



ETUDE DE LA STABILITÉ D'UN DRONE DE LIVRAISON DE MARCHANDISES EN ZONE URBAINE

Sommaire

1. Enjeux et problématique
2. Présentation du modèle
3. Etude dynamique
 - 3.1. Théorème du moment dynamique
 - 3.2. Effet du couple gyroscopique
4. Simulation et asservissement
 - 4.1. Calibration sous Arduino
 - 4.2. Filtrage
 - 4.3. Programme PID de l'asservissement
5. Résultats expérimentaux
6. Perspective



<https://blog.route4me.com>

Problématique et enjeux

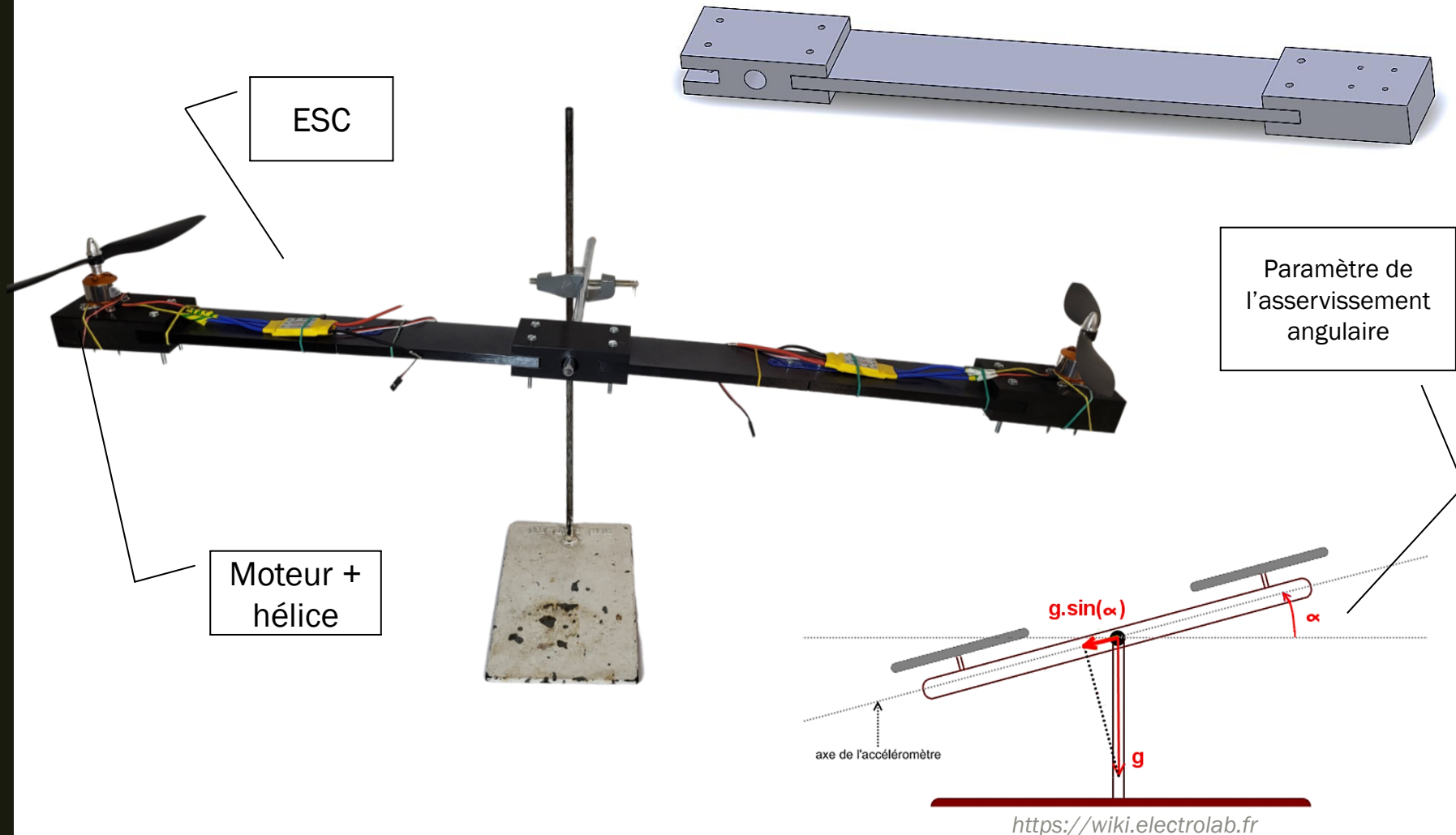


<https://dronexl.co>

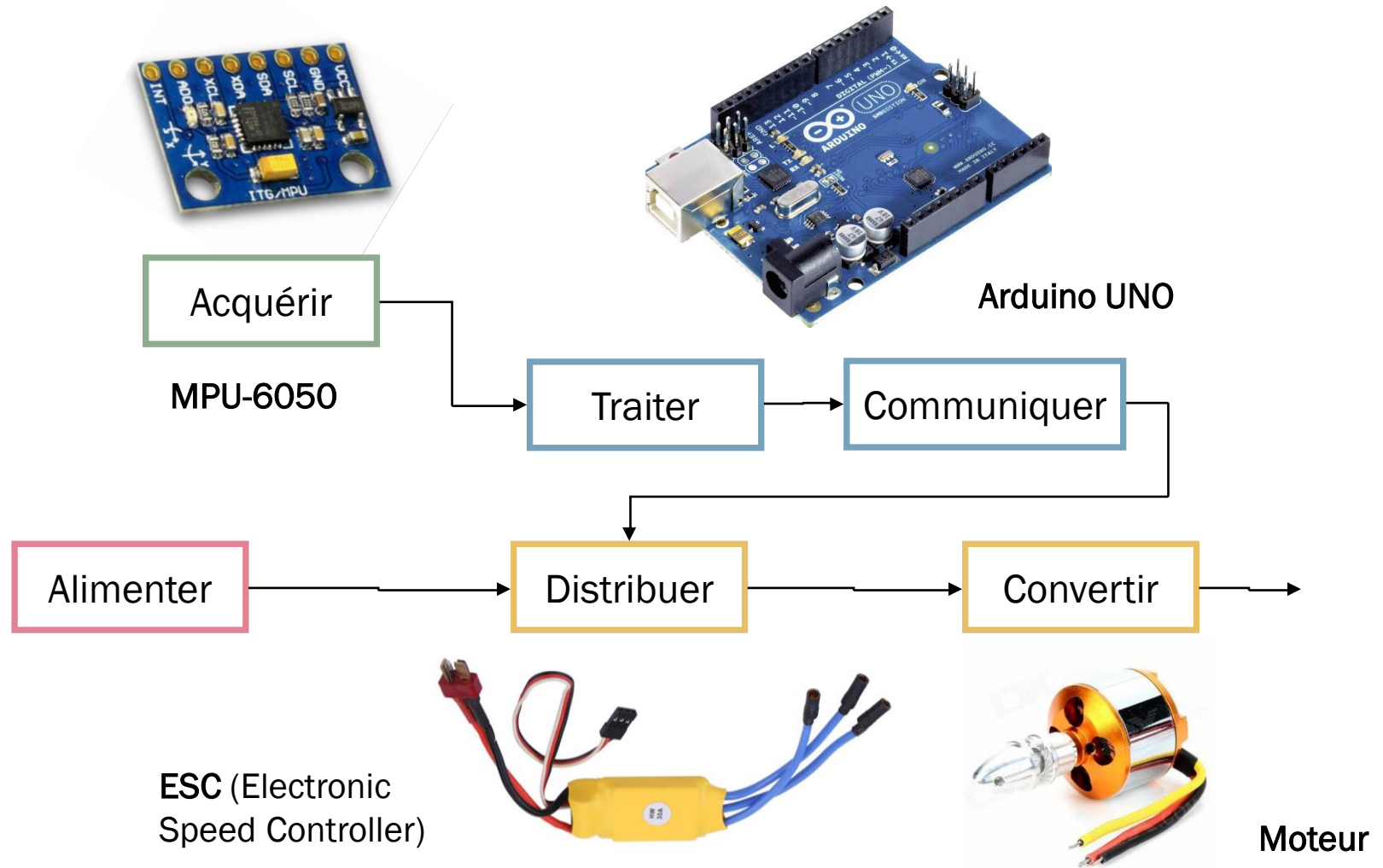
Comment optimiser l'asservissement d'un drone de livraison afin d'assurer la stabilité de la rotation autour de son axe de roulis, dans le cadre de transport de marchandises ?

Présentation du modèle

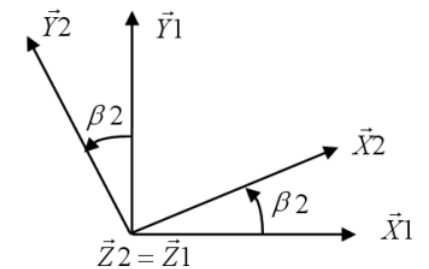
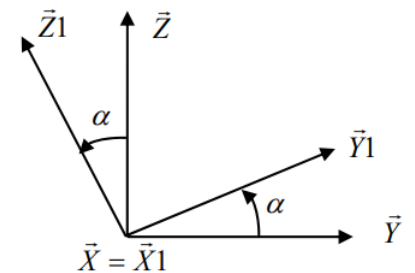
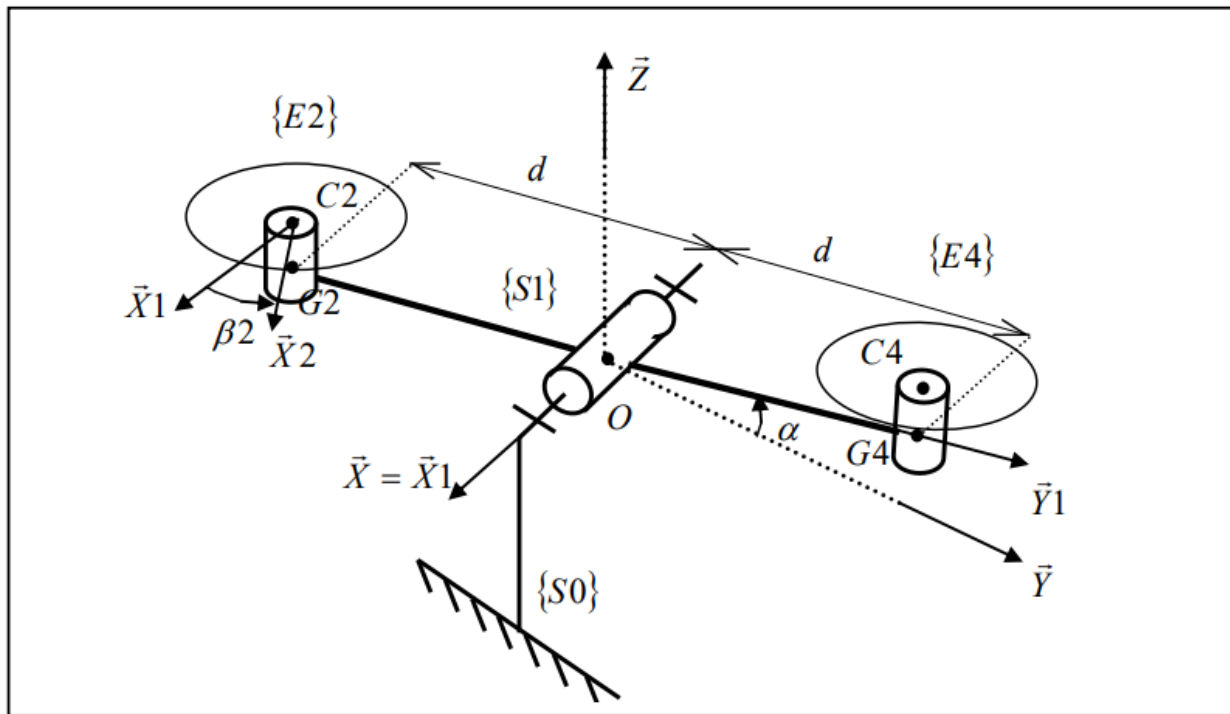
 SOLIDWORKS



