# Integração - Correção da APIV

*Prof*$^a$ *Dr.*$^a$ **Jussara Maria Marins**

## 1 Uma Pausa para Meditação/ Humor

Em primeiro lugar registro com **satisfação** que a maioria dos alunos enviou um só arquivo, conforme as especificações. Noto, também, que quando se trata de entregar um trabalho, mesmo que parcial, como no nosso caso, em sala de aula presencial, os alunos entragam os trabalhos, com capas plásticas, ou grampeados, de modo extremamente profissional, como diria o Calvin!


Porém, não percebo o mesmo cuidado, quando se trata dos trabalhos de algumas turmas *online*. Sugiro, fortemente, que além do formato, procedam com cuidado, na execução do conteúdo, tenham uma atitude já adulta e profissional. Não entreguem nossos trabalhos, em folhas amassadas, com fundos caseiros, (algumas colchas de crochê são muito bonitas) em folhas onde se faz um rascunho, ou pedaços de papel onde se deixa bilhetes, etc. **Usem papel branco A4, com ou sem linhas, com caneta azul ou preta**, ou mesmo grafite, mas que não seja 0.5h ou similar. Quanto mais claro, nítido e bem apresentado o trabalho, melhor vocês se preparam para o mercado de trabalho, que cada vez mais, é extremamente competitivo.

## 2 A Função

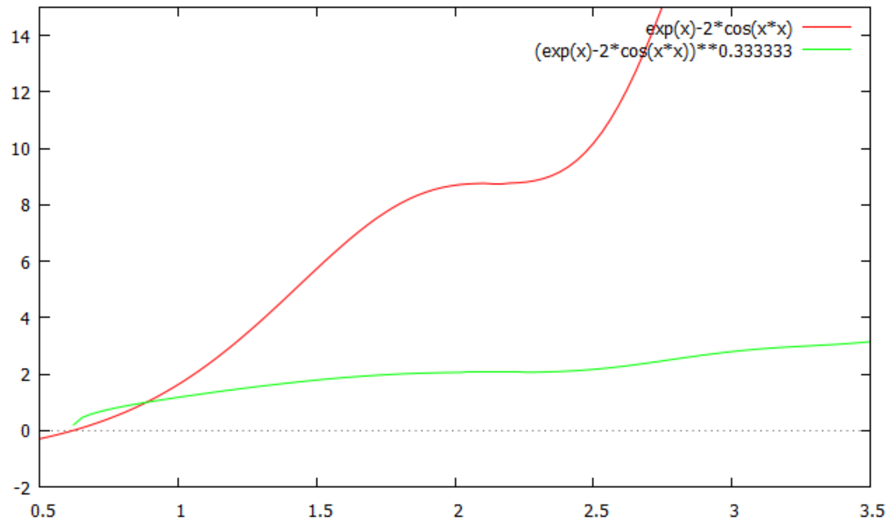
A função a ser integrada é uma função de uma só variável $x$ [1] envolve uma função trigonométrica, uma exponencial e uma raiz cúbica. Para trabalharmos com as funções trigonométricas, onde envolveremos gráficos e medidas, devemos uniformizar, e usar radianos como medida angular. Note que alguns alunos, tiveram o cuidado de ajustar as medidas de trabalho, inclusive São famosos os casos de erros catastróficos, por não se ter o devido cuidado com medidas. No trabalho também houve algumas catástrofes, pois isso muda a nota, evidentemente. Não era necessário fazer o gráfico, mas sempre ajuda!

Quem entregou tudo certo e com o formato certo já teve sua nota lançada. Quem entregou fora do formato, a nota foi reduzida, só um pouco, dessa vez, conforme a qualidade do material entregue.

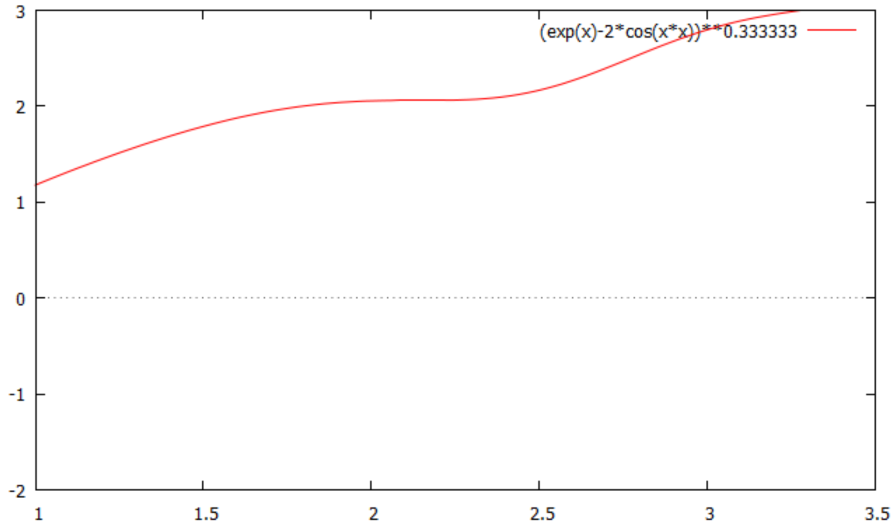
$$f(x) = \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)}$$

[1] Lembrar que a função da APV, envolve duas variáveis, $x$ e $y$.

