

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

Análise de Impacto Veicular Frontal

Modelagem de Dummy com Sistemas Massa Mola Amortecedor

Nome: Caio Felipe dos Santos Oliveira / NUSP: 11808151

Nome: Gabriel Ranieri Vaz de Lima / NUSP: 11804442

São Paulo
2022

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	03
2. SIMPLIFICAÇÕES PARA MODELAGEM	04
3. CÁLCULOS E DESENVOLVIMENTO,.....	08
4. RESULTADOS	11
5. CONCLUSÕES	17
6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS	18
7. APÊNDICES	19

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo realizar a análise da modelagem de um impacto frontal sofrido por um automóvel a 48km/h. Nessa etapa do projeto, o desenvolvimento realizado se concentra na cinemática do Dummy Hybrid III 50th, um modelo comumente utilizado que tem as dimensões médias e massa média de um ser humano do sexo masculino.

A análise utiliza como ferramenta os dados cinemáticos, como deslocamento, velocidade e aceleração. Essas informações serão utilizadas para aplicação do critério HIC - Head Injury Criteria, que avalia o nível dos ferimentos na cabeça dos ocupantes com base nos dados cinemáticos da aceleração.

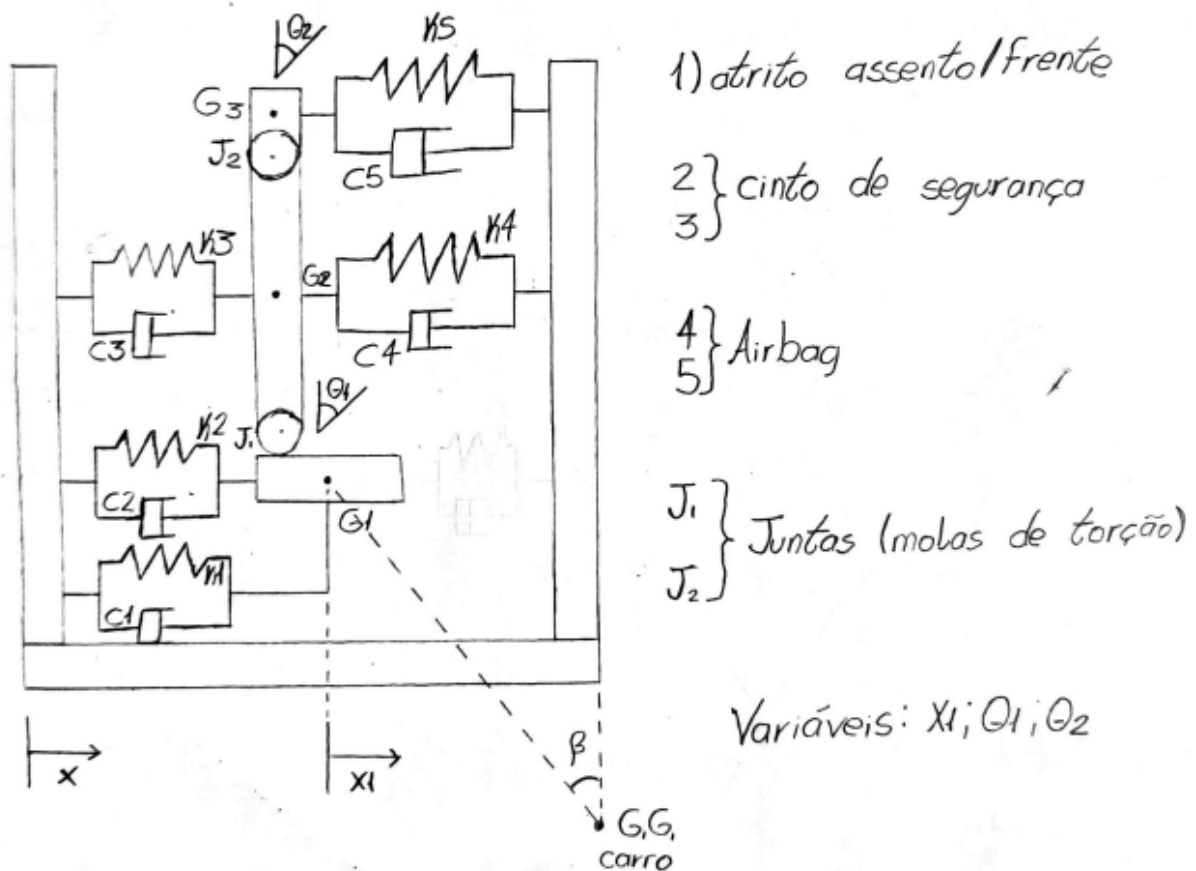
Para que essa análise fosse possível, foram feitas algumas simplificações no modelo, de forma a utilizar apenas molas e amortecedores (o que também inclui molas de torção nas juntas). Essas simplificações possibilitaram a aplicação da mecânica de Lagrange que forneceu as equações para que a modelagem fosse realizada e posteriormente aplicada no software Octave para obtenção dos resultados.

2. SIMPLIFICAÇÕES PARA MODELAGEM

O desenvolvimento de um modelo em software, como o Octave ou Matlab, é comumente simplificado de forma a desconsiderar informações pouco influentes no resultado final. Além, de que esse processo de simplificação proporciona maior eficiência temporal na etapa de modelagem de um projeto que está sendo desenvolvido sem que haja prejuízos consideráveis nas informações em que se objetiva chegar.

Para isso, foi realizada a simplificação da situação a ser modelada, a cinemática de um dummy em um impacto frontal no interior de um veículo, essa simplificação consiste em estudar apenas o comportamento longitudinal do dummy, transformando o problema em um com duas dimensões, além de substituir todas as forças que atuam sobre o dummy por sistemas massa, mola e amortecedor. Desta forma, a atuação de cada força, seja ela oriunda do Airbag, cinto de segurança ou do assento em que o dummy estaria contido, será considerada como um sistema massa mola conforme a ilustração abaixo.

Figura 1: Modelo simplificado do dummy no veículo.



Fonte: Autores

Conforme mencionado anteriormente, a primeira das simplificações é a utilização de sistemas mola e amortecedor para as forças que atuam sobre as três massas que simbolizam o dummy. A massa cujo centro de gravidade na imagem acima está identificado por G1 são as pernas do dummy, a massa de centro G2 é o tronco do dummy, enquanto a G3 é a cabeça do dummy, parte mais importante para a análise HIC que será efetuada mais adiante.

As juntas que conectam essas massas, são molas de torção que serão utilizadas nos cálculos da modelagem, enquanto os demais componentes, como airbag, cinto de segurança e o atrito assento/frente estão sendo representados por sistemas massa e mola acoplados às massas que correspondem a representação do dummy no sistema a ser analisado. Por fim, os ângulos representados pelas letras gregas θ_1 e θ_2 representam a variação angular das massas m_2 e m_3 do dummy, respectivamente.

Além disso, é importante destacar que os esforços considerados como principais atuadores sobre o dummy como um todo originam-se na atuação dos airbags, dos cintos de segurança e do atrito do assento sobre as pernas somado ao atrito entre os pés e o chão do veículo. Desprezou-se qualquer ângulo entre o centro de gravidade das pernas e entre o centro de gravidade do veículo como é considerado no modelo tridimensional [1] que inspirou o modelo desse projeto, e também se desprezou todo deslocamento angular dessa mesma massa.

Para a obtenção de valores de coeficiente de amortecimento dos amortecedores e constante elástica das molas, foi utilizado como base dois documentos disponíveis nas referências deste relatório [1][4]. Com isso, utilizamos as seguintes constantes:

Tabela 1: Constantes elástica e amortecimento utilizadas.

	Constante elástica (k)	Coeficiente de amortecimento (c)
1	2.000	92,57
2	58.860	501,26
3	39.240	537,76
4	2.500	67,87
5	2.500	23,5
J1	380	x
J2	200	x

Fonte: [1][4].

Já os valores relacionados a massa consideraram o Dummy Hybrid III, que é um padrão norte americano de dummy que considera a massa e dimensões de um homem médio. Para efeitos de simplificação, como a modelagem realizada considera apenas uma dimensão, apenas valores relacionados a altura do corpo e a massa do corpo foram utilizados. Essa simplificação facilita a modelagem e não interfere significativamente nos resultados, visto que a desaceleração do veículo ocorre principalmente no eixo x, considerado na figura 1 desse documento.