Présentation du modèle



Etude dynamique



<https://www.upsti.fr>

Hypothèse : liaisons parfaites

Etude dynamique

Théorème du moment dynamique en O selon

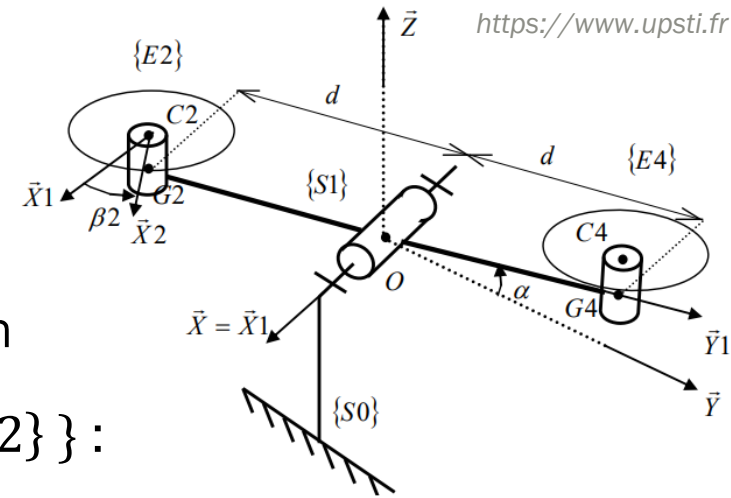
\vec{X}_1 appliqué à l'ensemble $\{ \{S1\} + \{E4\} + \{E2\} \}$:

$$\sum \overrightarrow{M^O} \cdot \vec{X}_1 = d \cdot F_d - d \cdot F_g$$

$$\delta_{O(B|R_0)} = (2(I_{xx} + md^2) + I_{S1}) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{X}_1 - I_{zz}(\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4) \dot{\alpha} \cdot \vec{Y}_1 + I_{zz}(\ddot{\beta}_2 + \ddot{\beta}_4) \cdot \vec{Z}_1$$

→

$$\ddot{\alpha} = \frac{d(F_d - F_g)}{2(I_{xx} + md^2) + I_{S1}}$$



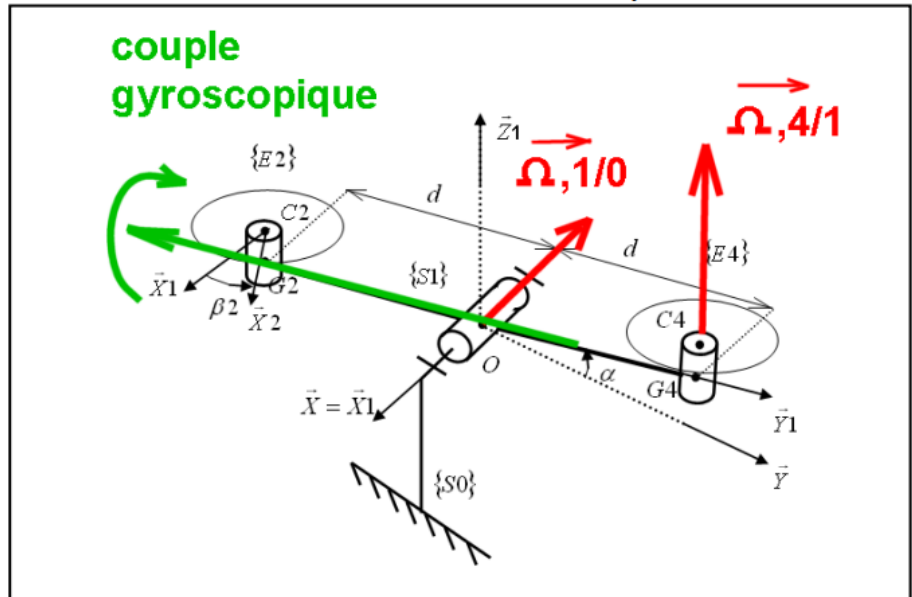
Etude dynamique

<https://www.upsti.fr>

$$R = (2(I_{xx} + m \cdot d^2) + I_{S1})\ddot{\alpha}$$

$$L = I_{zz}(\ddot{\beta}_2 + \ddot{\beta}_4)$$

$$C = -I_{zz}(\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4)\dot{\alpha}$$



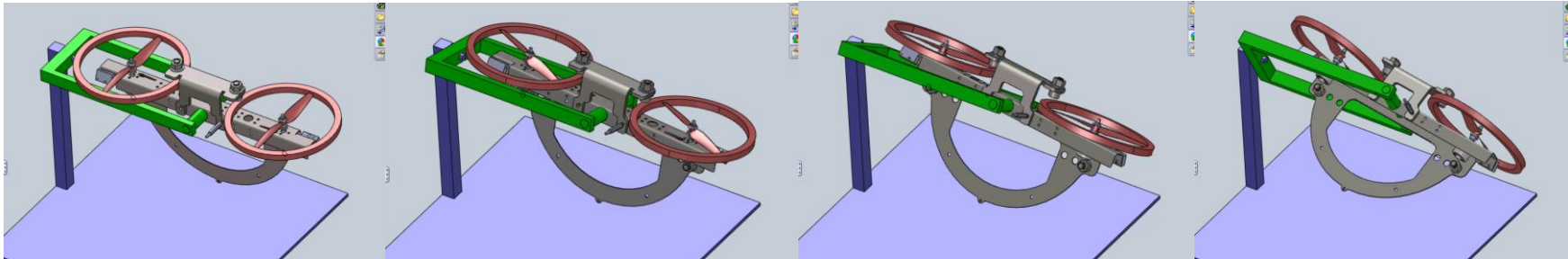
R : « moment des effets dynamiques axe de Roulis » (\vec{X}_1)

L : « moment des effets dynamiques axe de Lacet » (\vec{Z}_1)

C : « moment des effets dynamiques de Coriolis » / « couple gyroscopique » (\vec{Y}_1)

Etude dynamique

Analyse de l'influence de l'effet gyroscopique sur la stabilité :



Vitesse des moteurs : 2500 tr/min
 Vitesse de rotation du balancier : 20 tr/min
 Inertie Izz :

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)
 Pris au système de coordonnées de sortie.

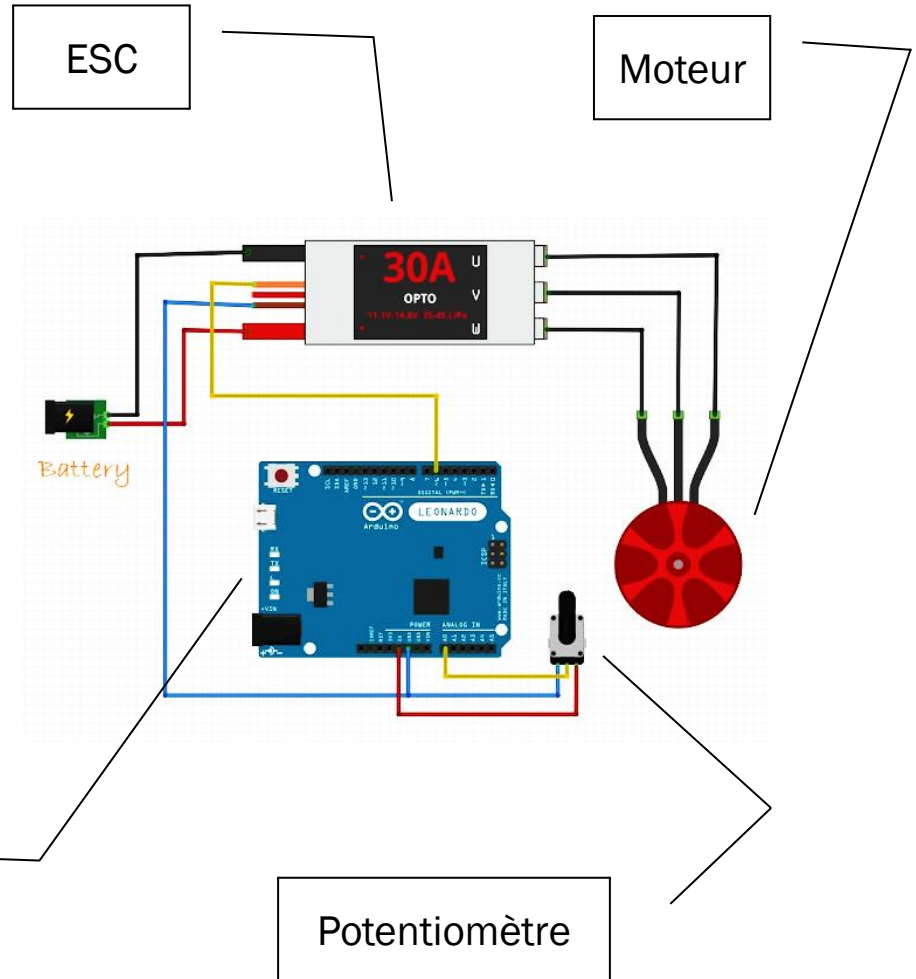
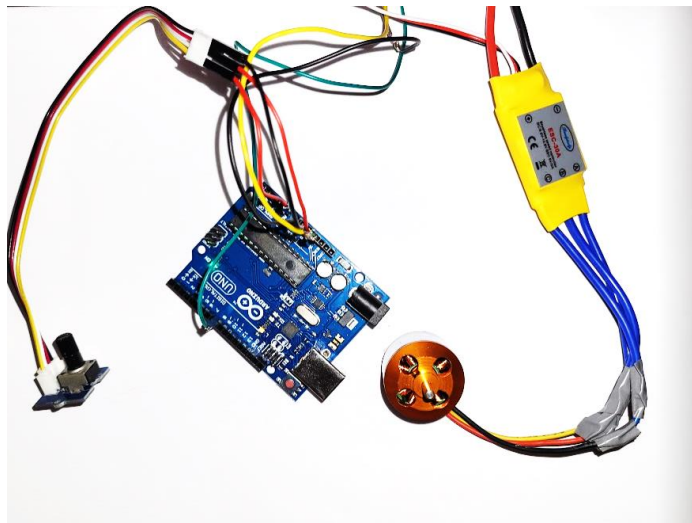
Ixx = 85127.41	Ixy = -108.37	Ixz = 0.00
Iyx = -108.37	Iyy = 86103.00	Iyz = -0.00
Izx = 0.00	Izy = -0.00	Izz = 4224.57

$$C = -I_{zz}(\dot{\beta}_2 + \dot{\beta}_4)\dot{\alpha} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

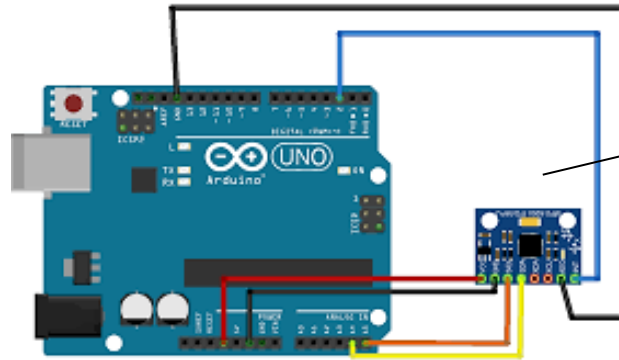
$$\overrightarrow{M_{moteurs}} \cdot \overrightarrow{X_1} = d(F_d - F_g) = 6,45 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

