

## Matematika diskreta

2) a) $3 \cdot 7 = 21$	$\sim P: 3 \cdot 7 \neq 21$	F
b) $3(11-7) \neq 5$	$\sim P: 3(11-7) = 5$	F
c) $3 \cdot 2 + 1 > 4$	$\sim P: 3 \cdot 2 + 1 \leq 4$	F
d) $5 \cdot 7 - 2 \leq 5 \cdot 6$	$\sim P: 5 \cdot 7 - 2 > 5 \cdot 6$	V
e) $(\frac{1}{2})^2 < (\frac{1}{2})^3$	$\sim P: (\frac{1}{2})^2 \geq (\frac{1}{2})^3$	F
f) $\sqrt{2} < 1$	$\sim P: \sqrt{2} \geq 1$	V
g) $-(-4) \geq 7$	$\sim P: -(-4) < 7$	V
h) $3 \mid 7$	$\sim P: 3 \nmid 7$	V

- 3) a)  $V \vee V = V$   
 b)  $V \wedge F = V$   
 c)  $V \vee F = V$   
 d)  $V \wedge F = F$   
 e)  $V \vee F = V$   
 f)  $F \vee F = F$   
 g)  $F \wedge F = F$

04/03/2021

4) a)  $2-1=1 \rightarrow 5+7=3 \cdot 4$   
 $V \rightarrow V = V$

b)  $2^2=4 \leftrightarrow (-2)^2=4$   
 $V \leftrightarrow V = V$

c)  $5+7 \cdot 1=10+3 \cdot 3=9$   
 $F \rightarrow V = V$

$$d) \text{mdc}(3,6) = 1 \leftrightarrow 4, \text{ número primo}$$

$$3 = 1, 3$$

$$6 = 1, 2, 3, 6 \quad F \leftrightarrow F = V$$

$$e) 2 \mid 8 \rightarrow \text{mdc}(2,8) = 2$$

$$V \rightarrow F = F$$

$$2,8 \mid 2$$

$$1,4 \mid 2$$

$$2 \mid 2$$

$$1 \mid 8$$

$$f) 6 \leq 2 \leftrightarrow 6 - 2 \geq 0$$

$$F \leftrightarrow V = F$$

$$g) \frac{1}{3} < \frac{2}{4} \rightarrow 3 \cdot 4 = 2 \cdot 5$$

$$F \rightarrow F = V$$

$$5) a) p \rightarrow r = F$$

$$b) p \leftrightarrow q = V$$

$$c) r \rightarrow p = V$$

$$d) (p \vee r) \leftrightarrow q = V$$

$$e) p \rightarrow (q \rightarrow r) = F$$

$$f) p \rightarrow (q \vee r) = V$$

$$g) \underset{F}{p} \leftrightarrow \underset{F}{\sim q} = V$$

$$h) \underset{F}{p} \leftrightarrow r = V$$

$$6) \begin{matrix} p \rightarrow (r \vee s) \Rightarrow \text{falso} \\ (q \wedge \sim s) \leftrightarrow p \Rightarrow \text{verdadeiro} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p = V \\ s = F \\ q = V \\ r = F \end{matrix}$$

08/03/2021

$$(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge \sim q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

11/03/2021

$$t) a) p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	F	F
F	F	F	F	F

$$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	V

$$p \wedge p \leftrightarrow p$$

p	$p \wedge p$	$p \wedge p \leftrightarrow p$
V	V	V
F	F	V

$$p \wedge V \leftrightarrow p$$

p	V	$p \wedge V$	$p \wedge V \leftrightarrow p$
V	V	V	V
F	V	F	V

$$p \wedge f \leftrightarrow f$$

p	f	$p \wedge f$	$p \wedge f \leftrightarrow f$
V	F	F	V
F	F	F	V

$$b) p \vee q \leftrightarrow q \vee p$$

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$	$p \vee q \leftrightarrow q \vee p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

$$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

p	q	r	$p \vee q$	$q \vee r$	$(p \vee q) \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	V



$$p \vee p \leftrightarrow p$$

p	$p \vee p$	$p \vee p \leftrightarrow p$
V	V	V
F	F	V

$$p \vee \neg p \leftrightarrow \text{true}$$

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$p \vee \neg p \leftrightarrow \text{true}$
V	F	V	V
F	V	V	V

$$p \vee f \leftrightarrow p$$

p	f	$p \vee f$	$p \vee f \leftrightarrow p$
V	F	V	V
F	F	F	V

$$c) p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	---
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V

$q$	$\neg q$	$r$	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$	$(q \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$	$(q \wedge r) \leftrightarrow ((q \vee r) \wedge (\neg q \vee r))$
V	F	F	F	F	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	F	F	V

$$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee q$	$p \vee r$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

$$p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$$

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

$$p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$	$p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

$$d) \sim(\sim p) \leftrightarrow p$$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p) \leftrightarrow p$
V	F	V
F	V	V

$$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V



$$\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V

11/03/2021

Exercício extra

$$I. \sim p \wedge q \rightarrow p \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q \rightarrow p \vee \sim q$
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

$$II. \sim(p \wedge q) \rightarrow \sim p \vee q$$

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee q$	$\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim p \vee q$
V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V

