R3: Solución del reto F1017B

Table of Contents

| Abstract | 1 |
|--|----------|
| Introducción | |
| Métodos | |
| Funcionamiento de Prototipo. | 3 |
| Soluciones analíticas de la mecánica de la varilla | 5 |
| Etapa de aceleración EDO dv/dt | |
| Etapa de Frenado EDO dv/dt | |
| EDO dx/dt | |
| EDO dv/dx | 7 |
| | |
| EDO dF/dx | 8 |
| Resultados | |
| Simulación de la cinemática de la varilla en tres trayectos | |
| Aceleración (imanes) y velocidad constante (entre los imanes y el solenoide) | |
| Frenado (solenoide) | 14 |
| | |
| | |
| | |
| Frenado (solenoide) | 14 20 |

Abstract

El campo magnético es una propiedad del espacio, que se genera debido a una propiedad de las partículas llamada spin. En este espacio se llevan a cabo fenómenos magnéticos cuando hay una influencia de algún material con propiedades ferromagnéticas. Este experimento consistió en la construcción de un prototipo de motor lineal de corriente directa, donde una varilla se desplaza por dos rieles alimentados con corriente directa, y por encima de 10 imanes de ferrita. Por medio de la modelación y las simulaciones realizadas, resultó que la varilla adquiere una aceleración de 0.0517 durante la presencia de campo magnético y posteriormente al llegar al solenoide, cambia la dirección de su aceleración hasta llegar a una valor de cero; además inicia aumentado su velocidad de manera constante hasta llegar a 0.1431 m/s y al entrar en el trayecto del solenoide disminuye exponencialmente hasta parar; y por último, en la posición recorre 0.2430 m en 3.2 s durante la aceleración y en el frenado recorre 0.022 m en 1.05 s. Para finalizar, este trabajo tiene implicaciones en el entendimiento del diseño de ciertos medios de transporte como las líneas ferroviarias, maquinaria en la industria y otras aplicaciones en la vida cotidiana.

Introducción

El magnetismo es una propiedad que poseen ciertos materiales, como los imanes, los cuales ejercen fuerzas de atracción y repulsión a cierta distancia sobre otros materiales y, además, producen corrientes eléctricas inducidas (Real Academia Española, 2022). Todos los imanes cuentan con dos extremos denominados polos; un extremo es el polo Norte (N) mientras que el otro es el polo Sur (S). Cuando dos imanes se acercan y sus polos son iguales, se repelen y si los polos son diferentes entonces se atraen (Blas & Serrano Fernández, n.d.).

En lo que respecta al magnetismo, hay un vector conocido como campo magnético B, el cual está representado por sus líneas de campo de forma que en cada punto del espacio el campo es tangente a esas líneas. Es

importante destacar que los polos magnéticos nunca se pueden dar por separado, debido a que sus líneas de campo son cerradas pues salen del polo Norte y entran por el polo Sur (Blas & Serrano Fernández, n.d.).

Los campos magnéticos se crean como consecuencia del movimiento de las cargas eléctricas, por tanto, el campo magnético B se define en función de la fuerza ejercida sobre las cargas móviles en la ley de la fuerza de Lorentz. Por esta razón, en este espacio se llevan a cabo fenómenos magnéticos cuando hay una influencia de algún material que tiene propiedades magnéticas (Nave, 2010). El comportamiento de un material en presencia de un campo magnético dependerá de una propiedad que tienen todos los electrones: el spin. Cuando algún material tiene propiedades ferromagnéticas, significa que todos sus espines están alineados en la misma dirección y esto es lo que les otorga esta propiedad (Blas & Serrano Fernández, n.d.).

André Ampére fue quien formuló las leyes cuantitativas para calcular la fuerza magnética entre conductores, en donde fluye corriente eléctrica. Posteriormente en 1820 Michael Faraday y Joseph Henry demostraron que se puede producir una corriente eléctrica moviendo un imán cerca de un circuito o cambiando la corriente eléctrica a un circuito que se situase cerca. Debido a esto se confirmó que un campo magnético produce un campo eléctrico. Tiempo después James Clerk Maxwel demostró que un campo eléctrico variable origina un campo magnético, y este fenómeno se define como electromagnetismo. (Universidad Peruana Cayetano Heredia, n.d.).

