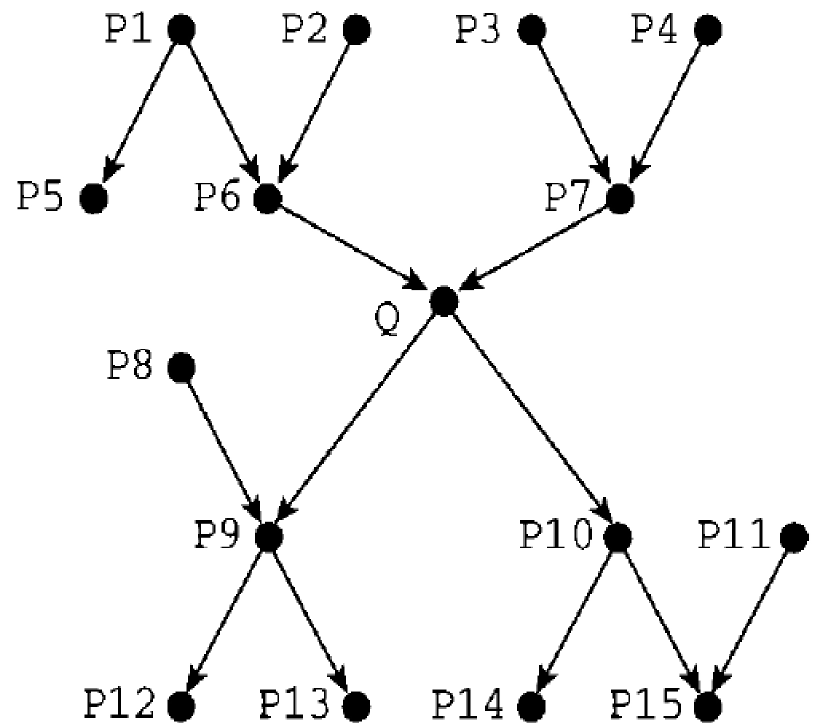
Razonamiento con Incertidumbre

Lic. Carmen R. Garcia Perez

Inferencia probabilística en poliárboles

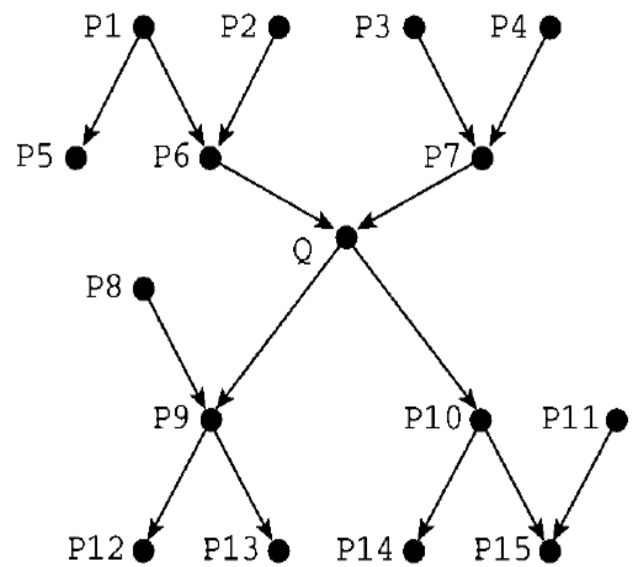
- La red que se muestra es un típico ejemplo de poliárbol. Lo que se quiere es calcular la probabilidad de *Q* a partir de los otros nodos en la red.
- Se puede observar que algunos nodos están conectados a Q solo mediante sus padres. Los otros nodos están conectados por sus sucesores (hijos), estos debajo de Q.



