando inizialmente una trasformazione logaritmica dei dati e poi ritrasformando le componenti [↑](#footnote-ref-7)
7. Ordinary Least Squares: metodo di ottimizzazione basato sui minimi quadrati degli scostamenti. [↑](#footnote-ref-8)
8. Pearson 1905 [↑](#footnote-ref-9)
9. Overfitting si verifica quando un modello si adatta troppo fedelmente ai suoi dati di addestramento, dando luogo a un modello che non è in grado di effettuare previsioni o conclusioni accurate da dati diversi dai dati di addestramento.  [↑](#footnote-ref-10)
10. [↑](#footnote-ref-11)
11. Ammettiamo che esistano opzioni con scadenza esattamente a un mese, immaginiamo quindi che la durata coincida con il nostro orizzonte d’investimento. [↑](#footnote-ref-12)
12. Gli etf sono tipicamente strumenti a gestione passiva che replicano l’andamento degli indici, si prestano quindi alle strategie con opzioni su indici. [↑](#footnote-ref-13)
13. https://www.borsaitaliana.it/borsa/derivati/specifichecontrattuali/lottiminimiopzionisuazioni.html?lang=it [↑](#footnote-ref-14)
14. Merton fu insignito del premio Nobel per l'Economia assieme a Scholes nel 1997. Fisher Black, era scomparso prematuramente nel 1995. [↑](#footnote-ref-15)
15. Cboe Europe Derivatives Welcomes Interactive Brokers as New Trading Participant https://ir.cboe.com/news/ news-details/2024/Cboe-Europe-Derivatives-Welcomes-Interactive-Brokers-as-New-Trading-Participant [↑](#footnote-ref-16)
16. Il Cigno Nero – Nassim Nicholas Taleb 2007 [↑](#footnote-ref-17)