La inducción electromagnética consiste en la generación de un campo eléctrico, mediante un campo magnético que varía en el tiempo. Al obtener un campo eléctrico, se obtendrá por consiguiente una corriente eléctrica. Por tanto, la inducción electromagnética fue lo que permitió convertir energía mecánica en energía eléctrica. Los principales usos de este fenómeno son en motores, generadores eléctricos, transformadores, el calentamiento por inducción, soldadura, frenado magnético (Rodríguez, 2006).

Por último, un motor lineal es un motor eléctrico que genera un movimiento lineal. Este tipo de motores se diferencia de los motores rotativos en que por la parte activa circula una corriente eléctrica, y por la parte que se mantiene inmóvil proporciona un campo magnético ocasionado la mayoría de las veces por imanes permanentes. Este tipo de actuadores no necesitan elementos de transmisión como cadenas o cintas, por lo que se puede implementar directamente un movimiento, a lo que se le llama accionamientos directos. Algunas de sus aplicaciones son en el área de la industria de transporte, la aeronáutica y las armas. Su aplicación más común es en medios de transporte como en las líneas ferroviarias o en trenes subterráneos y también en montañas rusas (Planas, 2017).

Métodos

Con la finalidad de construir y modelar matemáticamente un prototipo de transporte basado en un motor lineal electromagnético, se estudió el campo magnético, el flujo magnético, la segunda ley de Newton, la ley de Faraday, entre otros conceptos importantes.

El experimento fue llevado a cabo en aproximadamente 1 hora 30 minutos y todos los materiales que se utilizaron fueron comprados en tiendas especializadas como Home Depot o Steren. La construcción del prototipo tomó 1 hora aproximadamente mientras que la toma de mediciones tomó 30 minutos.

Materiales y procedimiento

Para la realización del prototipo se utilizaron los siguientes materiales:

• 10 piezas de imanes de ferrita (47mm x 2mm x 9mm) (largo x ancho x grueso)

- 1 tabla rectangular de madera (400mm x 90mm x 20mm) (largo x ancho x grueso)
- 2 piezas de soldadura 0\% plata cluxter
- 1 paquete de termopar de boiler para gas LP (alcanza para 7 prototipos)
- Segueta
- Fuente de voltaje
- Pegamento blanco
- Regla de Vernier
- 2 caimanes eléctricos
- Tracker
- Excel

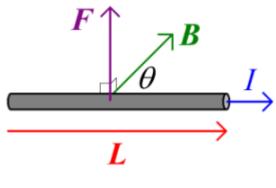
El prototipo consiste en 2 rieles sobre un camino de imanes de ferrita colocados en una estructura de madera. Los pasos para realizarlo fueron los siguientes:

- 1. Colocar en los dos extremos de la tabla de madera 2 bloques extra de madera, los cuales servirán para colocar los rieles.
- 2. Hacer dos cortes en cada bloque de madera, de manera que los rieles se acerquen lo más posible a los imanes (a 1 cm).
- 3. Tomar mediciones para que los 10 imanes queden entre los 2 bloques y que el espacio entre estos sea siempre la misma.
- 4. Una vez hechas las mediciones, pegar los imanes con pegamento blanco a la tabla de madera.
- 5. Colocar los dos rieles sobre los cortes que se hicieron con la segueta.
- 6. Encender la fuente de voltaje y configurarlo a una corriente de 1.1 A.
- 7. Colocar los caimanes en cada extremo de los rieles.
- 8. Poner la varilla en los rieles y empezar a grabar cuando ésta se empiece a mover.
- 9. Subir los videos a Tracker para tomar las mediciones.
- 10. Importar los datos a Matlab para poder empezar a graficar.