No caso da massa, foram utilizadas duas diferentes fontes, a primeira é a utilização de um dummy não padronizado, oriundo do documento presente nas referências deste relatório [2], que possuía massa total de 78,26kg. E a segunda modelagem foi realizada utilizando o dummy padronizado Hybrid III que possui massa total de 77,70kg. Ainda na etapa de divisão das massas é importante ressaltar que a proporção das massas divididas entre membros inferiores (massa 1), tronco/membros superiores (massa 2) e cabeça (massa 3) foram os mesmos para as duas diferentes massas, dessa forma obtivemos a seguinte divisão de massas:

Tabela 2: Distribuição das massas.

	Cabeça	Tronco/Membros Superiores	Membros Inferiores	Total
Dummy 1	5.520kg	46.060kg	26.680kg	78,260kg
Dummy 2 - Hybrid III	5.481kg	45.730kg	26.489kg	77,700kg

Fonte: [3] e [4].

Além das massas dos dummies, as dimensões dos seus corpos também são diferentes, o que possibilita comparar, na etapa de resultados as diferenças existentes entre pessoas de diferentes massas e estaturas durante a colisão, dadas suas simplificações, do veículo a 48km/h contra uma barreira fixa, conforme a resolução 221 do Contran que atende às normas ABNT NBR 15300-1, NBR 15300-2 e NBR 15300-3. Para isso, as dimensões utilizadas foram as seguintes:

Tabela 3: Alturas das massas do dummy.

	Altura da Cabeça	Altura do Tronco	Altura Parcial dos Membros Inferiores	Altura Total Considerada
Dummy 1	0,240m	0,427m	0,427m	1,094m
Dummy 2 - Hybrid III	0,196m	0,561m	0,518m	1,275m

Fonte: [2], [3] e [5].

Para finalizar a etapa das simplificações é importante salientar que altura da cabeça se refere à distância entre o pescoço até o topo do crânio, enquanto a altura do tronco considera a distância entre a cintura e o pescoço, e a altura parcial dos membros inferiores considera dos joelhos até a cintura. Além disso, foi considerada a altura parcial dos membros inferiores, pois a parte das pernas abaixo dos joelhos não sofrem esforços significativos, como as coxas sofrem no atrito com o banco e a parte abdominal do cinto de segurança que suporta a cintura, por exemplo.

3. CÁLCULOS E DESENVOLVIMENTO

Com o modelo, dados e simplificações realizadas, iniciou-se o desenvolvimento dos cálculos que possibilitaram a posterior inserção no software Octave para a obtenção dos resultados. Na etapa de cálculos especificamente, utilizou-se a mecânica de Lagrange para a determinação dos esforços que atuavam em cada uma das massas, de forma a possibilitar a posterior obtenção, através da utilização de Equações Diferenciais Ordinárias - EDOs, dos resultados relacionados à cinemática dos corpos analisados.

Em um primeiro momento, o modelo ilustrado na figura 1, foi desenvolvido aplicando as equações de lagrange que consiste inicialmente no cálculo das energias cinética e potencial, onde a energia potencial subtrai e energia cinética e posteriormente é feita a derivação do resultado da subtração mencionado anteriormente em função das variáveis a serem analisadas, que nesse caso são a aceleração em x_1 (ilustrado na figura 1) e as acelerações angulares relacionadas aos ângulos θ_1 e θ_2 (também ilustrados na figura 1).

$$L = T - V$$

Posteriormente, será considerada também a energia de amortecimento, ocasionada pelos amortecedores utilizados no modelo a ser analisado, para isso ele será inserido dos cálculos da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} \right) - \frac{\delta L}{\delta q_i} + \frac{\delta D}{\delta \dot{q}_i} = 0$$

Nos cálculos na energia cinética (T) utilizamos as fórmulas para cálculo das energias cinéticas associadas às velocidades lineares e angulares do sistema, os resultados de cada uma das energias é posteriormente somado para a obtenção da energia cinética total do sistema:

$$T_{linear} = \frac{m \cdot \dot{x}^2}{2} \text{ e } T_{angular} = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

Já no cálculo das energias potenciais, consideramos as energias potenciais gravitacionais, elásticas, e assim como na energia cinética foram somadas cada uma das parcelas que compõe as energias potenciais elásticas:

$$V_{gravitacional} = m \cdot g \cdot h \text{ e } V_{elástica} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Além das energias potenciais, também foram calculadas as energias dos amortecedores, que assim como as anteriores, foram somadas também:

$$D_{amortecimento} = \frac{c \cdot \dot{x}^2}{2}$$

Em seguida foi feita a aplicação da mecânica de Lagrange e o respectivo cálculo das derivadas para cada uma das variáveis a serem analisadas (x_1 , θ_1 e θ_2), conforme as fórmulas apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + \frac{\partial D}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} + \frac{\partial D}{\partial \theta_2} = 0$$

Obtidos os resultados, é possível desenvolver com base nas equações um sistema de matrizes, que serão aplicados no software Octave, esse sistema será responsável por possibilitar a obtenção dos resultados cinemáticos (deslocamento, velocidade e aceleração) das massas para cada uma das variáveis analisadas, que foram mencionadas anteriormente.

O sistema mencionado acima, consiste em três matrizes, uma relacionada às massas e momentos de inércia (matriz A), outra responsável por armazenar as acelerações (matriz Z), onde o produto dessas duas matrizes resultam em outra (matriz F) que demonstra os esforços atuantes no modelo ilustrado na figura 1 desse documento.

$$[A] \cdot [Z] = [F]$$

Sendo assim a matriz [A] é composta pelos seguintes dados:

$$[A] = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m_3 & \frac{m_2 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) + 2 \cdot m_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1)}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2)}{2} \\ \frac{(m_2 + 2 \cdot m_3) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1)}{2} & I_2 + \frac{L_2^2 \cdot \cos^2(\theta_1) * (\frac{m_2}{2} + 2 \cdot m_3)}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)}{2} \\ \frac{L_3 \cdot \cos(\theta_2) \cdot m_3}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)}{2} & I_3 + \frac{m_3 \cdot L_3^2 \cdot \cos^2(\theta_2)}{4} \end{bmatrix}$$

Já a matriz [Z] é composta pelas acelerações:

$$[Z] = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\omega}_1 \\ \ddot{\omega}_2 \end{bmatrix}$$

E por fim, a matriz [F]:

$$[F] = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) \right) + \frac{m_3}{2} \cdot (2 \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) + L_3 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(2\theta_2)) - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x_1 \cdot (k_1)(k_2)) + ((2 \cdot x_1) + (L_2 \cdot \sin(\theta_1))) \cdot (k_3 + k_4) \\ + k_5 \cdot (2 \cdot x_1 + 2 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_1) + L_3 + \sin(\theta_2))) - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \dot{x}_1 \cdot (c_1 + c_2)) + (2 \cdot \dot{x}_1 + L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1)) \cdot (c_3 + c_4) + c_5 \\ \cdot (2 \cdot \dot{x}_1 + 2 \cdot L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_3 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2)) \\ \left(-\frac{m_2}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4} \cdot L_2^2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(2\theta_1) \right) - \frac{m_3}{2} \cdot (-L_2^2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(2\theta_1) - L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2)) - m_2 \cdot g \cdot \left(-\frac{L_2}{2} \cdot \sin(\theta_1) \right) - m_3 \cdot g \right. \\ \left. \cdot \left(-\frac{L_2}{2} \cdot \sin(\theta_1) \right) - \frac{1}{2} \cdot (k_3 + k_4) \cdot (L_2 \cdot x_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^{2/4} \cdot \sin(2\theta_1)) - \frac{k_5}{2} \cdot (2 \cdot L_2 \cdot x_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^2 \cdot \sin(2\theta_1) + L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_1) \right. \\ \left. \cdot \sin(\theta_2)) - k_6 \cdot \theta_1 - \frac{1}{2} \cdot (c_3 + c_4) \cdot (L_2 \cdot \dot{x}_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega_1 \cdot \cos^2(\theta_1)) - \frac{c_5}{2} \right. \\ \left. \cdot (2 \cdot L_2 \cdot \dot{x}_1 \cdot \cos(\theta_1) + 2 \cdot L_2^2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1)^2 + L_2 \cdot L_3 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)) \right) \\ \left(-\frac{m_3}{2} \cdot (-L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)) - \frac{L_3^2}{4} \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(2\theta_2) \right) - m_3 \cdot g \cdot \left(-\frac{L_3}{2} \cdot \sin(\theta_2) \right) - \frac{1}{2} \cdot k_5 \\ \cdot (x_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2) + L_2 \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + \frac{1}{4} \cdot L_3^2 \cdot \sin(2\theta_2)) - k_7 \cdot \theta_2 - \frac{c_5}{2} \\ \cdot (\dot{x}_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2) + L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + \frac{L_3^2}{2} \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2)^2) \end{bmatrix}$$

Com esses dados obtidos, é possível realizar o desenvolvimento do código e a respectiva aplicação das matrizes ilustradas acima, com esse desenvolvimento já é possível

obter resultados acerca da modelagem realizada. A partir disso, será feita a análise e comparação de cada um dos casos estudados.