Couple gyroscopique
13x plus faible
 → négligeable

Asservissement et simulations



Asservissement et simulations

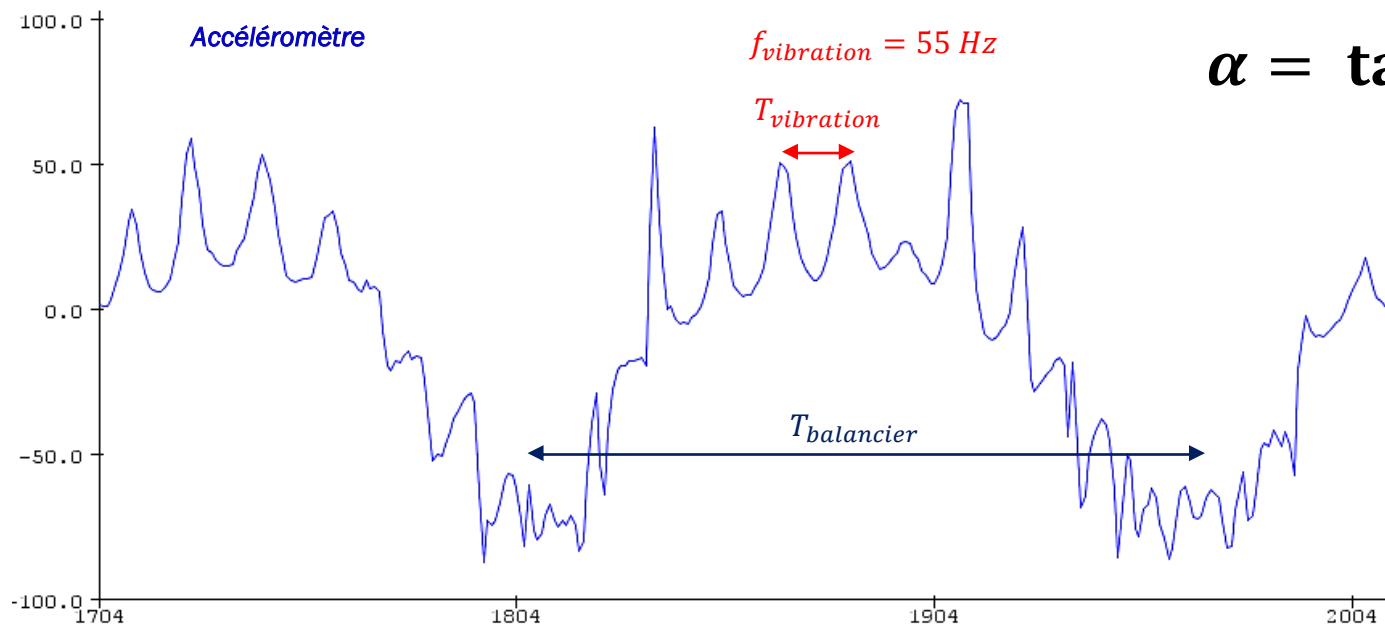


MPU6050
(Accéléromètre)

Formule d'Euler :

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{g_Y}{g_X}$$

COM3



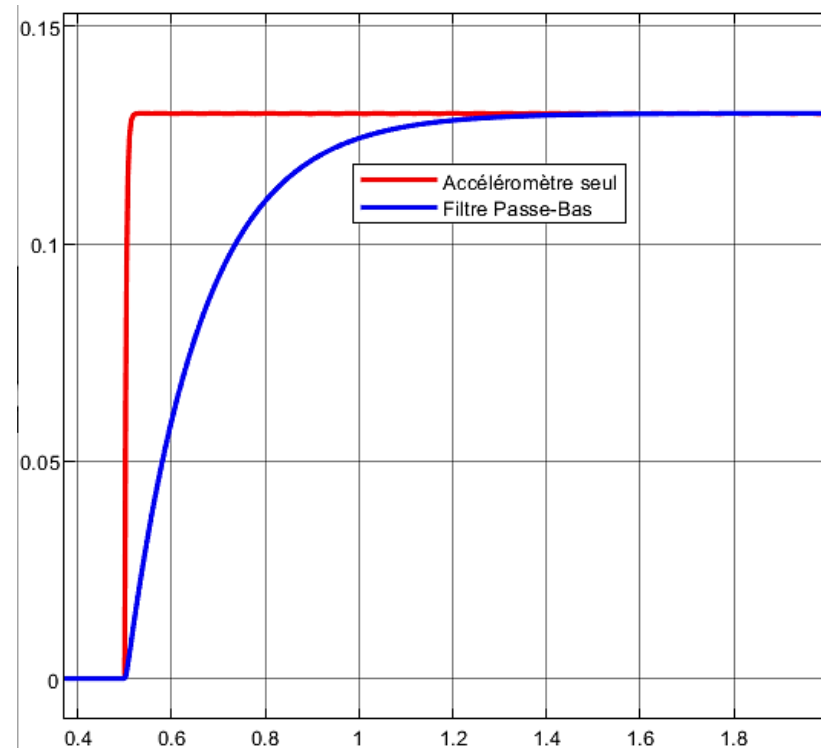
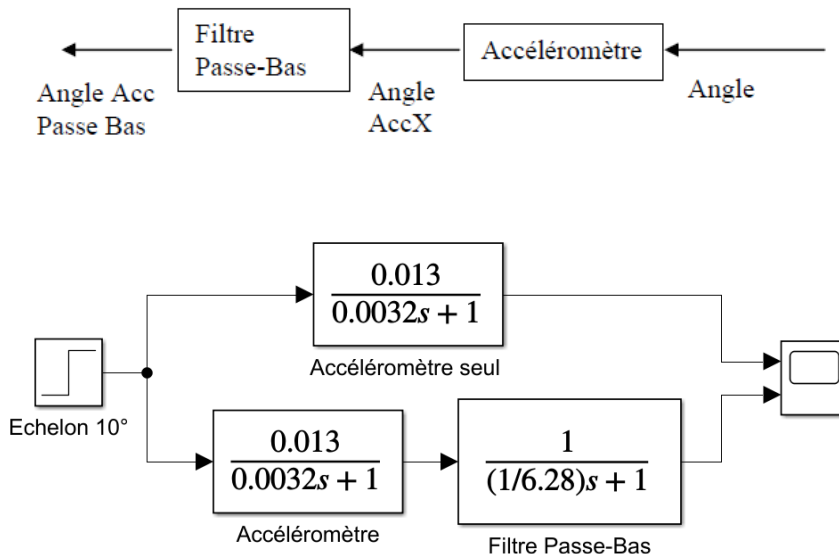
Asservissement et simulations

Accéléromètre : réponse juste mais lente

Problème : accélération/vibration du drone perçue comme une inclinaison → drone instable

Solution : filtre passe-bas

Inconvénient : $t_{r5\%}$ rallongé → perte de rapidité

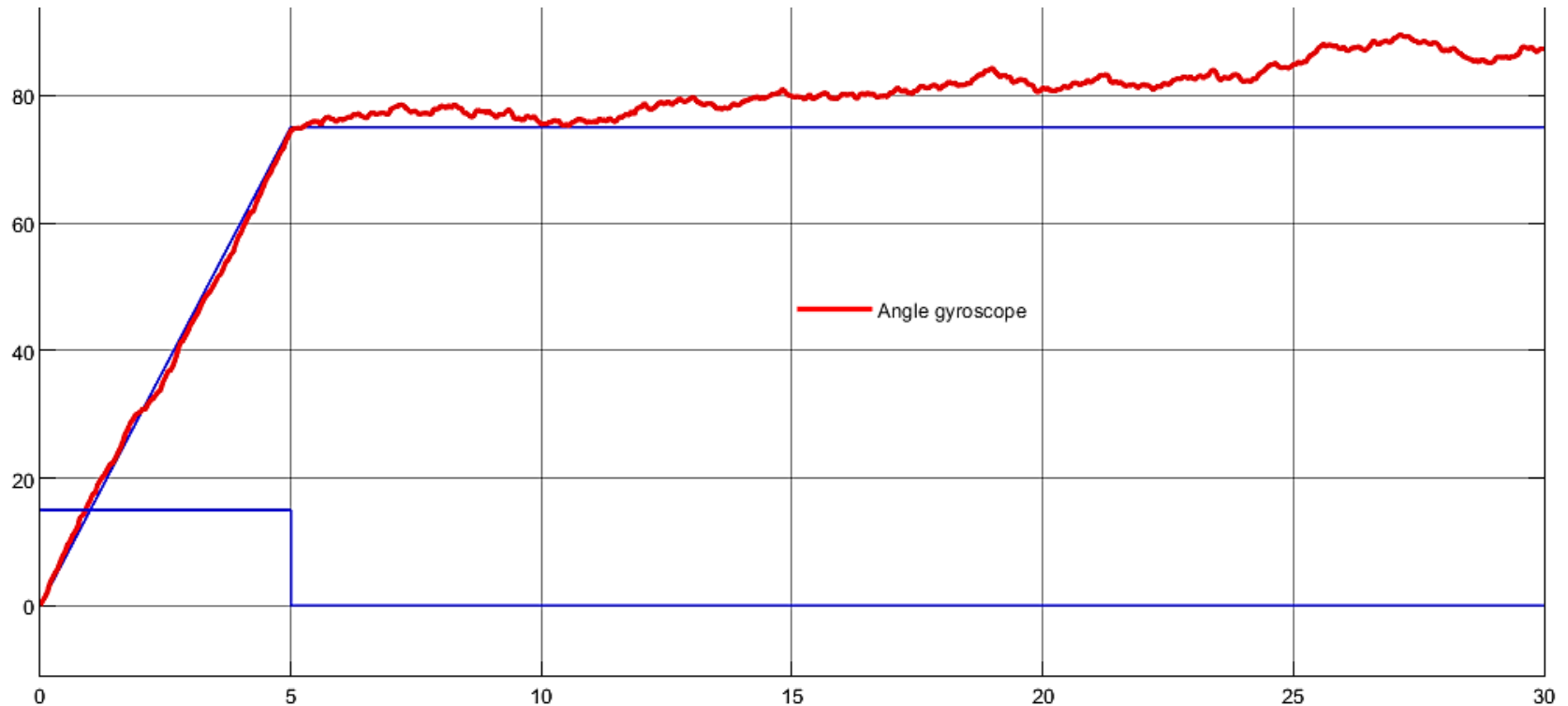


Asservissement et simulations

Gyroscope : réponse rapide

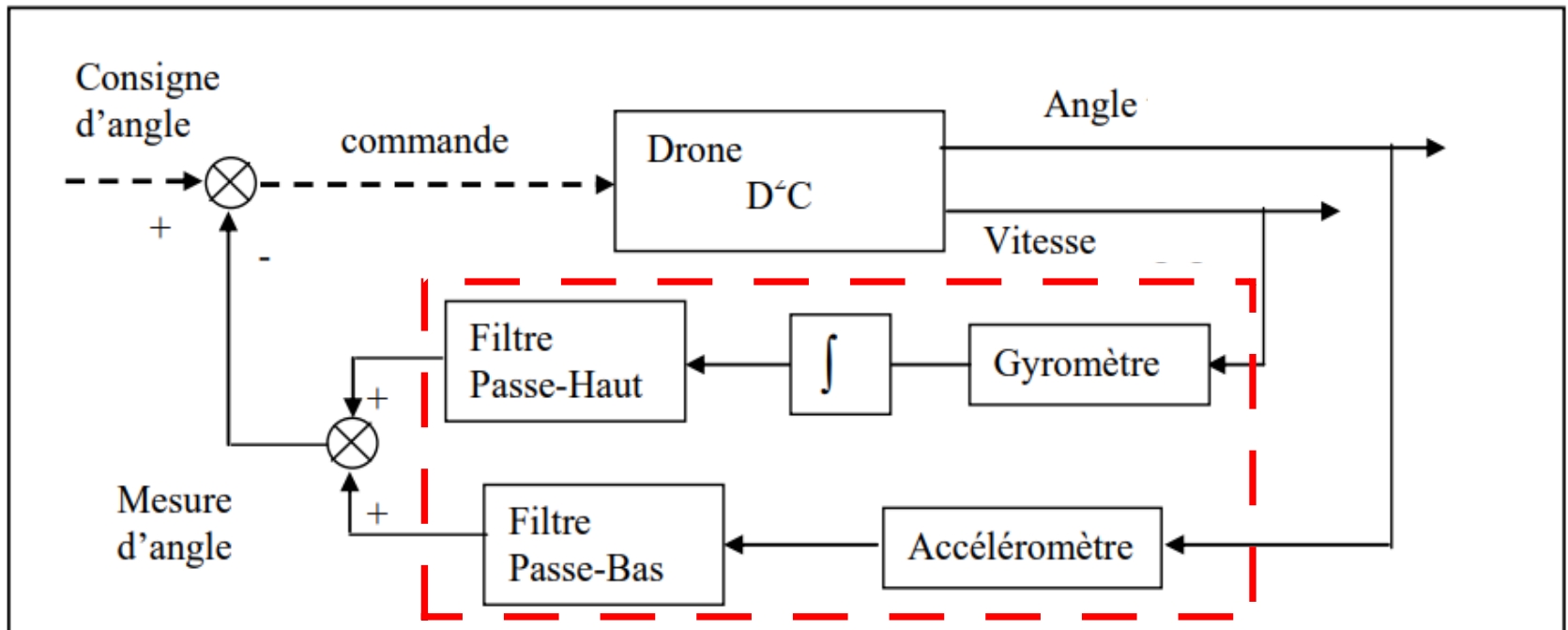
Problème : vitesse angulaire intégrée → amplification des imprécisions → dérive du gyroscope

