

## Formule de transformation de rationnels sous leur écriture fractionnaire.

Soit  $\Delta$  la fonction qui à tout  $n \in \mathbb{N}$  associe la représentation sous forme de fraction du nombre  $0.\bar{n} \in \mathbb{Q}$ .

$$\Delta \stackrel{\text{def}}{=} \left( n \mapsto \frac{n}{10^{\lceil \log_{10}(n) \rceil} - 1} \right)$$

**Démonstration :**

Soit  $q = 0.\bar{n}$  et  $c \in \mathbb{N}^*$  le nombre de chiffres de  $n$ .

$$10^{c-1} < n < 10^c$$

$$\log_{10}(10^{c-1}) < \log_{10}(n) < \log_{10}(10^c)$$

$$c - 1 < \log_{10}(n) < c$$

On en déduit que  $c$  est l'entier directement supérieur à  $\log_{10}(n)$ , d'où  $c = \lceil \log_{10}(n) \rceil$ .

$$q = 0.\bar{n}$$

$$10^c q = n.\bar{n} = n + q$$

$$10^{\lceil \log_{10}(n) \rceil} q = n + q$$

$$q = \frac{n}{10^{\lceil \log_{10}(n) \rceil} - 1} = \Delta(n)$$

On en déduit que n'importe quel rationnel peut être écrit en fonction de  $\Delta(n)$ .

Exemples :

$$- 2.\overline{37} = 2 + \Delta(37)$$

$$- 8.133\overline{9} = 8.133 + \Delta(9) \cdot 10^{-3}$$