Além da obtenção de dados cinemáticos como velocidade e aceleração, também será obtido o HIC - Head Injury Criteria máximo, que trata-se de um critério comumente utilizado para avaliação dos ferimentos ocasionados na cabeça. Esse dado é obtido com base na integral definida da aceleração definida entre um período que determina a HIC máxima (em g) resultada para a cabeça do ocupante.

Figura 2: Cálculo do HIC.

$$HIC = \max_{T_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq T_E} \left[\left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right)^{2,5} (t_2 - t_1) \right]$$

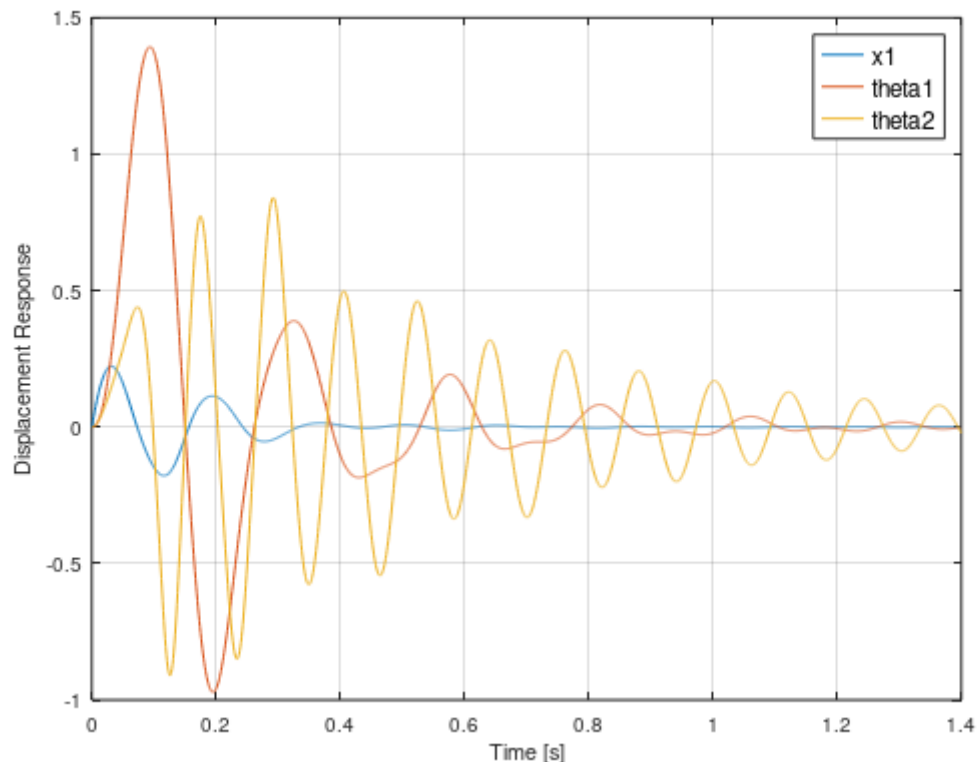
Fonte: [2].

O código foi separado em quatro arquivos responsáveis por fornecer os resultados desejados, a programação estará disponível nos apêndices desse documento. O arquivo principal é chamado de Dummy_v2.m ele é responsável por fornecer os valores das constantes (dados), o estado inicial do sistema e realizar as plotagens, o arquivo secundário, também necessário para os demais arquivos é chamado de dydt.m ele é responsável por realizar os cálculos entre as matrizes apresentadas acima e atribuir valores de aceleração, velocidade e deslocamento para os demais arquivos, um terceiro arquivo (AccHeadDef.m) ainda é necessário para calcular a aceleração exclusiva da cabeça, para o cálculo do HIC, mencionado anteriormente e o último arquivo (hicN.m) é utilizado para o cálculo do HIC máximo para um intervalo de n milissegundos no sistema analisado.

4. RESULTADOS

Os dummies analisados possuem massas muito similares, mas se diferem principalmente nas dimensões, o primeiro dummy é cerca de 20cm menor do que o dummy Hybrid III analisado, esse fato proporciona resultados significativamente diferente para os diferentes dummies que simboliza diferentes tipos de corpo humano. Em um primeiro momento vamos analisar os deslocamentos dos dummies:

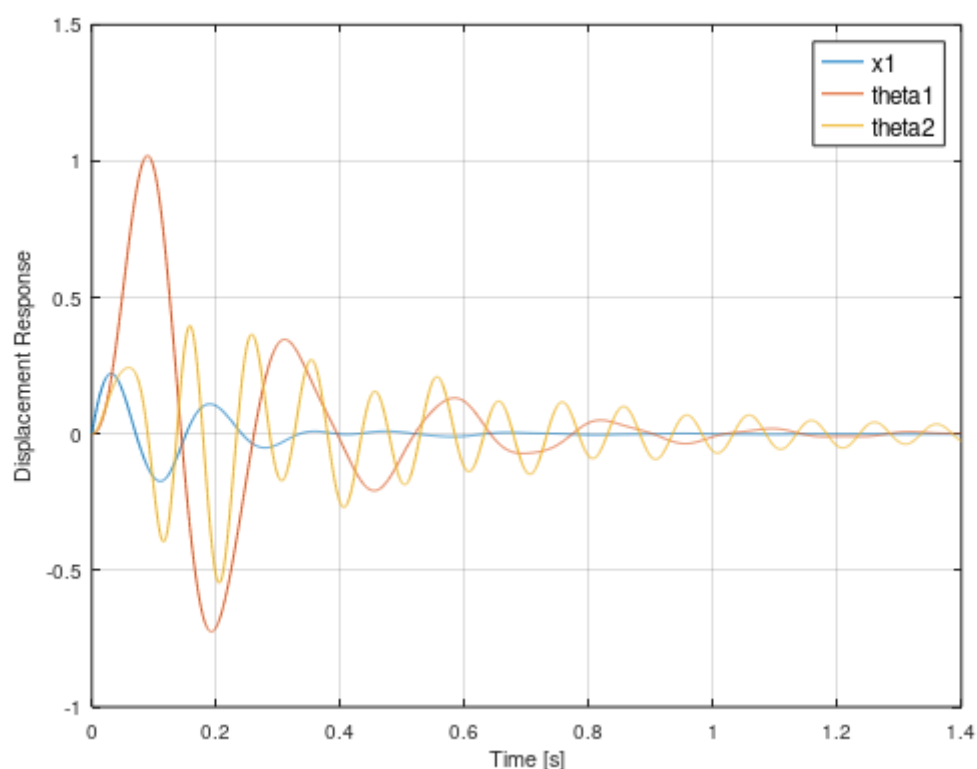
Figura 3: Deslocamentos do Dummy 1.



Fonte: Autores.

Os deslocamentos (variações linear e angulares) no primeiro dummy analisado teve o comportamento dentro do esperado, onde a velocidade do veículo tende a zero mais rapidamente do as variações angulares do tronco e da cabeça do dummy. A cabeça por sua vez é a parte do corpo que sofre a maior variação angular no decorrer do tempo, apesar disso, o pico do θ_1 é superior ao pico do θ_2 , sendo respectivamente 1,39rad a 0,09s e 0,90rad a 0,13s, enquanto o x_1 tem pico logo no início do período analisado onde atinge 0,22m a 0,03s de simulação.

Figura 4: Deslocamentos do Dummy 2.