Solution : filtre passe-haut + mise en parallèle de l'accéléromètre

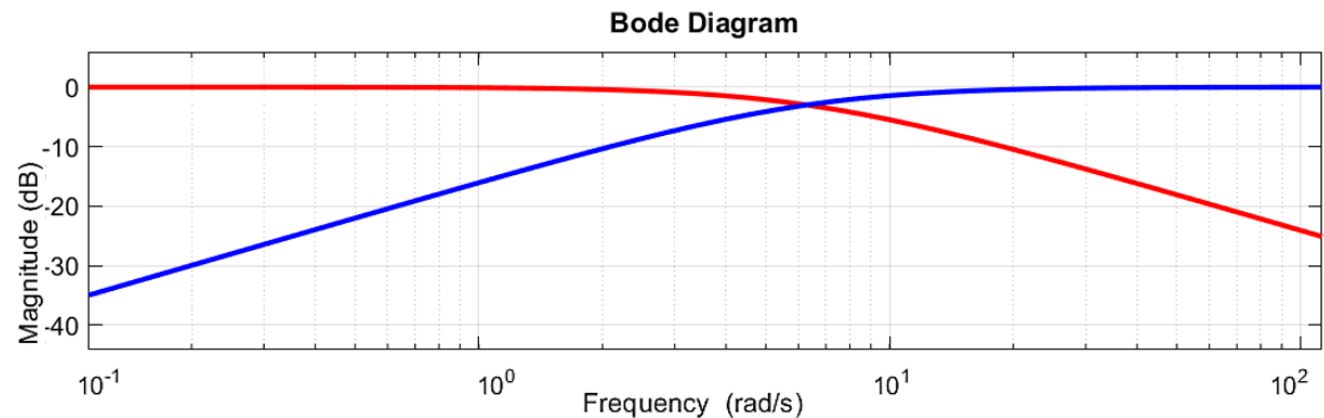


Asservissement et simulations

<https://www.upsti.fr>



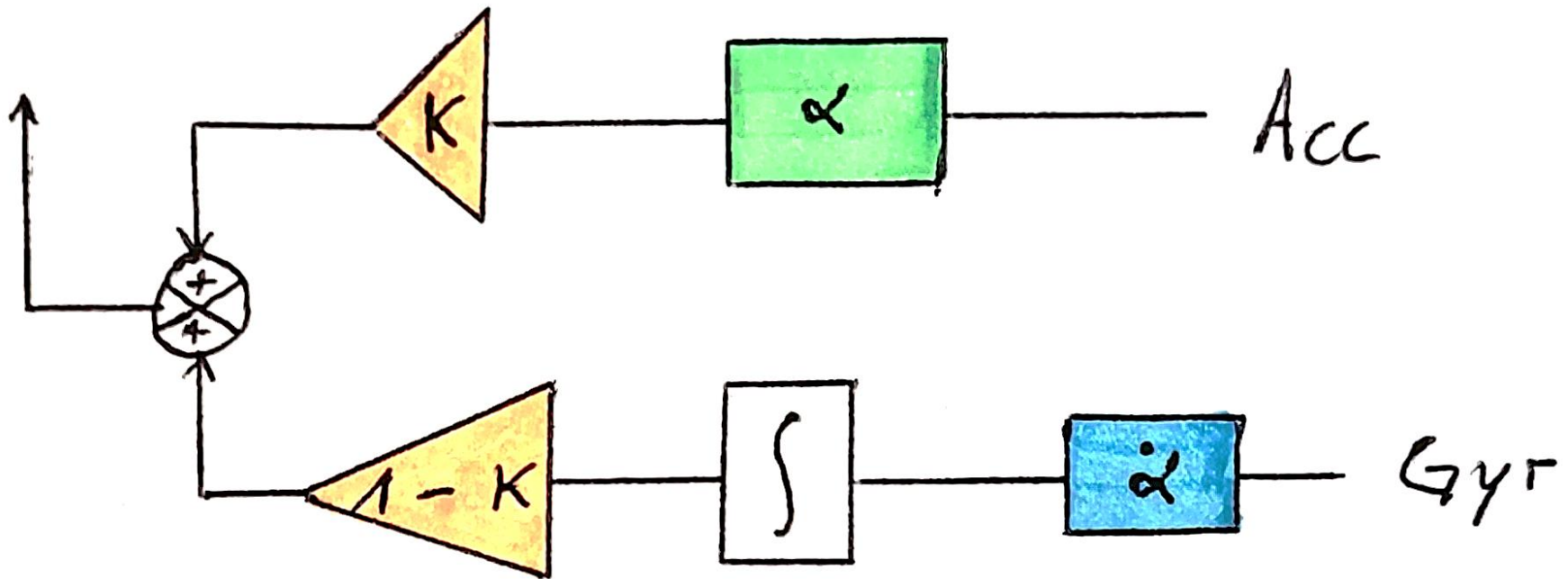
Filtre complémentaire :



Asservissement et simulations

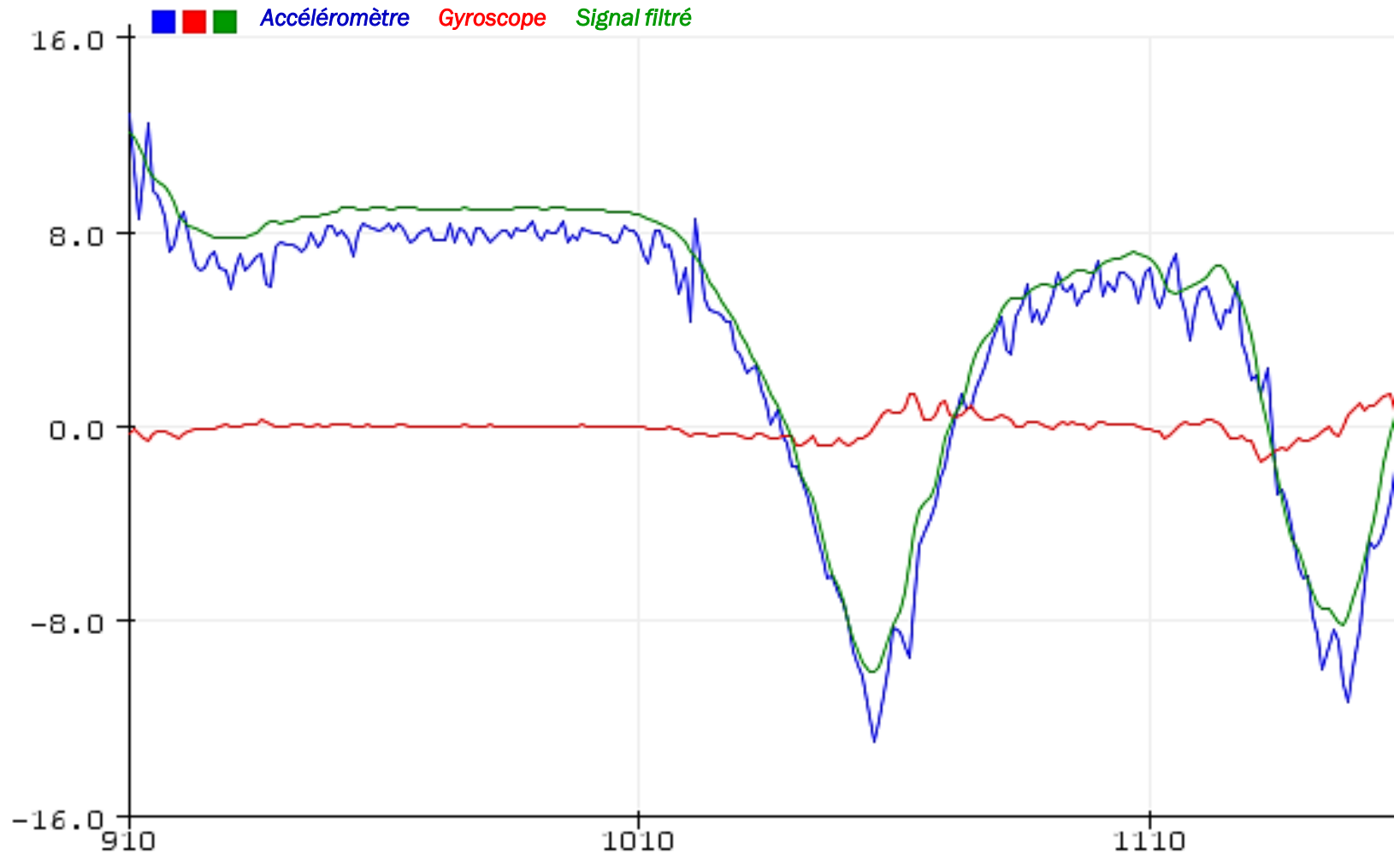
Implémentation Arduino du filtre complémentaire :

$$angle = 0.98.(angle + gyroData.\Delta t) + 0.02.accData$$



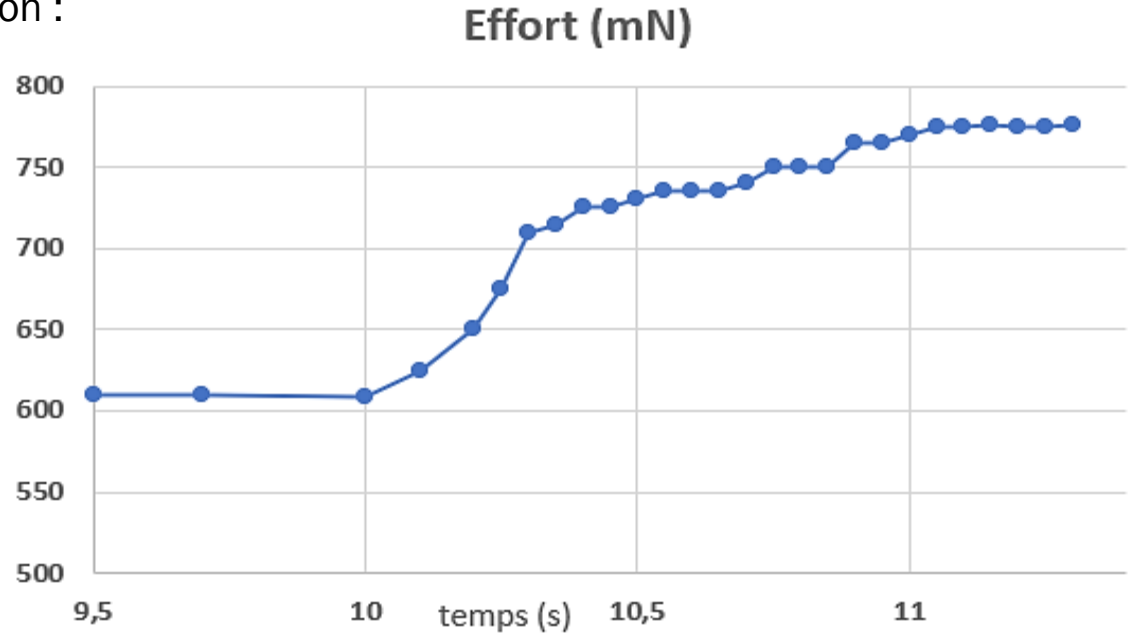
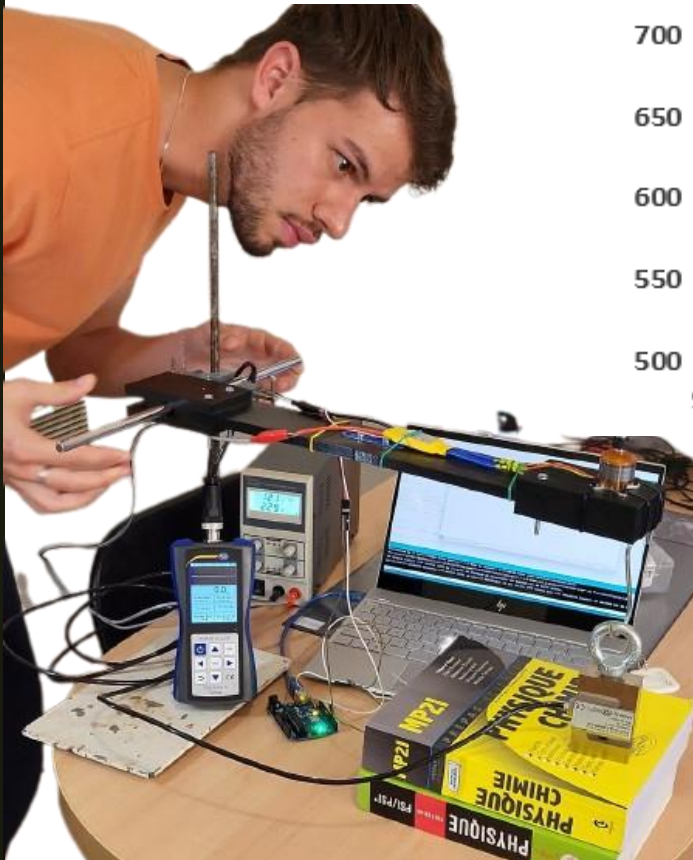
Asservissement et simulations