O gráfico, a seguir mostra a raiz cúbica e o radicando.




O aplicativo *gnuplot* usado é um software livre do projeto gnu. Existem outros. Olhando com mais detalhe só a função a ser integrada, temos uma idéia melhor dos seus valores. O gráfico, a seguir, mostra só a função.




## 3 Cálculos e Fórmulas

Em primeiro lugar determinar as fórmulas corretas, tanto para $f(x)$ como para a integral

$$f(x) = \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)}$$

- **Método dos Trapézios com n=4.**

  A fórmula *simples*, sem subdivisão do intervalo $[a, b]$ usa apenas 2 pontos, pois a aproximação é linear. A fórmula **composta** subdivide o intevalo $[a, b]$ em $n$ subintervalos, com

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\int_1^3 f(x) \simeq \frac{h}{2}[f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + 2f(x_4) + f(x_5)]$$

Sendo que: $x_1 = a$, a extremidade inicial do intervalo e consequentemente, $x_5 = b$, extremidade final do mesmo intervalo. **Atenção neste ponto**.

Se usou outra fórmula, está errado o ítem.

Em primeiro lugar calcular, usando radianos, que em geral, é o modo básico das calculadoras, no excel e na calculadora do windows, usando 4 casas decimais, com o arredondamento básico, que ó o do número de máquina mais próximo.

| $i$ | $x(rad)$ | $f(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1.00 | 1.1787 |
| $x_2$ | 1.50 | 1.7903 |
| $x_3$ | 2.00 | 2.0564 |
| $x_4$ | 0.50 | 2.1675 |
| $x_5$ | 3.00 | 2.7981 |

**A tabela completamente, correta valia 0.2.**

$$\int_1^3 \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)} \simeq \frac{0.5}{2}[f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + 2f(x_4) + f(x_5)]$$

$$\int_1^3 \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)} \simeq \frac{0.5}{2}[f(1) + 2f(1.5) + 2f(2) + 2f(2.5) + f(3)] =$$

$$\int_1^3 \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)} \simeq 0.25 \cdot [16.0052] = 4.0013$$

**A valor completamente correto da integral valia 0.2.**

Muito cuidado, nos cálculos e nos arredondamentos. Nesta atividade, não foi avaliado, se o aluno, sabe fazer o arredondamento de forma correta e alguns alunos não cuidaram desse passo. **Mas devem cuidar sempre.**

- **Método de Simpson Simples com ponto médio.**

  É o uso da aproximação de grau 2, usando o ponto médio do intervalo $[a, b]$.

$$me = x_{me} = \frac{b+a}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$h = \frac{b-a}{2} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{2} = 1.0$$

A fórmula é:

$$\int_1^3 f(x) \simeq \frac{h}{3}[f(a) + 4f(x_{me}) + f(b)]$$

Como, os pontos são os mesmos já calculados, temos:

$$\int_1^3 f(x) \simeq \frac{1}{3}[f(1) + 4f(2) + f(3)] = 4.0675$$

- **Método de Simpson Composto** com $n = 4$.

  É a aplicação da fórmula **em várias subdivisões** do intervalo $[a, b]$, no caso $n = 4$, logo os coeficientes, ou pesos de $f$ alternam entre **4**, o coeficiente original do ponto médio, agora de cada sunbintervalo, e **2**, que agrega o valor final do subintervalo da esquerda, com o próximo da direita.

  A fórmula é:

$$\int_a^b f(x) \simeq \frac{h}{3}[f(x_1) + \mathbf{4}f(x_2) + 2f(x_3) + \mathbf{4}f(x_4) + 2f(x_5) + \mathbf{4}f(x_6) + 2f(x_7) + \mathbf{4}f(x_8) + f(x_9)]$$

Sendo que: $x_1 = a$, a extremidade inicial do intervalo e consequentemente, $x_9 = b$, extremidade final do mesmo intervalo.

$$x_i = x_{i-1} + h = x_i + ih$$

$$h = \frac{b-a}{2n} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8} = 0.25$$

Logo, temos:

$$\int_a^b \sqrt[3]{e^x - 2 * cos(x^2)} \simeq$$

$$I \simeq \frac{h}{3}[f(1) + 4f(1.25) + 2f(1.5) + 4f(1.75) + 2f(2) + 4f(2.25) + 2f(2.5) + 4f(2.75) + f(3)]$$

calculando os pontos temos:

| $i$ | $x(rad)$ | $f(x)$ |
|---|---|---|
| $x_1$ | 1.000000 | 1.1787 |
| $x_2$ | 1.250000 | 1.5145 |
| $x_3$ | 1.500000 | 1.7903 |
| $x_4$ | 1.750000 | 1.9788 |
| $x_5$ | 2.000000 | 2.0564 |
| $x_6$ | 2.250000 | 2.0647 |
| $x_7$ | 2.500000 | 2.1675 |
| $x_8$ | 2.750000 | 2.4699 |
| $x_9$ | 3.000000 | 2.798 |

Novamente, a tabela completa, valia 0.2 e o valor final 0.2.

$$I \simeq \frac{0.25}{3}[48.116989] = 4.0097$$

Quem usou graus em vez de radianos, teve nota máxima de **0.7**, ou menos se houve outros erros.