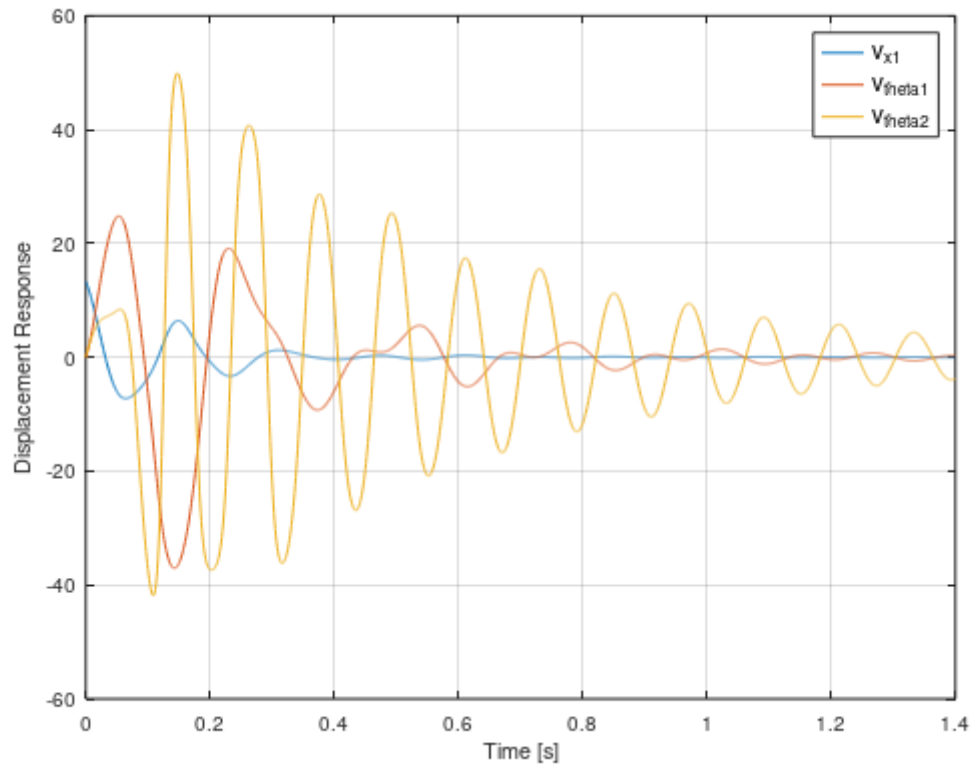
Fonte: autores.

Já em comparação com o segundo dummy analisado, é possível observar que a velocidade em x_1 teve um comportamento muito similar, já que inicialmente ela representa em sua maior parte a velocidade do veículo imediatamente antes da colisão, não sofrendo grandes variações devido às mudanças no dummy. Entretanto, as variações dos ângulos θ_1 e θ_2 foram perceptivelmente diferentes, onde os picos foram muito menores do que o observado no primeiro dummy, sendo respectivamente 1,01 rad a 0,09s e 0,54 rad a 0,2s. Já as oscilações, por sua vez, tiveram um comportamento similar no que se diz a respeito de ciclos por unidade de tempo.

Com essas informações podemos observar, principalmente, o efeito das molas na dissipação da energia já que elas dependem diretamente do deslocamento, sendo assim podemos observar que onde havia maiores constantes elásticas a variação do deslocamento foi menor, já onde havia menores constantes elásticas, como na cabeça do ocupante, o deslocamento permanece por mais tempo oscilando, ou seja, demora mais para tender a zero do que as demais partes do corpo, entretanto possui picos de movimentação inferiores a aqueles observados no tronco e nas pernas do dummy, o que mostra que nesse caso, ter picos menores em detrimento de maiores oscilações pode ser benéfico para a integridade física da cabeça do ocupante, conforme será analisado

posteriormente na etapa de análise da aceleração da cabeça e da comparação do HIC entre os dois modelos de dummies analisados.

Figura 5: Velocidades do Dummy 1.



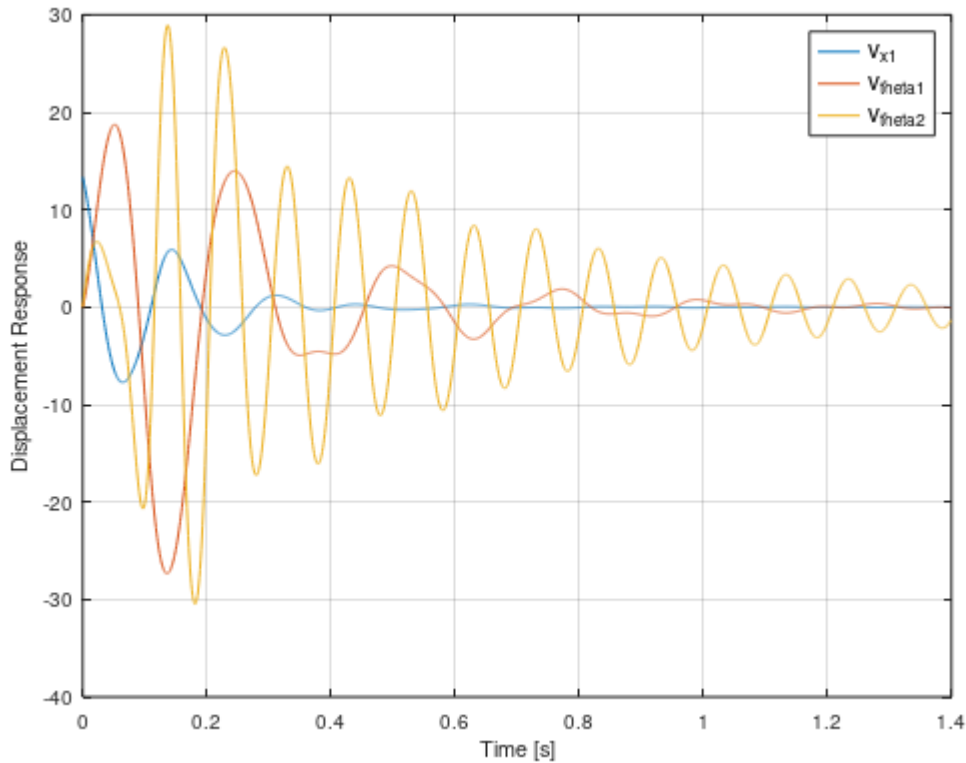
Fonte: autores.

O comportamento das velocidades foi muito similar com o que foi observado nos deslocamentos, nesse caso especificamente, temos o pico da velocidade em \dot{x}_1 no instante 0,00s, na iminência da colisão, onde a velocidade do veículo é máxima, já as velocidades angulares possuem um comportamento de sistema subamortecido, tendo a velocidade angular relativa a θ_1 tendendo a 0 mais rapidamente do que θ_2 , um comportamento similar ao que foi observado nos deslocamentos e seus picos sendo de 37,09rad/s a 0,14s e 49,61rad/s a 0,15s, valores esses que serão úteis na comparação com o segundo dummy.

Nessa etapa da análise podemos nos atentar em que a dissipação de energia relacionada à velocidade, ocorre principalmente através dos amortecedores modelados como componentes do veículo. E assim como na etapa dos deslocamentos, onde as molas tinham um papel importante, aqui podemos observar que a cabeça, representada pela massa com menor resultante de coeficiente de amortecimento, possui uma variação mais períodos de oscilação do que o tronco, que tende a zero mais rapidamente, entretanto, também de maneira similar ao deslocamento, a cabeça possui picos menores de

velocidade, o que favorece a integridade física, visto que, devido ao formato do gráfico podemos observar que as derivadas, que representarão a aceleração será também menor na cabeça do que no tronco.

Figura 6: Velocidades do Dummy 2.



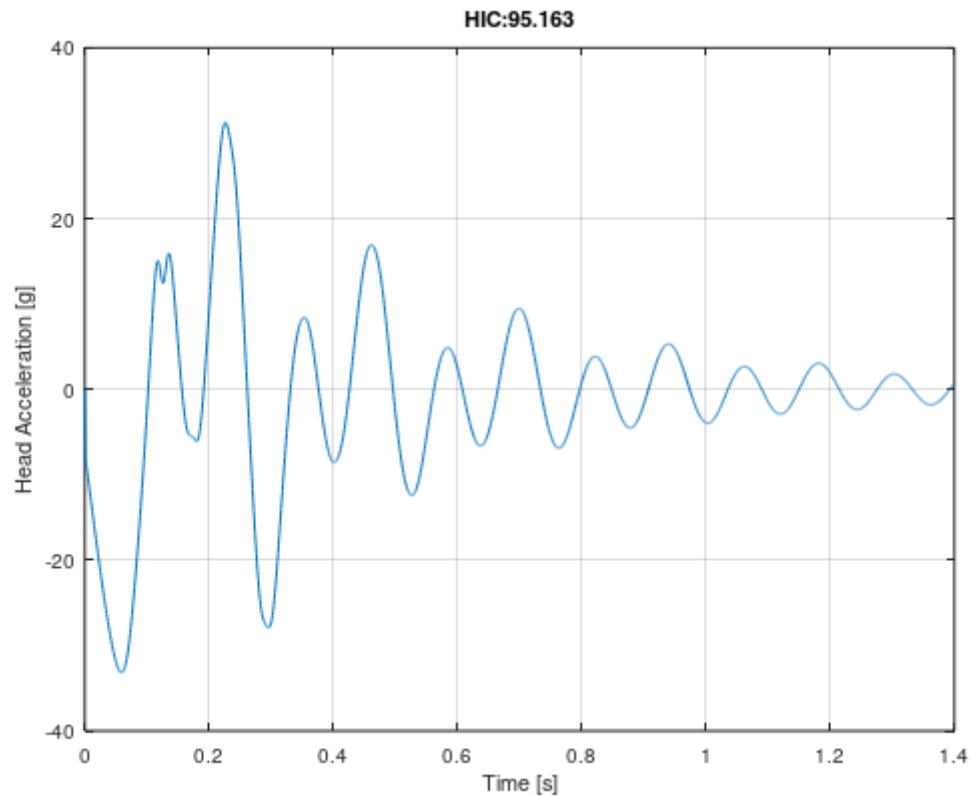
Fonte: autores.