COM3



Asservissement et simulations

Modélisation de la motorisation :
un premier ordre

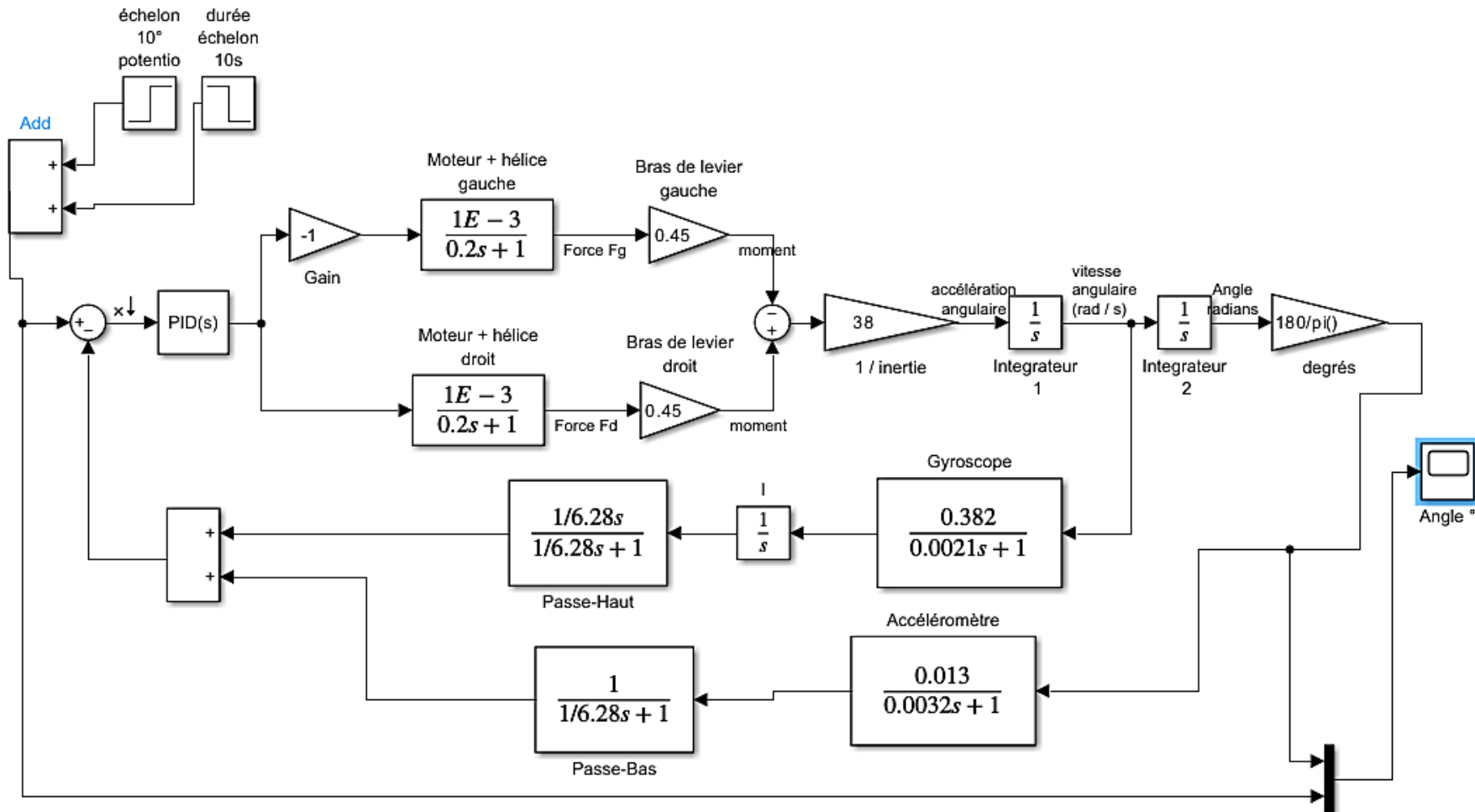


$$F_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$$

$$K_m = \frac{\Delta F}{\Delta F_c} = 1,06 \text{ mN}$$

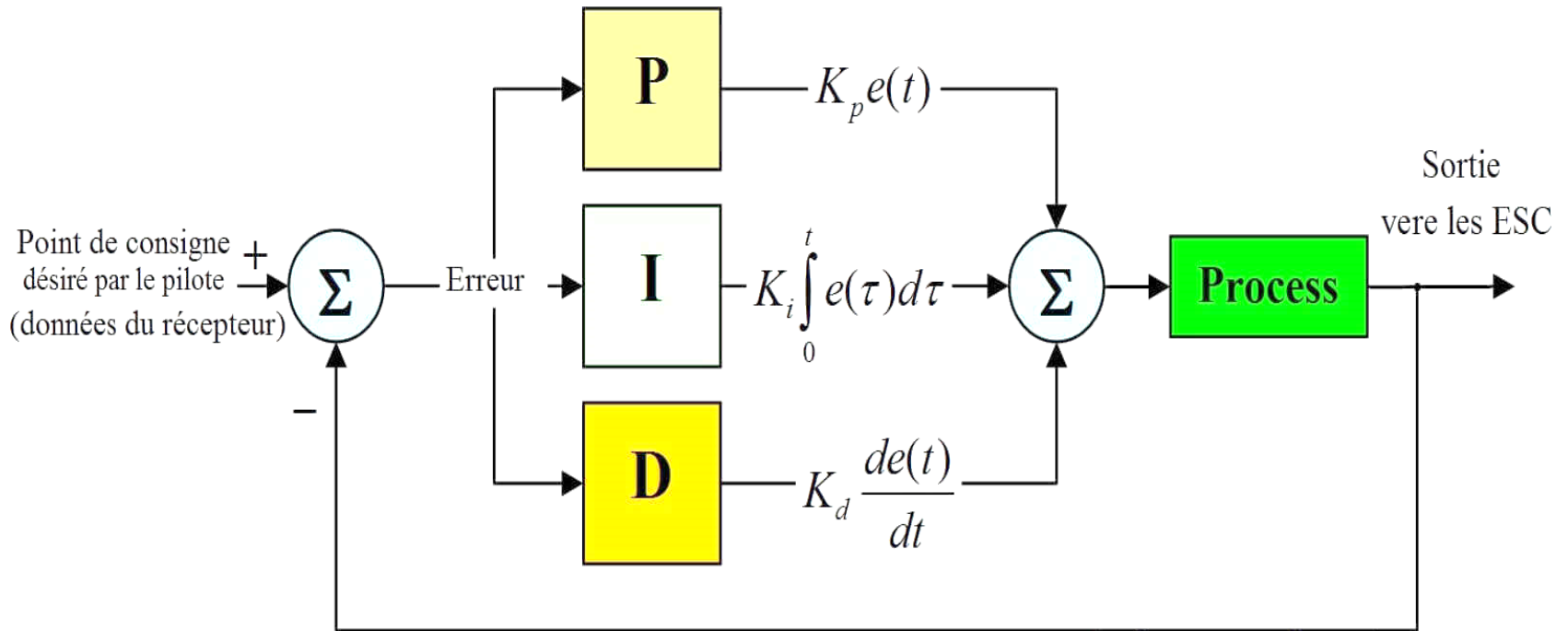
$$\tau_m = \frac{t_{r5\%}}{3} = 0,2 \text{ s}$$

Asservissement et simulations



Asservissement et simulations

Choix du correcteur : PID



<https://wikimemoires.net>

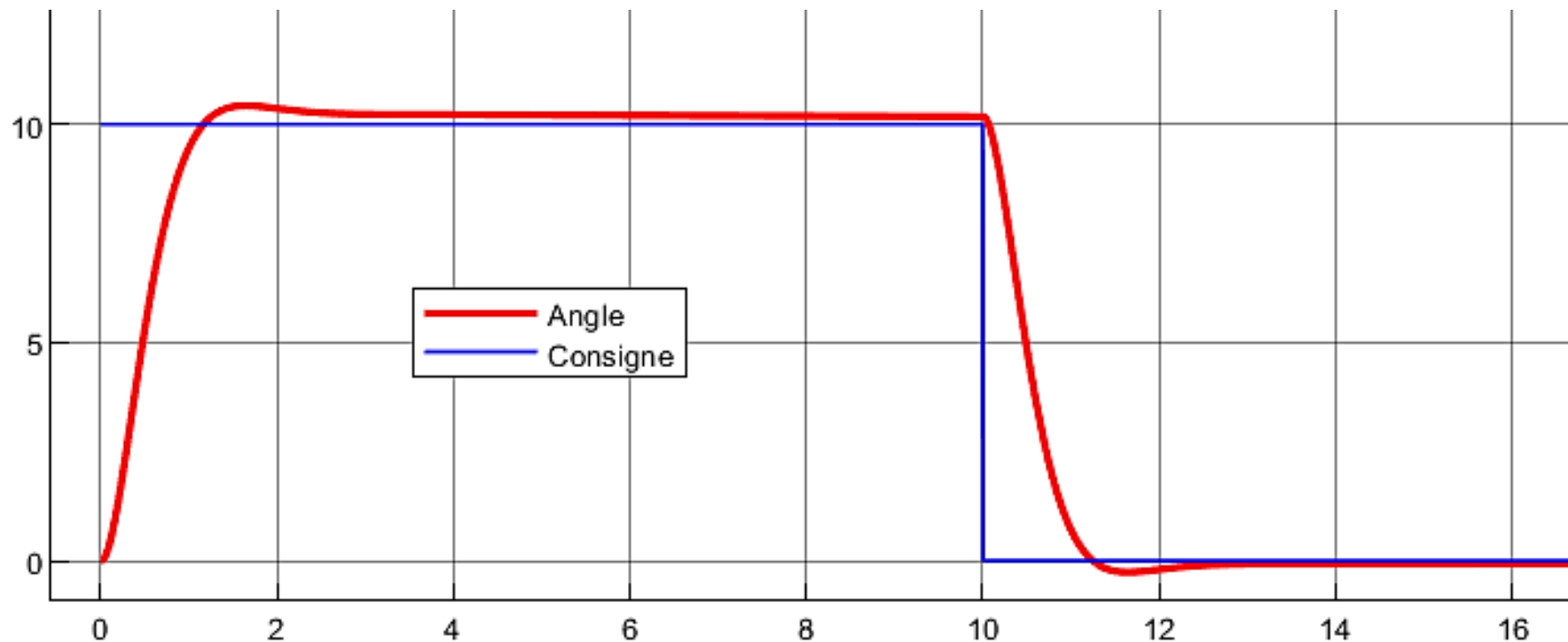
Asservissement et simulations

Détermination des constantes PID :