Inferencia probabilística en poliárboles

- Por tanto, no hay ningún otro camino(ruta) excepto los que unen un nodo por encima de Q a un nodo por debajo de Q (si no la red ya no sería un poliárbol).
- Estas definiciones y propiedades de conectividad se aplican a todos los nodos del poliárbol. Se tiene tres tipos de evidencia:

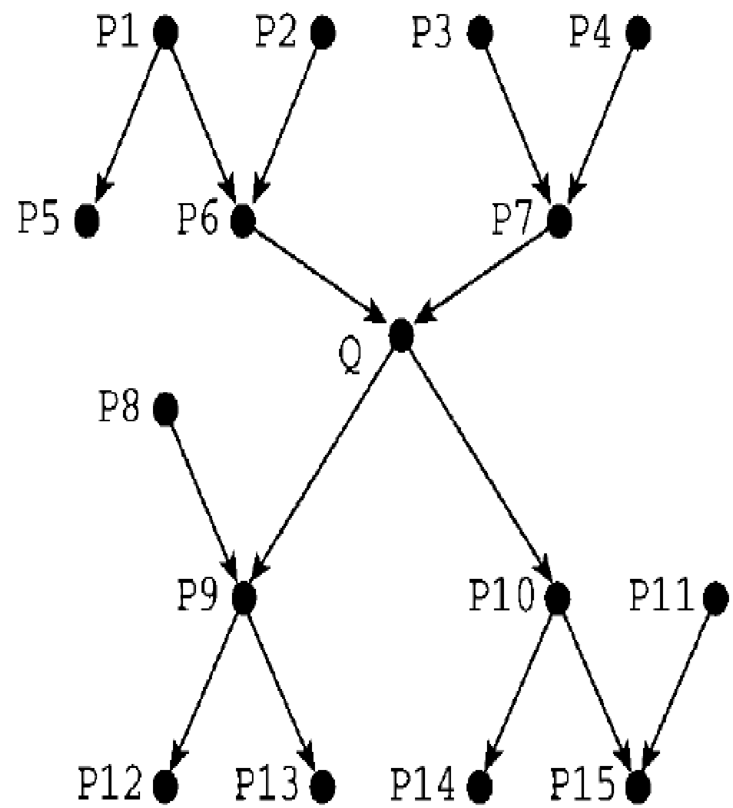
1. Todos los nodos de la evidencia están por encima de Q (Apoyo Causal). Como ejemplo típico de este tipo de evidencia, calcularemos p(Q|P5,P4).



Inferencia probabilística en poliárboles

2. Todos los nodos de la evidencia están por debajo de Q (Apoyo evidencial).
Como ejemplo, calcularemos p(Q|P12, P13,P14,P11)

3. Hay nodos de la evidencia por encima y por debajo de Q. (Apoyo Causal y evidencial).
Como ejemplo, se calcula,
p(Q|{P5,P4},{P12,P13,P14,P11})

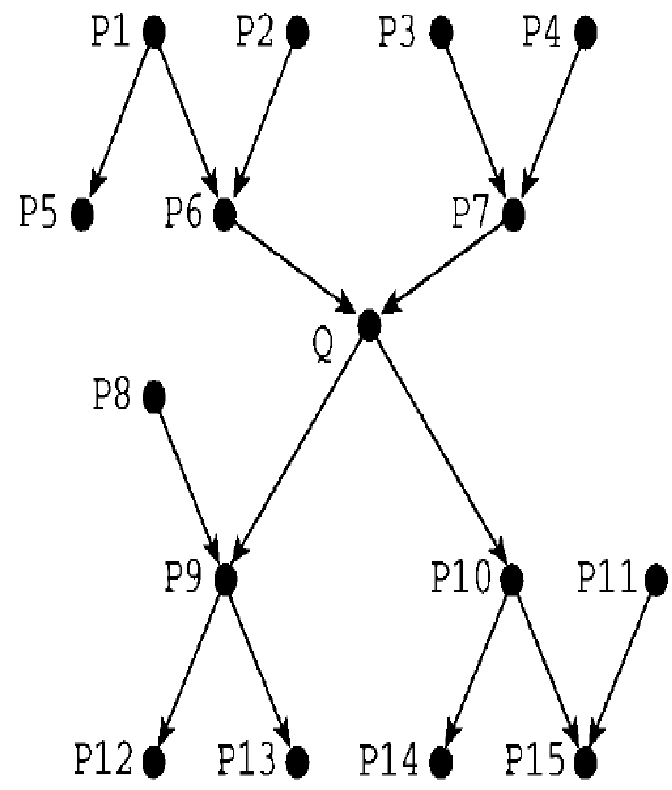


Inferencia probabilística en poliárboles

Apoyo Causal:

Calcular p(Q|P5,P4) donde todos los nodos de la evidencia están por encima de Q. El cálculo es un traceado de la ejecución de un algoritmo recursivo “Ascendiente”que calcular la probabilidad de cada antecesor de Q dada la evidencia, hasta que alcanza la evidencia o hasta que la evidencia está por debajo del antecesor.

$$p(\mathrm{Q}|\mathrm{P5},\mathrm{P4}) = \sum_{\mathrm{P6},\mathrm{P7}} p(\mathrm{Q},\mathrm{P6},\mathrm{P7}|\mathrm{P5},\mathrm{P4})$$



Luego se introduce a los padres de Q como parte de la evidencia usando la definición de la independencia condicional:

$$p(\mathrm{Q},\mathrm{P6},\mathrm{P7}|\mathrm{P5},\mathrm{P4}) = p(\mathrm{Q}|\mathrm{P6},\mathrm{P7},\mathrm{P5},\mathrm{P4})p(\mathrm{P6},\mathrm{P7}|\mathrm{P5},\mathrm{P4})$$

Inferencia probabilística en poliárboles

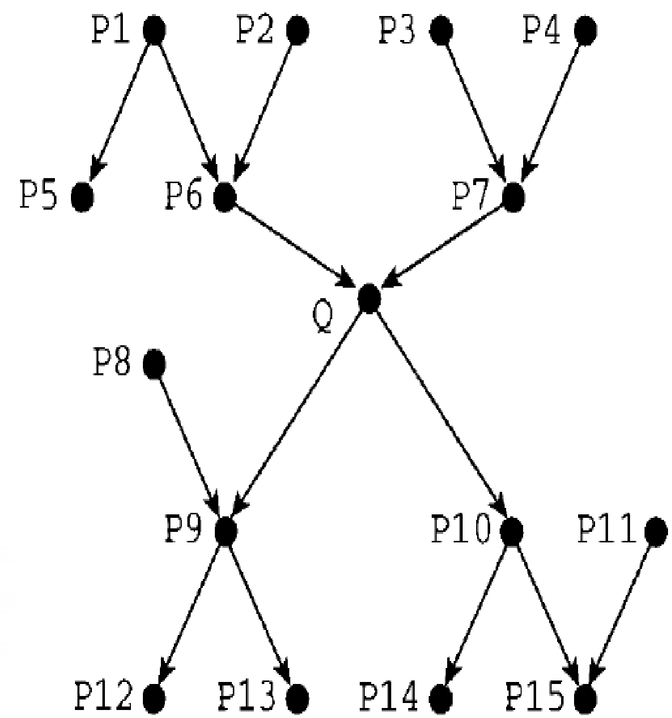
Apoyo Causal:

Con la sustitución se obtiene:

$$p(Q|P5, P4) = \sum_{P6,P7} p(Q|P6, P7, P5, P4)p(P6, P7|P5, P4)$$

Ahora, como un nodo es condicionalmente independiente de sus antecesores, dados sus padres:

$$p(Q|P5, P4) = \sum_{P6,P7} p(Q|P6, P7)p(P6, P7|P5, P4)$$



Entonces, la separación-d permite fragmentar a los padres:

$$p(Q|P5, P4) = \sum_{P6,P7} p(Q|P6, P7)p(P6|P5, P4)p(P7|P5, P4)$$

Inferencia probabilística en poliárboles

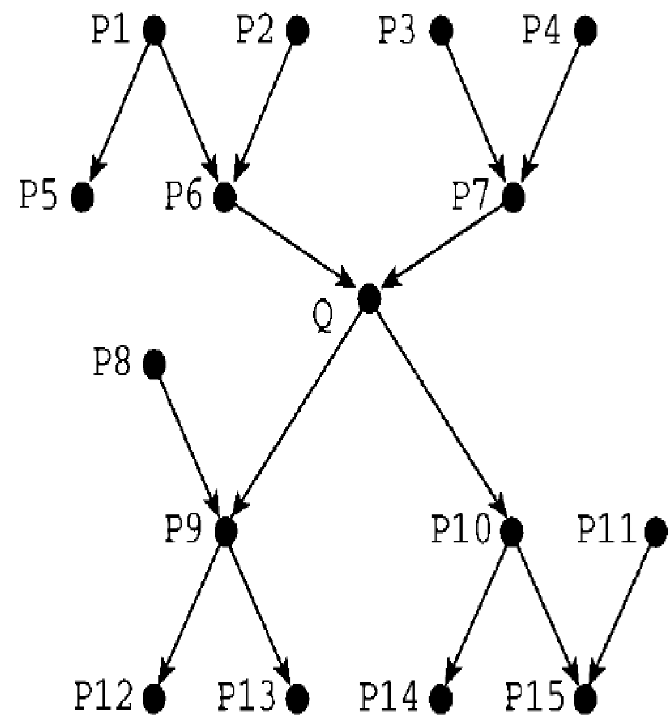
Apoyo Causal:

Y finalmente, la separación-d permite ignorar la evidencia por encima de unos de los padres al calcular la probabilidad del otro padre:

$$p(Q|P5, P4) = \sum_{P6,P7} p(Q|P6, P7)p(P6|P5)p(P7|P4)$$

Es importante fijarse en que los términos que se suman son:

- Las probabilidades del nodo de consulta, dados los valores de sus padres.
- Las probabilidades de cada uno de los padres se dan a partir de la evidencia por encima de ellos.



Inferencia probabilística en poliárboles

Apoyo Causal:

Después se debe calcular:

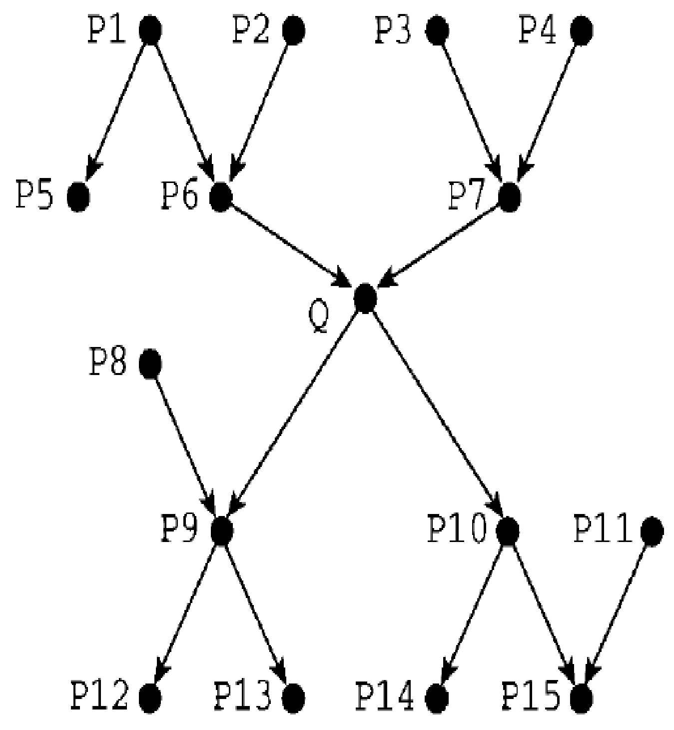
$$p(\mathrm{P7}|\mathrm{P4}) = \sum_{\mathrm{P3}} p(\mathrm{P7}|\mathrm{P3},\ \mathrm{P4})p(\mathrm{P3}|\mathrm{P4}) = \sum_{\mathrm{P3}} p(\mathrm{P7}|\mathrm{P3},\ \mathrm{P4})p(\mathrm{P3})$$

y también:

$$p(\mathrm{P6}|\mathrm{P5}) = \sum_{\mathrm{P1},\mathrm{P2}} p(\mathrm{P6}|\mathrm{P1},\ \mathrm{P2})p(\mathrm{P1}|\mathrm{P5})p(\mathrm{P2})$$

Por teorema de bayes:

$$p(\mathrm{P1}|\mathrm{P5}) = \frac{p(\mathrm{P5}\,|\,\mathrm{P1})p(\mathrm{P1})}{p(\mathrm{P5})}$$



Y también hacer los cálculos respectivos, de las demás probabilidades y reemplazar valores para obtener la respuesta final: $p(\mathrm{Q}|\mathrm{P5},\mathrm{P4})$