De maneira similar ao que ocorreu no deslocamento, a velocidade para o dummy 2 possui módulos menores ocasionados principalmente por sua menor massa e maior estatura, o que juntamente com o posicionamento das molas e amortecedores no centro de massa, proporcionam picos menores do que aqueles observados anteriormente. Nesse caso, a velocidade \dot{x}_1 , teve seu pico de variação na iminência da colisão, ou seja, no instante inicial e tendeu a zero rapidamente após a colisão, um comportamento que remete ao amortecimento crítico, mas com algumas oscilações que antecedem.

Já as demais velocidades, nesse caso angulares, tiveram um comportamento mais próximo do subamortecido, onde as velocidades tendem a 0 conforme o tempo tende ao infinito, para o θ_1 essa convergência ocorre em um menor tempo, enquanto para o θ_2 , essa variação demora um pouco mais. Já, os picos possuem valores de 27,32rad/s a 0,13s e 30,48rad/s a 0,18s, valores com módulos inferiores a aqueles observados no primeiro dummy ocasionado pelas diferenças entre eles, principalmente as relacionadas aos

comprimentos, já que as massas possuem valores muito similares, ainda mais quando tratamos especificamente das cabeças.

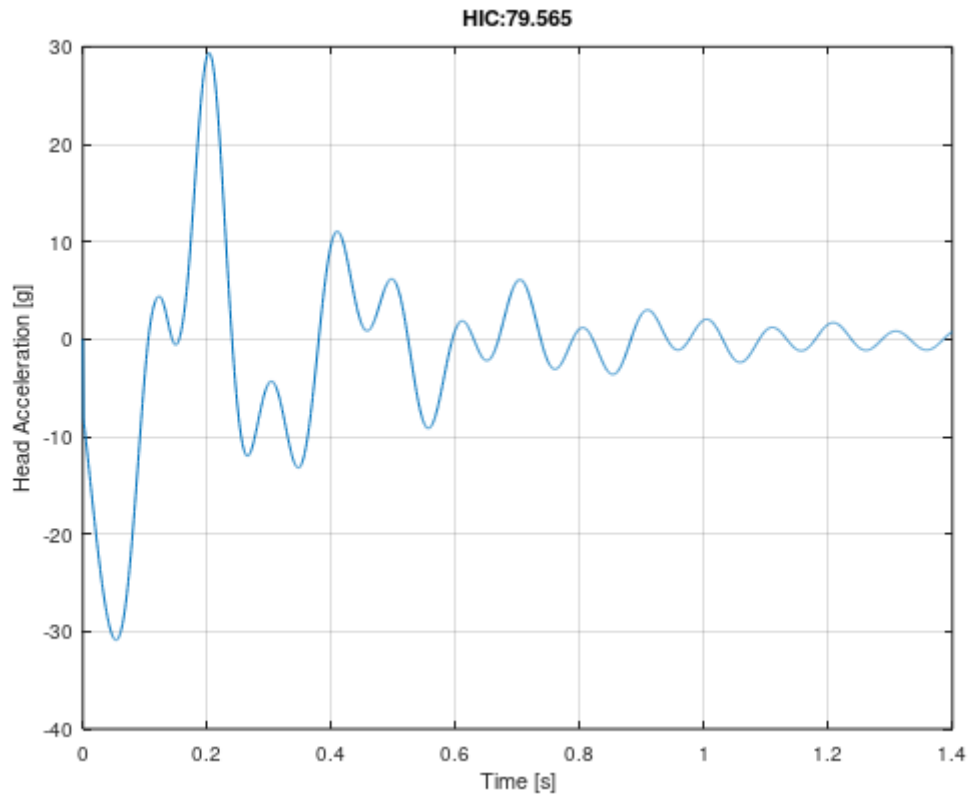
Figura 7: Aceleração da cabeça do Dummy 1.



Fonte: autores.

A aceleração na cabeça do dummy, fator mais importante para análise dos ferimentos no crânio, que serão analisados posteriormente através do resultado obtido através do cálculo do HIC máximo. Entretanto, para efeito de análise da aceleração da cabeça, podemos observar um comportamento similar ao que conhecemos de sistemas subamortecidos, tendo seu pico de $\dot{\omega}_2 = 33,18m/s^2$ a 0,06s, ou seja, a aceleração máxima da cabeça é obtida logo depois do início da colisão, tendo as dissipações de energia da velocidade e deslocamento, ocorrendo apenas posteriormente no decorrer da colisão.

Figura 8: Aceleração da cabeça do Dummy 2.



Fonte: autores.

Para o segundo dummy, podemos observar o pico de aceleração da cabeça de $\dot{\omega}_2 = 30,89m/s^2$ a 0,06s, similar ao que foi observado no dummy 1, o pico de aceleração acontece logo depois da colisão, entretanto, nesse caso o módulo do pico é um pouco menor, o que reduz os ferimentos ocasionados pela colisão na cabeça do ocupante. O comportamento em geral, continua muito similar ao que foi observado anteriormente, tendo algo mais próximo do sistema que conhecemos por subamortecido.

Para finalizar a etapa de resultado é importante realizar a análise do HIC - Head Injury Criteria máximo, para esse critério, foi escolhido o intervalo de 15 ms que configura o critério na literatura conhecido como HIC15. Os resultados obtidos para os dois dummies respectivamente foram: 95,163g e 79,565g. Com esses dados, podemos confirmar aquilo que já havia sido mencionado anteriormente, o maior HIC está no primeiro dummy que possui maior massa e menor estatura, o que favoreceu o aumento dos módulos nos picos de deslocamento e velocidade em comparação com segundo dummy analisado. Dessa forma, o segundo dummy sofrerá menor nível de sofrimentos na cabeça para um mesmo veículo em condições de colisão idênticas.

5. CONCLUSÕES

Por fim, podemos concluir que a obtenção de dados, cálculos, desenvolvimento e análise dos resultados obtidos contribuem diretamente com a compreensão de sistemas dinâmicos aplicados, uma vez que para a situação analisada de colisão de um veículo contra uma barreira fixa a 48km/h pudemos compreender a forma com que as variações nas constantes do sistema influenciam nos resultados finais.

Para o caso dessa análise especificamente as conclusões, conforme mencionadas anteriormente, entretanto agora mais claramente e com uma perspectiva mais generalista, é que o segundo dummy sofrerá menos com o impacto devido a sua menor massa e sua estatura levemente superior à do primeiro dummy, essas alterações favorecem para obtenção de menores picos de deslocamento e velocidade (lineares e angulares).

Além disso, a aceleração da cabeça, resultado mais importante para essas análises, será menor para o segundo dummy, o que impacta diretamente em uma integridade física menos prejudicada na colisão, apesar disso podemos observar que os valores foram pequenos em comparação com aqueles normalmente obtidos pelo IIHS - Insurance Institute for Highway Safety, onde um Toyota Camry 2007 teve um HIC de 175g [6], o que já possibilita a consideração do veículo como seguro, de forma que os ocupantes conseguiriam sair do veículo após de uma colisão similar ao test crash.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ALHARIRI, Mohammed; et al. Collision Mitigation and Vehicle Transportation Safety Using Integrated Vehicle Dynamics Control Systems. Science Direct, 2017. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095756415306486>>. Acesso em: 24 de Julho de 2022.

[2] ALVES, Marcilio; DRIEMEIER, Larissa. Sistemas Dinâmicos 1: Projeto do Semestre. E-disciplinas USP, 2022. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7120935/mod_resource/content/3/Aula06_ProjetoFinal.pdf>. Acesso em: 24 de Julho de 2022.

[3] Hybrid III 50th Male. Humanetics Group, 2020. Disponível em: <<https://humanetics.humaneticsgroup.com/products/anthropomorphic-test-devices/frontal-impact/hybrid-iii-50th-male/hybrid-iii-50th-male>>. Acesso em: 24 de Julho de 2022.

[4] ILIE, Sorin; TABACU, Stefan. Study of the Occupant's Kinematics During the Frontal Impact. Researchgate, 2007. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Stefan-Tabacu-2/publication/267843164_STUDY_OF_THE_OCCUPANT%27S_KINEMATICS_DURING_THE_FRONTAL_IMPACT/links/55bb3bbf08aec0e5f43eb9c2/STUDY-OF-THE-OCCUPANTS-KINEMATICS-DURING-THE-FRONTAL-IMPACT.pdf>. Acesso em 24 de Julho de 2022.