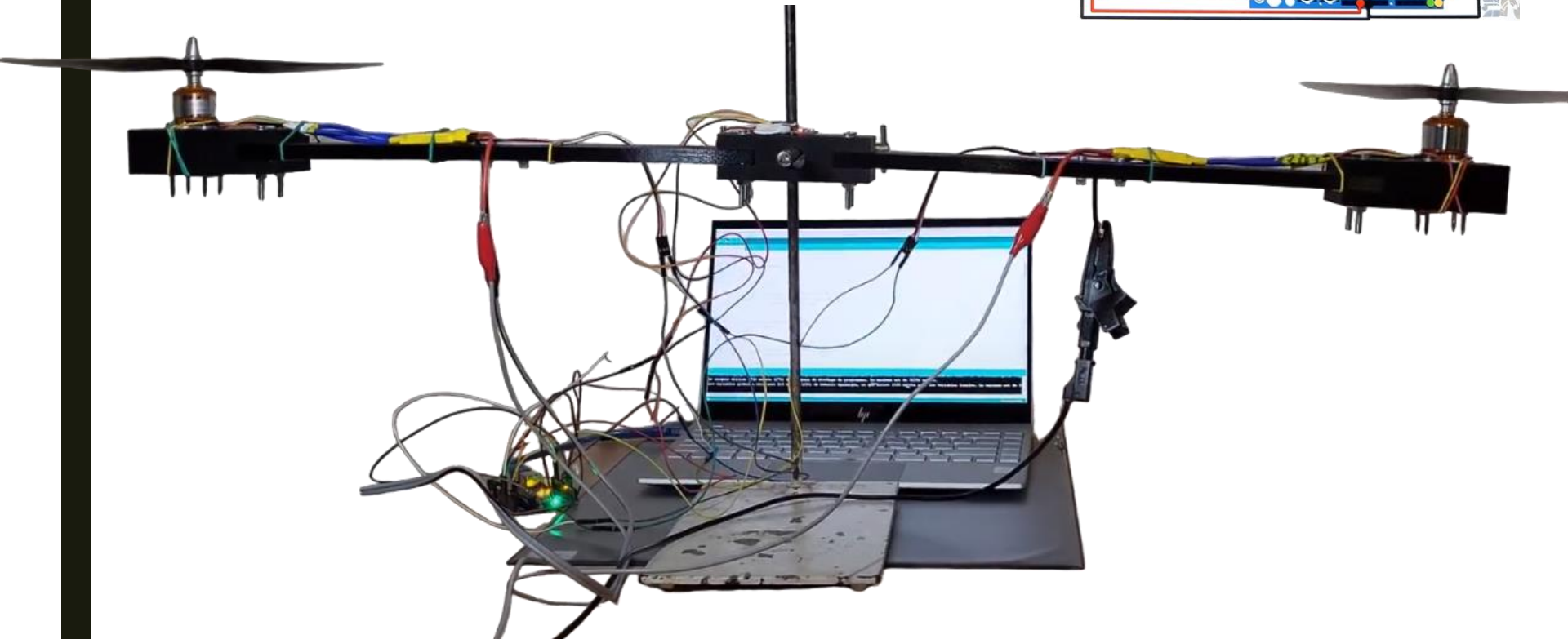
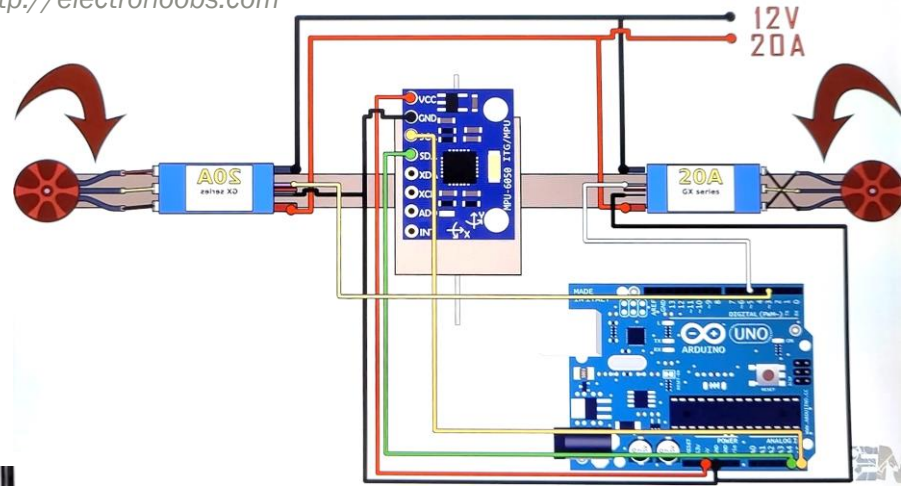
Proportional (P): 0.000270946766434292

Integral (I): 2.9372592021963e-06

Derivative (D): 0.00555324255393534



Résultats expérimentaux



Résultats expérimentaux

```
PID_balance_arduino $
```

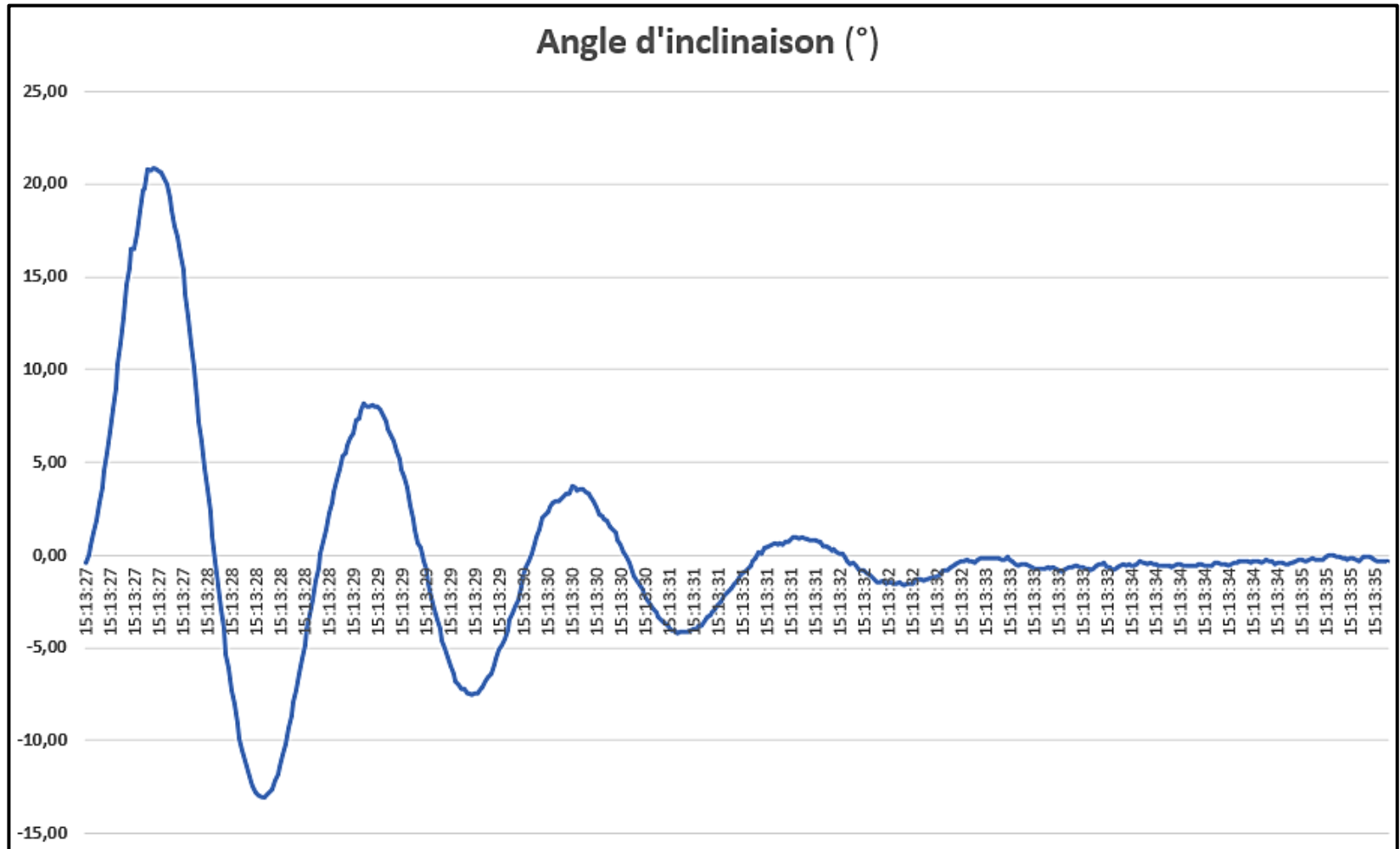
```
float pid_d=0;
//////////////////// Constantes PID //////////////////////
double kp=0.000270946766;
double ki=2.937259202e-6;
double kd=0.00555324255;
////////////////////
double throttle=1100; // Valeur initiale de poussée des moteurs
float desired_angle = 0; // Consigne de position

-----

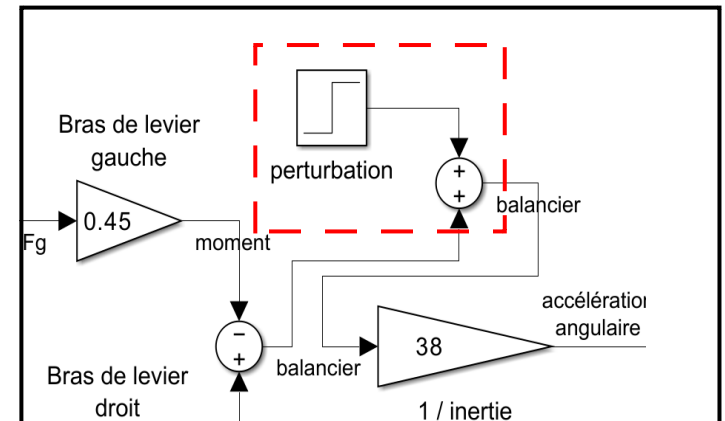
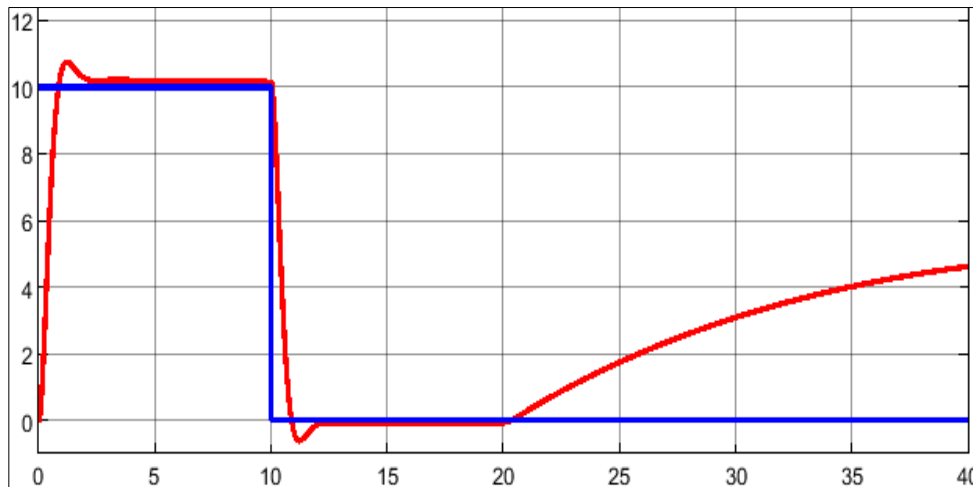
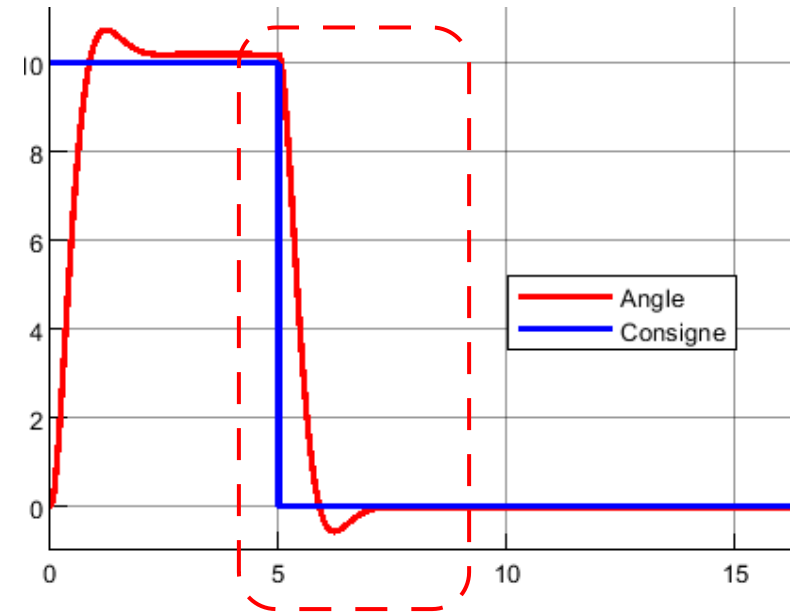
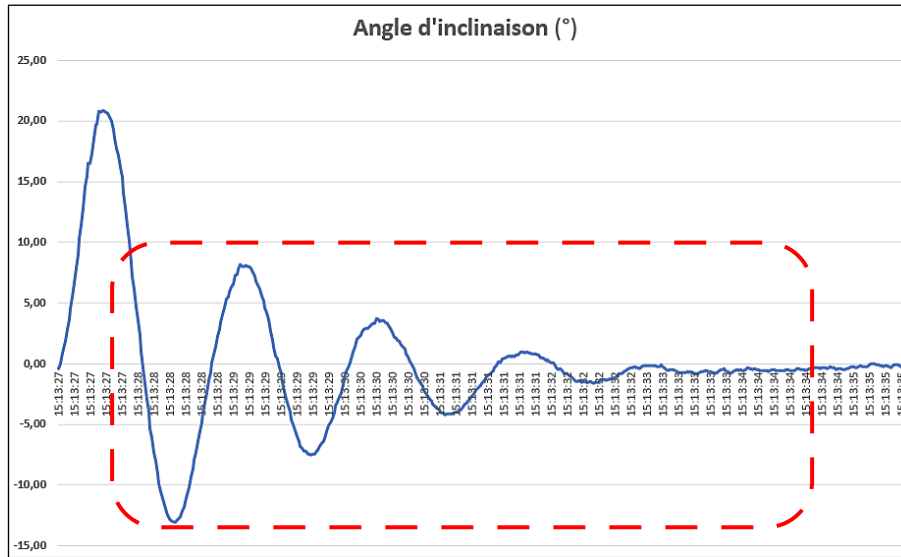
//////////////////// Filtre complémentaire //////////////////////
/*---X axis angle---*/
Total_angle[1] = 0.98 *(Total_angle[1] + Gyro_angle[1]*elapsedTime)
+ 0.02*Acceleration_angle[1];

Serial.print(("DATA,TIME,"));
Serial.println(Total_angle[1]);
//////////////////// P I D //////////////////////
error = Total_angle[1] - desired_angle; // Calcul de l'erreur
pid_p = kp*error; // Effet proportionnel
/* L'intégrale doit intervenir lorsque on est près de la consigne : |error|<3*/
if(-3 < error < 3)
{
    pid_i = pid_i+(ki*error); // Effet intégrale
}
/* On calcule la dérivée de l'erreur */
pid_d = kd*((error - previous_error)/elapsedTime); // Effet dérivée
PID = pid_p + pid_i + pid_d; // On somme les 3 pour calculer le PID
```