Funcionamiento de Prototipo

Este prototipo consiste en un motor lineal, el cual está conformado por una tabla de madera con dimensiones de 400mm x 90mm x 20mm (largo x ancho x grueso). Sobre esta tabla se colocan 10 imanes y en este caso, cada imán tiene una separación de 5 mm. Además, sobre esta tabla están dos maderas (una a cada extremo donde terminan los imanes), las cuales contienen una abertura de la misma longitud del imán, es decir de 47 mm. Sobre estas aberturas están colocadas dos soldaduras que atraviesan ambos extremos del imán, y están colocadas muy cerca de ellos. Estas soldaduras tienen la funcionalidad de unos rieles, por los que se traslada una varilla de cobre y por eso es muy importante que las soldaduras estén cerca de los imanes.

El funcionamiento de este prototipo se basa en dos etapas: aceleración y frenado. En la etapa de la aceleración, la varilla de cobre se coloca en un extremo de los rieles. Posteriormente, se les proporciona corriente con una fuente de voltaje (en nuestro caso utilizamos una corriente de 1.1 A), en donde un riel se conecta al polo positivo de la fuente y el otro al polo negativo. Al comenzar a fluir corriente eléctrica por los rieles se genera una fuerza debido al campo magnético de los imanes. Esta fuerza es una fuerza magnética y es el resultado de la multiplicación de la corriente proporcionada por el producto cruz del largo de la varilla que está sumergida en un campo magnético (en nuestro caso sería lo largo del imán) y el campo magnético.



$$F_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

- F_B = Fuerza Magnética [N]
- *I* = Corriente [Amperes]
- L = Vector longitud de la varilla que está sumergida en el campo magnético [m]
- B = Vector campo magnético generado por los imanes [T]

Esta fuerza magnética ocasiona que la varilla obtenga un cambio de velocidad en la dirección de la fuerza magnética ejercida, debido a la segunda ley de Newton.

$$F = m * a$$

$$a = \frac{\nabla v}{\nabla t}$$

$$F = m * \frac{\nabla v}{\nabla t}$$

- *F* = Fuerza [N]
- m = Masa de la varilla [kg]
- $a = \text{Aceleración de la varila } \left[\frac{m}{s^2} \right]$
- $\nabla v = \text{Velocidad de la varilla } \left[\frac{m}{s} \right]$
- $\nabla t = \text{Tiempo [s]}$

En la etapa de frenado se coloca un solenoide para provocar que la varilla frene en una distancia de 22 milímetros (distancia de un imán), además los rieles ya no están alimentados con corriente directa. Durante esta etapa, la varilla continúa trasladándose, pero ahora ese movimiento genera un cambio de área, y con el campo magnético del solenoide se genera un cambio en el flujo magnético debido a la ley de Gauss.

$$\phi B = \int B * dA$$

- ϕB = Flujo magnético
- B = Campo magnético
- *A*= Área

Este cambio de flujo magnético genera un voltaje inducido de acuerdo con la ley de Faraday.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi B}{dt}$$

 ε = Voltaje inducido

Este voltaje genera una corriente inducida debido a la ley de Ohm.

$$\varepsilon = I_{\text{inducida}} * R$$

$$I_{\text{inducida}} = \frac{\epsilon}{R}$$

 ε = Voltaje inducido

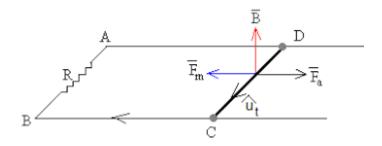
 I_{inducida} = Corriente inducida

R = Resistencia

Esta corriente con el campo magnético del solenoide y el largo de la varilla, dan lugar a una fuerza en dirección contraria al movimiento de la varilla de acuerdo con la ley de Lenz.

$$-F = IL \times B_{\text{solenoide}}$$

- F_B = Fuerza Magnética [N]
- *I* = Corriente [Amperes]
- L = Vector longitud de la varilla que está sumergida en el campo magnético [m]
- B = Vector campo magnético generado por el solenoide [T]



Soluciones analíticas de la mecánica de la varilla

Para solucionar cada una de las ecuaciones diferenciales ordinarias, se utilizó el método analítico de separación de variables. En el siguiente apartado se muestra cómo fueron solucionadas paso a paso.