[5] OLIVARES, Geraldo. Hybrid II and Federal Aviation Administration Hybrid III Anthropomorphic Test Dummy Dynamic Evaluation Test Series. Researchgate, 2018. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/327285448_Hybrid_II_and_Federal_aviation_Administration_Hybrid_III_anthropomorphic_test_dummy_dynamic_evaluation_test_series/download>. Acesso em: 24 de Julho de 2022.

[6] 2007 Toyota Camry. IIHS - Insurance Institute for Highway Safety, 2007. Disponível em: <<https://www.iihs.org/ratings/vehicle/Toyota/camry-4-door-sedan/2007>> Acesso em 24 de Julho de 2022.

7. APÊNDICE

7.1. EQUAÇÕES DE LAGRANGE PARA O MODELO DO DUMMY

7.1.1. Introdução

Este apêndice contém os cálculos detalhados advindos do emprego das equações de Lagrange para o estudo do comportamento mecânico do sistema. A análise é feita sobre as variáveis x_1 , θ_1 e θ_2 já descritas no relatório.

7.1.2. Deslocamento e Velocidade Longitudinais das Massas

Os deslocamentos longitudinais dos centros de gravidade das massas podem ser escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1 \\x_2 &= x_1 + \frac{L_2}{2} \text{sen}(\theta_1) \\x_3 &= x_1 + L_2 \text{sen}(\theta_1) + \frac{L_3}{2} \text{sen}(\theta_2)\end{aligned}$$

Elevando as expressões ao quadrado, obtemos:

$$\begin{aligned}x_1^2 &= x_1^2 \\x_2^2 &= x_1^2 + L_2 x_1 \text{sen}(\theta_1) + \frac{L_2^2}{4} \text{sen}^2(\theta_1) \\x_3^2 &= x_1^2 + 2L_2 x_1 \text{sen}(\theta_1) + L_2^2 \text{sen}^2(\theta_1) + x_1 L_3 \text{sen}(\theta_2) + L_2 L_3 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\theta_2) + \\&\quad \frac{L_3^2}{4} \text{sen}^2(\theta_2)\end{aligned}$$

Derivando as expressões para determinar as velocidades longitudinais dos centros de gravidade, encontramos:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \dot{x}_1 \\\dot{x}_2 &= \dot{x}_1 + L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\\dot{x}_3 &= \dot{x}_1 + L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + \frac{L_3}{2} \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2)\end{aligned}$$

Elevando essas expressões ao quadrado, obtemos:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1^2 &= \dot{x}_1^2 \\\dot{x}_2^2 &= \dot{x}_1^2 + L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + \frac{L_2^2}{4} \dot{\theta}_1^2 \cos^2(\theta_1) \\\dot{x}_3^2 &= \dot{x}_1^2 + 2L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_2^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2(\theta_1) + \dot{x}_1 L_3 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) + L_2 L_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + \\&\quad \frac{L_3^2}{4} \dot{\theta}_2^2 \cos^2(\theta_2)\end{aligned}$$

7.1.3. Energia Cinética

A energia cinética do sistema pode ser escrita por:

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\theta}_1^2}{2} + \frac{I_3 \dot{\theta}_2^2}{2}$$

7.1.4. Energia Potencial

A energia potencial do sistema pode ser escrita por:

$$V = m_2 g \left(\frac{L_2}{2} \cos(\theta_1) \right) + m_3 g \left(L_2 \cos(\theta_1) + \frac{L_3}{2} \cos(\theta_2) \right) + \frac{1}{2} (k_1 x_1^2 + k_2 x_1^2 + k_3 x_2^2 + k_4 x_2^2 + k_5 x_3^2 + k_6 \theta_1^2 + k_7 \theta_2^2)$$

7.1.5. Dissipação

A energia dissipada do sistema pode ser escrita por:

$$D = \frac{1}{2} (c_1 \dot{x}_1^2 + c_2 \dot{x}_1^2 + c_3 \dot{x}_2^2 + c_4 \dot{x}_2^2 + c_5 \dot{x}_3^2)$$

7.1.6. Aplicação das equações de Lagrange

Aplicando as equações de lagrange, encontram-se 3 expressões para o comportamento mecânico do sistema. A partir dessas expressões, é possível extrair as acelerações das incógnitas avaliadas pela resolução de um sistema linear.

7.1.6.1. Equações de Lagrange em x1

$$I) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = m_1 \ddot{x}_1 + \frac{m_2}{2} (2\ddot{x}_1 + L_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1)) + \frac{m_3}{2} (2\ddot{x}_1 + 2L_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - 2L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1) + L_3 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - L_3 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2))$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{1}{2} (2x_1 (k_1 + k_2) + (2x_1 + L_2 \sin(\theta_1)) (k_3 + k_4) + k_5 (2x_1 + 2L_2 \sin(\theta_1) + L_3 \sin(\theta_2)))$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_1} = \frac{1}{2} (2\dot{x}_1 (c_1 + c_2) + (2\dot{x}_1 + L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)) (c_3 + c_4) + c_5 (2\dot{x}_1 + 2L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_3 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2)))$$

7.1.6.2. Equações de Lagrange em θ_1

$$II) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_1} + \frac{\partial V}{\partial \theta_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) &= \frac{m_2}{2} (L_2 \ddot{x}_1 \cos(\theta_1) - L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + \frac{L_2^2}{2} \ddot{\theta}_1 \cos^2(\theta_1) - \frac{L_2^2}{2} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1)) + \\ &\frac{m_3}{2} (2L_2 \ddot{x}_1 \cos(\theta_1) - 2L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + 2L_2^2 \ddot{\theta}_1 \cos^2(\theta_1) - 2L_2^2 \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1) + L_3 L_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - \\ &L_3 L_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) - L_3 L_2 \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2)) + I_2 \ddot{\theta}_1 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = \frac{m_2}{2}(-L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - \frac{L_2^2}{4} \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1)) + \frac{m_3}{2}(-2L_2 \dot{x}_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_2^2 \dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1) - L_3 L_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2))$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_1} = m_2 g(-\frac{L_2}{2} \sin(\theta_1)) + m_3 g(-\frac{L_2}{2} \sin(\theta_1)) + \frac{1}{2}(k_3 + k_4)(L_2 x_1 \cos(\theta_1) + \frac{L_2^2}{4} \sin(2\theta_1)) + \frac{k_5}{2}(2L_2 x_1 \cos(\theta_1) + L_2^2 \sin(2\theta_1) + L_2 L_3 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2)) + k_6 \theta_1$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = \frac{1}{2}(c_3 + c_4)(L_2 \dot{x}_1 \cos(\theta_1) + \frac{L_2^2}{2} \dot{\theta}_1 \cos^2(\theta_1)) + \frac{c_5}{2}(2L_2 \dot{x}_1 \cos(\theta_1) + 2L_2^2 \dot{\theta}_1 \cos^2(\theta_1) + L_2 L_3 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2))$$

7.1.6.3. Equações de Lagrange em θ_2

$$\text{III)} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_2} + \frac{\partial V}{\partial \theta_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \frac{m_3}{2}(L_3 \ddot{x}_1 \cos(\theta_2) - L_3 \dot{x}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + L_3 L_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - L_3 L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) - L_3 L_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) + \frac{L_3^2}{2} \ddot{\theta}_2 \cos^2(\theta_2) - \frac{L_3^2}{2} \dot{\theta}_2^2 \sin(2\theta_2)) + I_3 \ddot{\theta}_2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_2} = \frac{m_3}{2}(-\dot{x}_1 L_3 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) - L_3 L_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) - \frac{L_3^2}{4} \dot{\theta}_2^2 \sin(2\theta_2))$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_2} = m_3 g(-L_3/2 \sin(\theta_2)) + \frac{k_5}{2}(x_1 L_3 \cos(\theta_2) + L_2 L_3 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) + \frac{L_3^2}{4} \sin(2\theta_2)) + k_7 \theta_2$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{c_5}{2}(\dot{x}_1 L_3 \cos(\theta_2) + L_3 L_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + \frac{L_3^2}{2} \dot{\theta}_2 \cos^2(\theta_2))$$