Résultats expérimentaux



Conclusion et perspective

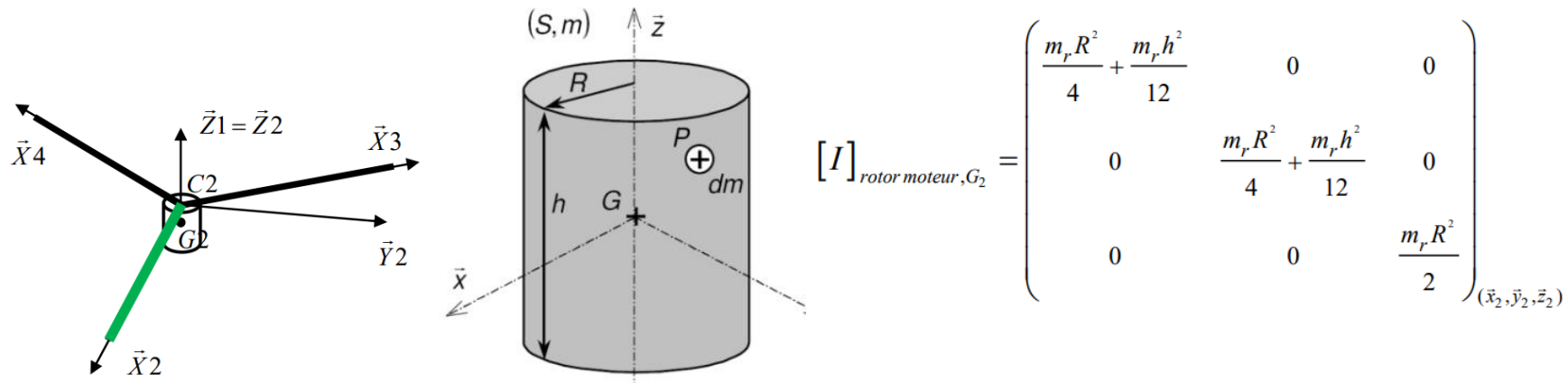




<https://dronexl.co>

MERCI

ANNEXE



$$[I]_{\text{pale2}, C_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \int x^2 . dm & 0 \\ 0 & 0 & \int x^2 . dm \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

$$\int x^2 . dm = \frac{m_p}{l} \int_0^l x^2 dx = m_p \frac{l^2}{3}$$

$$[I]_{\text{pale2}, C_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p \frac{l^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & m_p \frac{l^2}{3} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

ANNEXE

On utilise le théorème de Huygens :

$$[I]_{hélice, G2} = [I]_{hélice, C2} + [I]_{m \in C, G2}$$

cdg

$$\overrightarrow{G_2 C_2} = a \vec{Z}_1$$

$$C_h = 2m_p \frac{l^2}{3} = m_h \frac{l^2}{3}$$

Donc :

$$[I]_{hélice, G2} = \begin{pmatrix} A_h & 0 & 0 \\ 0 & B_h & 0 \\ 0 & 0 & C_h \end{pmatrix} (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1) + m_h \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$$

$$[I]_{hélice, G2} = \begin{pmatrix} A_h + m_h \cdot a^2 & 0 & 0 \\ 0 & B_h + m_h \cdot a^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_h \end{pmatrix} (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$$

$$[I]_{\{E2\}, G2} = [I]_{rotor\ moteur, G2} + [I]_{hélice, G2}$$

$$[I]_{\{E2\}, G2} = \begin{pmatrix} \frac{m_r R^2}{4} + \frac{m_r h^2}{12} + A_h + m_h \cdot a^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_r R^2}{4} + \frac{m_r h^2}{12} + B_h + m_h \cdot a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_r R^2}{2} + C_h \end{pmatrix} (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$$

ANNEXE

$$[I]_{\{E2\},G2} = [I]_{\text{rotor moteur},G2} + [I]_{\text{hélice},G2}$$

$$[I]_{\{E2\},G2} = \begin{pmatrix} \frac{m_r R^2}{4} + \frac{m_r h^2}{12} + A_h + m_h a^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_r R^2}{4} + \frac{m_r h^2}{12} + B_h + m_h a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_r R^2}{2} + C_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$

$$[I]_{\{S1\},O} = \begin{pmatrix} \frac{m_{S1}}{12} ((2d)^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{S1} & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 260.10^{-4} \text{ kg.m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

ANNEXE

$$\overrightarrow{OG_2} = -d \cdot \vec{Y}_1 \text{ par } \overrightarrow{OG_4} = +d \cdot \vec{Y}_1 ; \text{ et } \beta_2 \text{ par } \beta_4$$

$$\vec{\sigma}_{G_2(E_2/R_0)} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ \dot{\beta}_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} = \begin{pmatrix} I_{xx} \cdot \dot{\alpha} \\ 0 \\ I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

$$\vec{\delta}_{G_2(E_2/R_0)} = \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}_{G_2(E_2/R_0)})_0 = I_{xx} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{X}_1 + I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_2 \cdot \vec{Z}_1 - I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{Y}_1$$

$$\vec{\delta}_{O(E_2/R_0)} = \vec{\delta}_{G_2(E_2/R_0)} + \overrightarrow{OG_2} \wedge m \cdot \vec{\Gamma}_{E_2/R_0}^{G_2} \text{ avec } \vec{V}_{E_2/R_0}^{G_2} = -d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{Z}_1 \text{ et}$$

$$\vec{\Gamma}_{E_2/R_0}^{G_2} = -d \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{Z}_1 + d \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{Y}_1$$

$$\text{On trouve : } \boxed{\vec{\delta}_{O(E_2/R_0)} = (I_{xx} + m \cdot d^2) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - I_{zz} \cdot \dot{\beta}_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_2 \cdot \vec{z}_1}$$

$$\vec{\delta}_{O(E_4/R_0)} = (I_{xx} + m \cdot d^2) \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 - I_{zz} \cdot \dot{\beta}_4 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + I_{zz} \cdot \ddot{\beta}_4 \cdot \vec{z}_1$$

{ S1 } est un solide en rotation autour de l'axe $(O\vec{X}_1)$ fixe ; donc :

$$\boxed{\vec{\delta}_{O(S1/R_0)} = I_{S1} \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{x}_1}$$

ANNEXE

Calibration de l'ESC

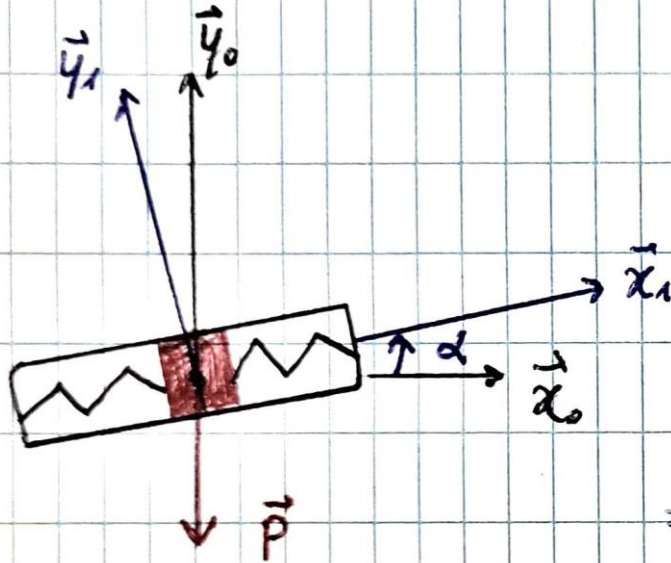
```
#include<Servo.h>
Servo esc; //Création d'une classe servo avec le nom esc

void setup()
{
  esc.attach(8); // ESC connecté sur PIN8 de Arduino
  esc.writeMicroseconds(1000); //initialiser le signal à 1000 (= 0 tr/min)
  Serial.begin(9600);
}

void loop()
{
  int val; //Création d'une variable val
  val= analogRead(A0); // val = Valeur du potentiomètre connecté sur PIN A0
  val= map(val, 0, 1023,1000,2000); // val est comprise entre 0 et 1023,
                                   // nous convertissons cette plage
                                   // entre 1000 et 2000 pour l'ESC
  esc.writeMicroseconds(val); //envoi de val comme signal à ESC
}
```

ANNEXE

Formule d'Euler :



$$\text{On a } \vec{P} = \vec{P}_{x_1} + \vec{P}_{y_1}$$

$$P_{x_1} = mg_x = mg \cos \alpha$$

$$P_{y_1} = mg_y = mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} g \sin \alpha &= g_y \\ g \cos \alpha &= g_x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \frac{g_y}{g_x}$$