III.  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)$
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

IV.  $(p \wedge p) \rightarrow \sim(p \vee q)$

p	q	$p \wedge p$	$(p \vee q)$	$(p \wedge p) \rightarrow \sim(p \vee q)$
V	V	V	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

V.  $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim p$

p	q	$p \vee q$	$p \vee \sim q$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim p$
V	V	V	V	F	V	F
V	F	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F

Contradictio

Vl.  $\sim(\sim p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim(\sim p \vee q)$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V

VII.  $[(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)] \leftrightarrow (p \vee q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee q$	$[(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)]$	$[(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge \sim q)] \leftrightarrow (p \vee q)$
V	V	F	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F	F	V

VIII.  $(\sim p \wedge q) \vee \sim r \leftrightarrow r \wedge (p \vee \sim q)$

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$\sim p \wedge q$	$p \vee \sim q$	$(\sim p \wedge q) \vee \sim r$	$r \wedge (p \vee \sim q)$	$\leftrightarrow$
V	V	V	F	F	F	F	V	F	V	F
V	V	F	F	F	V	F	V	V	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V	F	F
F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F

$$IX. (p \vee q) \wedge r \rightarrow (p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$

p	q	r	$\sim q$	$p \vee q$	$p \vee r$	$\sim q \vee r$	$(p \vee q) \wedge r$	$(p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$	$\rightarrow$
V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	F	F	V

$$X. (p \vee q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \vee r)$$

p	q	r	$p \vee q$	$q \vee r$	$(p \vee q) \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \vee q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	V

$$b) a) x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(\exists x) x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$b) (a+1)(a-1) = a^2 - 1 \quad a^2 - a \neq a - 1$$

$$(\forall a) (a+1)(a-1) = a^2 - 1$$

$$c) \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \neq \frac{7}{12}$$

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 12 \end{array}$$

$$(\forall y) \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \neq \frac{7}{12}$$

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|c} 3 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 12 \end{array}$$

$$d) \sqrt{m^2 + 9} \neq m + 3$$

$$(\forall m) (\sqrt{m^2 + 9} \neq m + 3)$$

$$e) -(-x) = x$$

$$(\forall x) -(-x) = x$$

$$f) 5a + 4 \leq 11$$

$$(\exists a) (5a + 4 \leq 11)$$

$$g) \sqrt{x^2} = x$$

$$(\forall x) (\sqrt{x^2} = x)$$

$$h) \frac{a^2 \cdot a}{a} = a - 1$$

$$(\forall a) (\frac{a^2 \cdot a}{a} = a - 1)$$



g) a)  $\text{and} (2, 3) = 1$  ou  $\text{and} (2, 3) \neq 6$   
 $\text{and} (2, 3) \wedge 1 \sim \text{and} (2, 3) = 6$

b)  $\frac{2}{3} = \frac{6}{10}$  ou  $3 \cdot 10 \neq 6 \cdot 5$   
 $\sim (\frac{2}{3} = \frac{6}{10}) \wedge \sim (3 \cdot 10 \neq 6 \cdot 5)$

c)  $\frac{1}{2} \geq 1$  e  $-3 \geq -7$   
 $\sim (\frac{1}{2} \geq 1)$  ou  $\sim (-3 \geq -7)$

d)  $2^2 = 4 \rightarrow \sqrt{4} = 2$   
 $2^2 = 4 \wedge \sim (\sqrt{4} = 2)$

e)  $(-3)^2 = 9 \rightarrow \sqrt{9} \neq -3$   
 $(-3)^2 = 9 \wedge \sim (\sqrt{9} \neq -3)$

f)  $2 \leq 5 \rightarrow 3^2 \leq 5^2$   
 $2 \leq 5 \wedge \sim (3^2 \leq 5^2)$

g)  $(\forall x) (x > 2 \rightarrow 3^x > 5^x)$   
 $(\exists x) (x > 2 \wedge \sim (3^x > 5^x))$

h)  $(\exists x) (\sqrt{x} < 0)$   
 $(\forall x) (\sqrt{x} \geq 0)$

i) Todo número inteiro primo é ímpar.  
 Todo número inteiro primo que é ímpar.

j) Todo triângulo isósceles é equilátero.  
 Todo triângulo isósceles que é equilátero.

k) Existe uma losanga que não é quadrado  
Toda losanga é quadrado

l) Existe um número cujo raiz quadrada é zero  
Toda número cujo raiz quadrada não é zero

m) Todo triângulo que tem três ângulos congruentes, tem três lados congruentes

Existe triângulo que tem três ângulos congruentes que não tem três lados congruentes

10) a) falsa

b) falsa

b) falsa

c) verdadeira

c) verdadeira

d) verdadeira

d) falsa

k) falsa

e) verdadeira

l) falsa

l) falsa

m) verdadeira

q) falsa