7.1.7. Sistema Linear

Reorganizando as expressões I, II e III para a forma $[A] \cdot [Z] = [F]$, na qual o vetor z contém as acelerações que se deseja obter, obtemos:

$$[A] = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m_3 & \frac{m_2 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) + 2 \cdot m_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1)}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2)}{2} \\ \frac{(m_2 + 2 \cdot m_3) \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1)}{2} & I_2 + \frac{L_2^2 \cdot \cos^2(\theta_1) + (\frac{m_2}{2} + 2 \cdot m_3)}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)}{2} \\ \frac{L_3 \cdot \cos(\theta_2) \cdot m_3}{2} & \frac{m_3 \cdot L_3 \cdot L_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)}{2} & I_3 + \frac{m_3 \cdot L_3^2 \cdot \cos^2(\theta_2)}{4} \end{bmatrix}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_2}{2} \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) \right) + \frac{m_1}{2} \cdot (2 \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1)) + L_3 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(\theta_2) - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x_1 \cdot (k_1)(k_2)) + ((2 \cdot x_1) + (L_2 \cdot \sin(\theta_1))) \cdot (k_3 + k_4) \\ + k_5 \cdot (2 \cdot x_1 + 2 \cdot L_2 \cdot \sin(\theta_1 + L_3 \cdot \sin(\theta_2))) - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \dot{x}_1 \cdot (c_1 + c_2)) + (2 \cdot \dot{x}_1 + L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1)) \cdot (c_3 + c_4) + c_5 \\ \cdot (2 \cdot \dot{x}_1 + 2 \cdot L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_3 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2)) \\ \\ \left(\frac{-m_2}{2} \cdot \left(\frac{-1}{4} \cdot L_2^2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_1) \right) \right) - \frac{m_1}{2} \cdot (-L_2^2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_1) - L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2)) - m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{-L_2}{2} \cdot \sin(\theta_1) \right) - m_3 \cdot g \\ \cdot \left(\frac{-L_2}{2} \cdot \sin(\theta_1) \right) - \frac{1}{2} \cdot (k_3 + k_4) \cdot (L_2 \cdot x_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^{3/4} \cdot \sin(2 \cdot \theta_1)) - \frac{k_5}{2} \cdot (2 \cdot L_2 \cdot x_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_1) + L_2 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_1) \\ \cdot \sin(\theta_2)) - k_6 \cdot \theta_1 - \frac{1}{2} \cdot (c_3 + c_4) \cdot (L_2 \cdot \dot{x}_1 \cdot \cos(\theta_1) + L_2^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega_1 \cdot \cos^2(\theta_1)) - \frac{c_5}{2} \\ \cdot (2 \cdot L_2 \cdot \dot{x}_1 \cdot \cos(\theta_1) + 2 \cdot L_2^2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1)^2 + L_2 \cdot L_3 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2)) \\ \\ \left(\frac{-m_1}{2} \cdot (-L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) - \frac{L_3^2}{4} \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_2)) \right) - m_3 \cdot g \cdot \left(\frac{-L_3}{2} \cdot \sin(\theta_2) \right) - \frac{1}{2} \cdot k_5 \\ \cdot (x_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2) + L_2 \cdot L_3 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + \frac{1}{4} \cdot L_3^2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_2)) - k_7 \cdot \theta_2 - \frac{c_5}{2} \\ \cdot (\dot{x}_1 \cdot L_3 \cdot \cos(\theta_2) + L_3 \cdot L_2 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + \frac{L_3^2}{2} \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2)^2) \end{bmatrix}$$

Com esses dados, é possível calcular o sistema linear para determinar as acelerações armazenadas em z. A resolução desse sistema foi implementada no programa octave.

7.2. CÓDIGOS

7.2.1. Introdução

Essa segunda etapa do apêndice contém as linhas de código dos quatro arquivos onde é realizada a simulação, conforme já explicitado ao longo desse relatório, aplicáveis no software Octave.

7.2.2. Dummy_v2.m

```
%% SISTEMA 2: DUMMY COMERCIAL
```

```
%Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
```

```
%PMR3302 - Sistemas Dinâmicos I para Mecatrônica (2022)
```

```
%Autores: Caio Felipe dos Santos Oliveira NUSP:11808151
```

```
% Gabriel Ranieri Vaz de Lima NUSP:11804442
```

```
%Vamos analisar o modelo proposto para o dummy
```

```
%O modelo possui 3 graus de liberdade: o deslocamento longitudinal da massa 1,
```

```
%o deslocamento angular da massa 2 em relação à 1 e o deslocamento angular da massa 3 em relação à 2;
```

```
%%
```

```
close all; clear all; clc
```

```
global k c m L I g Accelhead
```

```
%% Dados de entrada
```

```
Nvar=3; % #variaveis
```

```
Nspring=7; % #molas
```

```
Ndumper=5; % #amortecedores
```

```

k = [2000 ,    58860 , 39240 , 2500,        2500, 380 , 200 ]; # Rigidez [N/m]
c = [92.57, 501.26, 537.76, 67.87, 23.5]; # Amortecimento [Ns/m]
m = [26.489, 45.730, 5.481]; # Massa [Kg]
L = [0.565, 0.565, 0.344]; # Comprimento das barras delgadas
g = 9.81; # Aceleração da gravidade [m/s^2]
I=[]; # Momento de inércia calculado no centro de gravidade das massas [Kg m^2]
for Index = 1:Nvar
    I = [ I; m(Index)*(L(Index)**2)/12];
end
% Condições iniciais (i.c.)
Y0 = [0, 0., 0.]; # deslocamento inicial [m]
V0 = [ 13.33, 0, 0]; # velocidade inicial [m/s] - 48 km/h

# Organizando vetor de i.c. para ODE45
y0=[];
for Index=1:Nvar
    y0= [ y0; Y0(Index); V0(Index)];
end

% Tempo de simulação do problema
tspan = 0:0.001:1.4; % intervalo de tempo [s]

%% Solução do problema
options = odeset('OutputFcn',@AccHeadDef,'MaxStep',0.001);
[T,Y] = ode45(@dydt,tspan,y0,options);

% Cálculo do HIC a partir da aceleração da cabeça
HICMAX1 = hicN(Accelhead,15);
disp('O HIC do sistema possui valor de'),disp(HICMAX1);

%% Plot resultados
figure(1)
plot(T, [Y(:,1) Y(:,3) Y(:,5)])
grid
str = {'x1','theta1', 'theta2'};
h=legend(str, 'Location', 'northeast');
set(h,'FontSize',12);

```

```

xlabel('Time [s]')
ylabel('Displacement Response')

figure(2)
plot( T,[Y(:,2) Y(:,4) Y(:,6)])
grid
str = {'v_{x1}', 'v_{theta1}', 'v_{theta2}'};
h=legend(str, 'Location', 'northeast');
set(h,'FontSize',12);
xlabel('Time [s]')
ylabel('Displacement Response')

```

```

figure(3)
plot(T,Accelhead)
grid
xlabel('Time [s]')
ylabel('Head Acceleration [g]')
title(['HIC:', num2str(HICMAX1)])

```

7.2.3. dydt.m

```

function ydot = dydt(t,y)
%Equações Diferenciais Ordinárias do Sistema
%As acelerações são calculadas a partir da resolução de um sistema linear gerado pela
aplicação das equações de Lagrange no sistema proposto para o Dummy
global k c m L l g Accelhead
ydot = zeros(6,1);
%Velocidades
ydot(1) = y(2);
ydot(3) = y(4);
ydot(5) = y(6);

A = [(m(1)+m(2)+m(3)), 1/2 * (m(2)*L(2)*cos(y(3))+2*m(3)*L(2)*cos(y(3))), 1/2 *
(m(3)*L(3)*cos(y(5)));
1/2*(m(2)+2*m(3))*L(2)*cos(y(3)), l(2) + 1/2 * L(2)**2 * cos(y(3))**2 * (m(2)/2 + 2*m(3)),
1/2 * m(3)*L(3)*L(2)*cos(y(3))*cos(y(5));
1/2*L(3)*cos(y(5))*m(3), 1/2*m(3)*L(3)*L(2)*cos(y(3))*cos(y(5)), l(3)+ 1/4*m(3)*L(3)**2 *
cos(y(5))**2];