ANNEXE

Lecture de l'angle α avec MPU-6050

```
#include<Wire.h>

const int MPU_addr=0x68;
int16_t AcX,AcY,AcZ,Tmp,GyX,GyY,GyZ; //déclarations des variables :
int minVal=265;                      //accéléromètre, température et gyroscope
int maxVal=402;
double x; //double : équivalent à float
double y;
double z;
double r;

void setup() {
    Wire.begin(); //initialise la bibliothèque Wire
    Wire.beginTransmission(MPU_addr); //on spécifie l'adresse
    Wire.write(0x6B);
    Wire.write(0); // initialise à 0 (réveille la MPU6050)
    Wire.endTransmission(true);
    Serial.begin(9600); //moniteur série
}
```



```

void loop() {
    Wire.beginTransaction(MPU_addr); //connexion a MPU-6050
    Wire.write(0x3B);
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU_addr,14,true);
    AcX=Wire.read()<<8|Wire.read();
    AcY=Wire.read()<<8|Wire.read();
    AcZ=Wire.read()<<8|Wire.read();
    int xAng = map(AcX,minVal,maxVal,-90,90);
    int yAng = map(AcY,minVal,maxVal,-90,90);
    int zAng = map(AcZ,minVal,maxVal,-90,90);

    x= RAD_TO_DEG * (atan2(-yAng, -zAng));
    if (x<0){
        r=x+ 180;    //angles compris entre
    } else{          // -180° et 180°
        r=x-180;
    }

    Serial.print("AngleX= ");
    Serial.println(r);

    delay(100);    // à diminuer pour plus de précision
}

```

ANNEXE

Filtre complémentaire :

$$\begin{aligned}\alpha &= H_{pbas}(p) \cdot \alpha_{acc} + H_{phaut}(p) \cdot \alpha_{gyr} \\ &= \frac{1}{1 + T_C \cdot p} \cdot \alpha_{acc} + \frac{T_C \cdot p}{1 + T_C \cdot p} \cdot \alpha_{gyr} \\ &= \frac{1}{1 + T_C \cdot p} \cdot \alpha_{acc} + \frac{T_C \cdot p}{1 + T_C \cdot p} \cdot \frac{1}{p} \cdot \omega_{gyr}\end{aligned}$$

$$K = \frac{T_S}{T_C + T_S}$$

$$\Leftrightarrow (1 + T_C \cdot p) \cdot \alpha = \alpha_{acc} + T_C \omega_{gyr}$$

$$\Leftrightarrow \alpha(t) + T_C \frac{d\alpha(t)}{dt} = \alpha_{acc}(t) + T_C \omega_{gyr}(t)$$

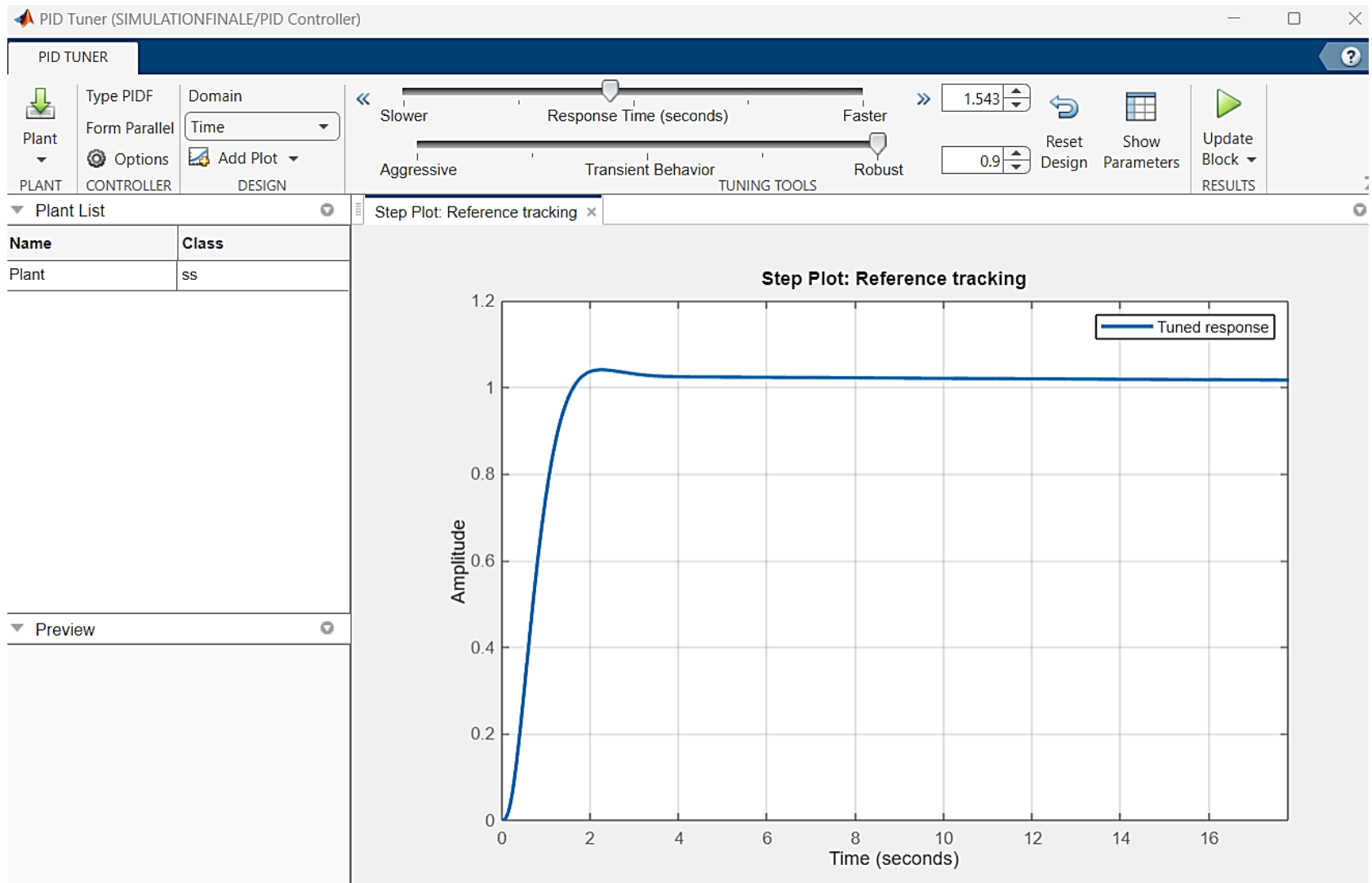
$$\begin{aligned}T_C &= \frac{1}{6,28} \text{ s} \\ T_S &= 0,0032\end{aligned}$$

$$\rightarrow \alpha(n) + T_C \frac{\alpha(n) - \alpha(n-1)}{T_S} = \alpha_{acc}(n) + T_C \omega_{gyr}(n)$$

$$\rightarrow \alpha(n) = \frac{T_C}{T_C + T_S} \alpha(n-1) + \frac{T_S}{T_C + T_S} \alpha_{acc}(n) + \frac{T_C \cdot T_S}{T_C + T_S} \omega_{gyr}(n)$$

$$\rightarrow \alpha(n) = (1 - K) \cdot [\alpha(n-1) + T_S \omega_{gyr}(n)] + K \cdot \alpha_{acc}(n)$$

ANNEXE



ANNEXE

PID_balance_arduino

```
#include <Wire.h>
#include <Servo.h>
Servo right_prop;
Servo left_prop;
/* La MPU6050 fournit des données en 16 bits donc on crée des variables 16 int */
int16_t Acc_rawX, Acc_rawY, Acc_rawZ, Gyr_rawX, Gyr_rawY, Gyr_rawZ;
/* Création des variables nécessaires */
float Acceleration_angle[2];
float Gyro_angle[2];
float Total_angle[2];
float elapsedTime, time, timePrev;
int i;
float rad_to_deg = 180/3.141592654;
float PID, pwmLeft, pwmRight, error, previous_error;
float pid_p=0;
float pid_i=0;
float pid_d=0;

////////////////////// Constantes PID ////////////////////////
double kp=0.000270946766;
double ki=2.937259202e-6;
double kd=0.00555324255;
//////////////////////
```

```
double throttle=1100; // Valeur initiale de poussée des moteurs
float desired_angle = 0; // Consigne de position

void setup() {
    Wire.begin();
    Wire.beginTransmission(0x68); // Connexion à MPU6050
    Wire.write(0x6B);
    Wire.write(0);
    Wire.endTransmission(true);
    Serial.begin(9600);
    Serial.println(F("CLEARDATA"));
    Serial.println(F("LABEL, Temps, Angle"));

    right_prop.attach(3); // Moteur droit connecté au PIN3
    left_prop.attach(5);  // Moteur gauche connecté au PIN5

    time = millis();
    /*On établit la connexion avec les ESC*/
    left_prop.writeMicroseconds(1000);
    right_prop.writeMicroseconds(1000);
    delay(7000);
}
```

```

void loop() {
    timePrev = time; // Temps précédent enregistré
    time = millis(); // Lecture du temps actuel
    elapsedTime = (time - timePrev) / 1000; // Calcul de dt en secondes

    ////////////////////////////////// Calcul de l'inclinaison //////////////////////////////////

    Wire.beginTransmission(0x68); // Connexion à l'accéléromètre
    Wire.write(0x3B); //Ask for the 0x3B register- correspond to AcX
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(0x68, 6, true);
    Acc_rawX=Wire.read()<<8|Wire.read(); //each value needs two registres
    Acc_rawY=Wire.read()<<8|Wire.read();
    Acc_rawZ=Wire.read()<<8|Wire.read();

    /*/// On va calculer les angles grâce aux équations d'Euler///*/
    /* Pour obtenir les valeurs de l'accélération dans l'unité de "g"
    il faut diviser les valeurs lues de la MPU6050 par 16384 d'après la fiche technique.
    Puis on convertit les rad en degré.
    On applique les formules d'Euler*/
    /*---X---*/
    Acceleration_angle[0] = atan((Acc_rawY/16384.0)/sqrt(pow((Acc_rawX/16384.0),2)
    + pow((Acc_rawZ/16384.0),2)))*rad_to_deg;
    ..
    ..

```

```

/*---Y---*/
Acceleration_angle[1] = atan(-1*(Acc_rawX/16384.0)/sqrt(pow((Acc_rawY/16384.0),2)
+ pow((Acc_rawZ/16384.0),2)))*rad_to_deg;

Wire.beginTransmission(0x68); // Connexion au gyroscope
Wire.write(0x43);
Wire.endTransmission(false);
Wire.requestFrom(0x68,4,true);
Gyr_rawX=Wire.read()<<8|Wire.read();
Gyr_rawY=Wire.read()<<8|Wire.read();

/*Pour obtenir les valeurs du gyroscope en deg/s
il faut les diviser par 131 d'après la fiche technique*/
/*---X---*/
Gyro_angle[0] = Gyr_rawX/131.0;
/*---Y---*/
Gyro_angle[1] = Gyr_rawY/131.0;

////////// Filtre complémentaire //////////
/*---X axis angle---*/
Total_angle[1] = 0.98 *(Total_angle[1] + Gyro_angle[1]*elapsedTime)
+ 0.02*Acceleration_angle[1];

```

```

    Serial.print(("DATA,TIME,"));
    Serial.println(Total_angle[1]);

    ////////////////////////////////// P I D //////////////////////////////////

    error = Total_angle[1] - desired_angle; // Calcul de l'erreur

    pid_p = kp*error; // Effet proportionnel

    /* L'intégrale doit intervenir lorsque on est près de la consigne : |error|<3*/
    if(-3 <error <3)
    {
        pid_i = pid_i+(ki*error); // Effet intégrale
    }

    /* On calcule la dérivée de l'erreur */
    pid_d = kd*((error - previous_error)/elapsedTime); // Effet dérivée

    PID = pid_p + pid_i + pid_d; // On somme les 3 pour calculer le PID

    /*Les valeurs min et max des ESC sont 1000 et 2000
    donc PID varie de -1000 à 1000 (car si on est à 2000 on enlève au max 1000) */
    if(PID < -1000)

```



```

{
    PID=-1000;
}
if(PID > 1000)
{
    PID=1000;
}

/*On ajoute le PID à la poussée*/
pwmLeft = throttle + PID;
pwmRight = throttle - PID;

if(pwmRight < 1000)
{
    pwmRight= 1000;
}
if(pwmRight > 2000)
{
    pwmRight=2000;
}
if(pwmLeft < 1000)
{
    {
        pwmLeft= 1000;
    }
    if(pwmLeft > 2000)
    {
        pwmLeft=2000;
    }

    left_prop.writeMicroseconds(pwmLeft); // On envoie le signal aux moteurs
    right_prop.writeMicroseconds(pwmRight);
    previous_error = error;
}

```