Etapa de aceleración EDO dv/dt

La EDO que se resolvió fue la siguiente:

$$F = m * \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$$

Aplicando el método de separación de variables:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{F_B}{m}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{F_B}{m}$$

$$d\mathbf{v} = \frac{F_B}{m} dt$$

$$\int_{\mathbf{v}i}^{\mathbf{v}f} d\mathbf{v} = \frac{F_B}{m} \int_{0}^{\mathbf{t}f} dt$$

$$\mathbf{v}f - \mathbf{v}i = \frac{F_B}{m} (\mathbf{t}f - 0)$$

$$\mathbf{v}f - \mathbf{v}i = \frac{F_B}{m} t$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}i + \frac{F_B}{m} t$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}i + \frac{1}{m} \left(\overrightarrow{IL} \times \overrightarrow{B} \right) t$$

$$\beta = \frac{1}{m} \left(\overrightarrow{IL} \times \overrightarrow{B} \right)$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}i + \beta t$$

Etapa de Frenado EDO dv/dt

La EDO que se resolvió fue la siguiente:

$$F = m * \frac{d}{dt}v$$

Aplicando el método de separación de variables:

$$-\left(\frac{|\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 * l^2}{m * R}\right) = \frac{1}{v} \frac{d}{dt} v$$

$$\beta = -\left(\frac{|\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 * l^2}{m * R}\right)$$

$$\frac{1}{v} \frac{d}{dt} v = \beta$$

$$\frac{1}{v} dv = \beta dt$$

$$\int_{v_i}^{v_f} \frac{1}{v} dv = \int_0^t \beta dt$$

$$\ln|v|_{v_i}^{v_f} = \beta t_0^t$$

$$\ln(v_f) - \ln(v_i) = \beta * t$$

$$\ln\left(\frac{v_f}{v_i}\right) = \beta * t$$

$$\frac{v_f}{v_i} = e^{\beta * t}$$

$$v(t) = v_i * e^{\beta * t}$$

$$t = \frac{\ln(v_f) - \ln(v_i)}{\beta}$$

EDO dx/dt

La EDO que se resolvió fue la siguiente:

$$F = m * \frac{d^2}{dt^2} x$$

Aplicando el método de separación de variables:

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$v_f = v_i * e^{\beta * t}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_i * e^{\beta * t}$$

$$dx = \left(v_i * e^{\beta * t}\right) dt$$

$$\int dx = v_i \int (e^{\beta * t}) dt$$

$$\int_{x_i}^{x_f} dx = v_i \int_0^t (e^{\beta * t}) dt$$

$$x_f - x_i = \frac{v_i}{\beta} (e^{\beta * t}) dt \int_0^t (e^{\beta * t}) dt$$

$$x_f - x_i = \frac{v_i}{\beta} [(e^{\beta * t}) - (e^{\beta * 0})]$$

$$x(t) = x_i + \frac{V_i}{\beta} [(e^{\beta * t}) - 1]$$

EDO dv/dx

La EDO que se resolvió fue la siguiente:

$$F_B = m * v * \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}$$

Aplicando el método de separación de variables:

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s} = \frac{F_B}{m} * \frac{1}{v}$$

$$v \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s} = \frac{F_B}{m}$$

$$v \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s} = \frac{F_B}{m}$$

$$v \frac{F_B}{m} \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}s}$$

$$\frac{v_f^2}{2} - \frac{v_i^2}{2} = \frac{F_B}{m} (s_f - s_i)$$

$$\frac{v_f^2}{2} - \frac{v_i^2}{2} = \frac{F_B}{m} (s_f - s_i)$$

$$\frac{v_f^2}{2} = \frac{v_i^2}{2} + \frac{F_B}{m} (s_f - s_i)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 * \frac{F_B}{m} * (s_f - s_i)$$

$$v(s) = \sqrt{v_i^2 + 2 * \frac{F_B}{m} * (s_f - s_i)}$$

$$v(s) = \sqrt{v_i^2 + 2 * \frac{\left(I \vec{L} \times \vec{B}\right)}{m} * (s_f - s_i)}$$
$$\beta = \frac{1}{m} \left(I \vec{L} \times \vec{B}\right)$$
$$v(s) = \sqrt{v_i^2 + 2\beta * (s_f - s_i)}$$

EDO dF/dx

$$F = m * a$$

$$a = \beta * v(x)$$

$$\beta = -\left(\frac{|\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 * l^2}{m * R}\right)$$

$$\left[F = m * \beta * v(x)\right] * \frac{d}{dx}$$

$$\frac{dF}{dx} = m * \beta * \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dF}{dx} = m * \beta * \beta$$

$$dF = m * \beta^2 * dx$$

$$\int_{F_i}^{F_f} dF = m * \beta^2 \int_{x_i}^{x_f} dx$$

$$Ff - Ff = m * \beta^2 (xf - x_i)$$

$$F(x) = F_i + m * \beta^2 (xf - x_i)$$

Resultados

Simulación de la cinemática de la varilla en tres trayectos Importación de mediciones

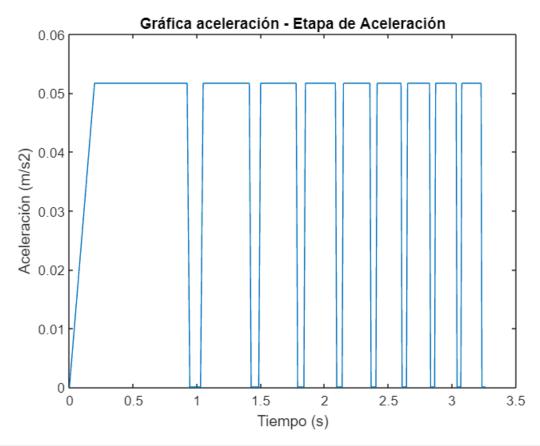
```
opts = delimitedTextImportOptions("NumVariables", 4);
% Specify range and delimiter
opts.DataLines = [3, Inf];
opts.Delimiter = "\t";
% Specify column names and types
opts.VariableNames = ["t", "x", "v", "a"];
opts.VariableTypes = ["double", "double", "double", "double"];
% Specify file level properties
opts.ExtraColumnsRule = "ignore";
opts.EmptyLineRule = "read";
% Import the data
Mediciones2v_t = readtable("/MATLAB Drive/Análisis de sistemas
electromagnéticos en sistemas ingenieriles/Reto/Mediciones2v_t.txt", opts);
arreglo=table2array(Mediciones2v_t);
tiempov=arreglo(:,1);
pos=arreglo(:,2);
vel=arreglo(:,3);
acel=arreglo(:,4);
```

Aceleración (imanes) y velocidad constante (entre los imanes y el solenoide)