```


$$\begin{aligned}
C = & [(m(2)/2 * (L(2)*y(4))^{**2} * \sin(y(3))) + m(3)/2 * (2*L(2)*y(4))^{**2} * \sin(y(3)) + L(3)*y(6))^{**2} * \\
& \sin(y(5))] - \frac{1}{2} * (2*y(1)*(k(1)+k(2)) + (2*y(1)+L(2)*\sin(y(3)))*(k(3)+k(4))+k(5)*(2*y(1)+2*L(2)*\sin(y(3))+L(3)*\sin(y(5)))) - \frac{1}{2} \\
& *(2*y(2)*(c(1)+c(2))+(2*y(2)+L(2)*y(4)*\cos(y(3)))*(c(3)+c(4))+c(5)*(2*y(2)+2*L(2)*y(4)*\cos(y(3))+L(3)*y(6)*\cos(y(5))))), \\
& (-m(2)/2 * (-1/4 * L(2)^{**2} * y(4)^{**2} * \sin(2*y(3))) - m(3)/2 * (-L(2)^{**2} * y(4)^{**2} * \sin(2*y(3))- \\
& L(3)*L(2) * y(6)^{**2} * \cos(y(3))*\sin(y(5))) - m(2)*g * (-L(2)/2 * \sin(y(3))) - m(3)*g * (-L(2)/2 \\
& * \sin(y(3))) - \frac{1}{2} * (k(3)+k(4))*(L(2)*y(1)*\cos(y(3))+L(2)^{**2}/4 * \sin(2*y(3))) - k(5)/2 * \\
& (2*L(2)*y(1)*\cos(y(3)) + L(2)^{**2} * \sin(2*y(3))+L(2)*L(3) * \cos(y(3)) * \sin(y(5))) - k(6)*y(3) - \frac{1}{2} * \\
& (c(3)+c(4)) * (L(2)*y(2)*\cos(y(3))+L(2)^{**2}/2 * y(4)*\cos(y(3))^{**2}) - c(5)/2 * \\
& (2*L(2)*y(2)*\cos(y(3)) + 2*L(2)^{**2} * y(4)*\cos(y(3))^{**2} + L(2)*L(3)*y(6)*\cos(y(3)) * \cos(y(5)))), \\
& (-m(3)/2 * (-L(3)*L(2)*y(4)^{**2} * \sin(y(3))*\cos(y(5))) - L(3)^{**2}/4 * y(6)^{**2} * \sin(2*y(5))) - \\
& m(3)*g * (-L(3)/2 * \sin(y(5))) - \frac{1}{2} * k(5)*(y(1)*L(3)*\cos(y(5))+L(2)*L(3)*\sin(y(3))*\cos(y(5))) + \frac{1}{4} * \\
& L(3)^{**2} * \sin(2*y(5))) - k(7)*y(5) - c(5)/2 * (y(2)*L(3)*\cos(y(5))+L(3)*L(2)*y(4)*\cos(y(3))*\cos(y(5))+L(3)^{**2}/2 * y(6)*\cos(y(5))^{**2})];
\end{aligned}$$

B = A\C; # Resolução do sistema Linear AB=C

% Acelerações

ydot(2) = B(1);

ydot(4) = B(2);

ydot(6) = B(3);

end

7.2.4. AccHeadDef.m

function status = AccHeadDef(t,y,flag)

% 'OutputFnc' is an option in ODE45 and it has a closed format:

% input variables: time(t), output of ODE45(y), and state information (flag)

% = 'init' in the first step (initialization state),

% = 'done' in the last step (final state),

% = [] in all other steps)

%A 'OutputFnc' é implementada para o cálculo da aceleração da cabeça do dummy

%e a armazena em Accelhead

global k c m L l g Accelhead

switch(flag) %flag — Current status of the algorithm

case 'init' % 'init' — Initialization state

fprintf('start\n');

Accelhead = zeros(1,1);

case 'done' % 'done' — Final state

fprintf('done\n');

case " % [] - empty flag

A = [(m(1)+m(2)+m(3)), 1/2 * (m(2)*L(2)*cos(y(3))+2*m(3)*L(2)*cos(y(3))), 1/2 * (m(3)*L(3)*cos(y(5)))];

1/2*(m(2)+2*m(3))*L(2)*cos(y(3)), l(2) + 1/2 * L(2)**2 * cos(y(3))**2 * (m(2)/2 +2*m(3)), 1/2 *m(3)*L(3)*L(2)*cos(y(3))*cos(y(5));

1/2*L(3)*cos(y(5))*m(3), 1/2*m(3)*L(3)*L(2)*cos(y(3))*cos(y(5)), l(3)+ 1/4*m(3)*L(3)**2 * cos(y(5))**2];

C = [(m(2)/2 * (L(2)*y(4)**2 * sin(y(3))) + m(3)/2 * (2*L(2)*y(4)**2 * sin(y(3)) + L(3)*y(6)**2 * sin(y(5))) - 1/2 * (2*y(1)*(k(1)+k(2)) + (2*y(1)+L(2)*sin(y(3)))*(k(3)+k(4))+k(5)*(2*y(1)+2*L(2)*sin(y(3))+L(3)*sin(y(5)))) - 1/2 * (2*y(2)*(c(1)+c(2))+(2*y(2)+L(2)*y(4)*cos(y(3)))*(c(3)+c(4))+c(5)*(2*y(2)+2*L(2)*y(4)*cos(y(3))+L(3)*y(6)*cos(y(5))))),

(-m(2)/2 *(-1/4 *L(2)**2 *y(4)**2 *sin(2*y(3))) - m(3)/2 *(-L(2)**2 *y(4)**2 *sin(2*y(3))- L(3)*L(2) * y(6)**2 *cos(y(3))*sin(y(5))) -m(2)*g *(-L(2)/2 *sin(y(3))) - m(3)*g*(-L(2)/2 *sin(y(3))) - 1/2 * (k(3)+k(4))*(L(2)*y(1)*cos(y(3))+L(2)**2/4 *sin(2*y(3))) - k(5)/2 * (2*L(2)*y(1)*cos(y(3)) + L(2)**2 *sin(2*y(3))+L(2)*L(3) *cos(y(3)) *sin(y(5))) - k(6)*y(3) - 1/2 * (c(3)+c(4)) * (L(2)*y(2)*cos(y(3))+L(2)**2 /2 * y(4)*cos(y(3))**2) - c(5)/2 * (2*L(2)*y(2)*cos(y(3)) + 2*L(2)**2 *y(4)*cos(y(3))**2 +L(2)*L(3)*y(6)*cos(y(3)) *cos(y(5))))),

(-m(3)/2*(-L(3)*L(2)*y(4)**2 *sin(y(3))*cos(y(5))- L(3)**2 /4 *y(6)**2 *sin(2*y(5))) - m(3)*g*(-L(3)/2 *sin(y(5)))-1/2*k(5)*(y(1)*L(3)*cos(y(5))+L(2)*L(3)*sin(y(3))*cos(y(5))+1/4 * L(3)**2 *sin(2*y(5)))-k(7)*y(5)-c(5)/2 *(y(2)*L(3)*cos(y(5))+L(3)*L(2)*y(4)*cos(y(3))*cos(y(5))+L(3)**2 /2 *y(6)*cos(y(5))**2)];

B = A\C; #Resolução do sistema Linear AB=C

x_dot2 = B(1); #Aceleração longitudinal da massa 1

theta1 = y(3); #Deslocamento angular da massa 2 em relação a 1

theta2 = y(5); #Deslocamento angular da massa 3 em relação a 2

```

theta1_dot = y(4); #Velocidade angular da massa 2 em relação a 1
theta2_dot = y(6); #Velocidade angular da massa 3 em relação a 2
theta1_dot2 = B(2); #Aceleração angular da massa 2 em relação a 1
theta2_dot2 = B(3); #Aceleração angular da massa 3 em relação a 2

% Aceleração da cabeça do Dummy [g]
Accelhead = [Accelhead; (x_dot2 +
L(2)*theta1_dot2*cos(theta1)-L(2)*theta1_dot**2*sin(theta1)+L(3)/2
*theta2_dot2*cos(theta2)-L(3)/2 * theta2_dot**2 * sin(theta2))/g];
status = 0;
end

```

7.2.5. hicN.m

```

function HIC = hicN(acc,n)
%Esta função é responsável pelo cálculo do HIC do sistema
%Calcula a área da curva da aceleração em determinado intervalo pela soma de Riemann
%Referência:
http://newb.kettering.edu/wp/experientialcalculus/wp-content/uploads/sites/15/2017/05/crash-safety-test.pdf

%Recebe dois parâmetros de entrada:
%acc: vetor contendo os valores das acelerações (Accelhead para o Dummy)
%n: tamanho do intervalo em ms para a aceleração média (padrão desse trabalho: 15)

hicMax = 0; # O valor máximo de HIC é armazenado nessa variável
for i = 1:length(acc)-(n-1) # Todos os intervalos possíveis de tamanho n ms
    RiemannSum = 0;
    for j = i:i+(n-1) #Soma de Riemann para um intervalo
        RiemannSum += acc(i) ;
    endfor
    hic = 0.001*(n)*(abs(RiemannSum/(n)))**(2.5); #Valor de HIC para aquele intervalo [s
g^(2.5)]
    if (hic > hicMax) #HIC máximo
        hicMax = hic;
    endif
endfor
HIC = hicMax; #Retorna HIC máximo

```

endfunction