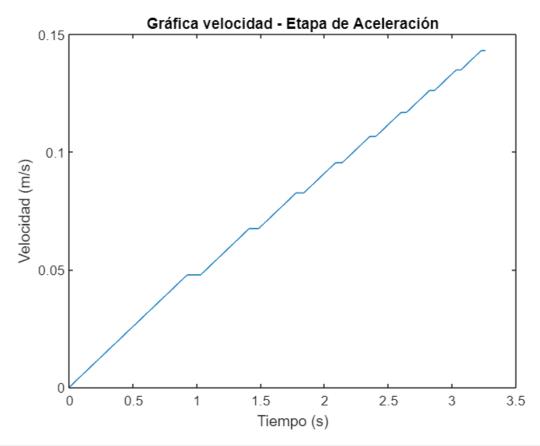
Obtendremos la simulación de la cinemática de la varilla con múltiples imanes, en donde calcularemos la fuerza magnética, el tiempo, la velocidad, el desplazamiento y la aceleración de la varilla, en cada milímetro que recorra (etapa de aceleración). Asumiendo que la fuerza magnética cuando la varilla pasa sobre el imán y sobre la separación entre imanes es constante. Además, para obtener los cálculos y las gráficas de velocidad constante (entre los imanes y el solenoide) estableceremos que la separación entre el último imán y el solenoide es la misma que existe entre los demás imanes (separación de 5 mm).

```
%Condiciones iniciales
m=0.003; %kg
I= 1.1; %A
L=0.047; %m
vi_a=0; %m/s
%Importando múltiples imanes
opts = delimitedTextImportOptions("NumVariables", 27, "Encoding", "UTF-8");
% Specify range and delimiter
opts.DataLines = [8, 8];
opts.Delimiter = ",";
% Specify column names and types
opts.VariableNames = ["Var1", "Var2", "Var3", "Var4", "Var5", "Var6",
"Var7", "Var8", "Var9", "Var10", "Var11", "Var12", "Var13", "Var14",
"Var15", "Var16", "Var17", "Var18", "Var19", "Var20", "Var21", "Var22",
"Var23", "Var24", "Var25", "Var26", "Var27"];
opts.VariableTypes = ["double", "double", "double", "double", "double",
"double", "double", "double", "double", "double", "double",
"double", "double", "double", "double", "double", "double",
"double", "double", "double", "double", "double", "double",
"double"];
% Specify file level properties
opts.ExtraColumnsRule = "ignore";
opts.EmptyLineRule = "read";
% Import the data
Bz = readtable("/MATLAB Drive/Análisis de sistemas electromagnéticos en
sistemas ingenieriles/Reto/Bz.csv", opts);
Bz = table2array(Bz);
%Creando vector de múltiples imanes
campo_iman=[];
for i=1:9
    campo_iman=[campo_iman,Bz];
end
%Inicializando vectores de Fuerza, tiempo, velocidad, desplazamiento y
%aceleración
Fb(1)=0;
```

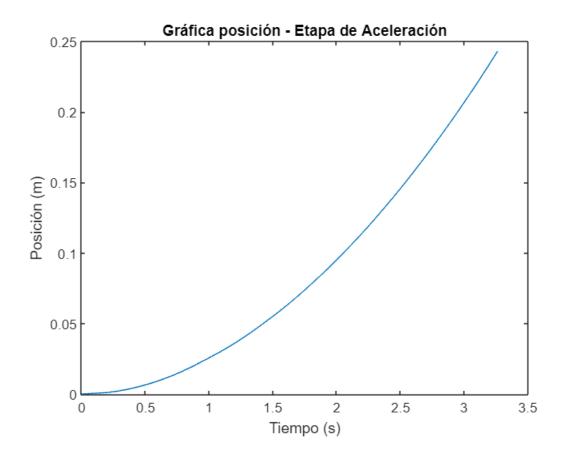
```
tiempo_v(1)=0;
Vf(1)=0;
S(1)=0;
a(1)=0;
%Calculando los valores de los vectores cada milímitro
for i=1:length(campo_iman)
    if campo_iman(i)==0
        %Calculando tiempo
        timeR=0.001/vi_a;
        Fb(i+1)=0;
        %Calculando aceleración
        a(i+1) = Fb(i+1)/m;
    else
        %Calculando velocidad
        Fb(i+1)=I*L*campo_iman(i);
        %Calculando aceleración
        a(i+1) = -Fb(i+1)/m;
        %Calculando tiempo
        at=(1/2)*a(i+1);
        if i==1
            bt=0;
        else
            bt=vi_a;
        end
        ct = -0.001;
        time=roots([at bt ct]);
        for j=1:2
            if time(j)>0
                timeR=time(j);
            end
        end
    end
    tiempo_v(i+1)=tiempo_v(i)+timeR;
    %Calculando velocidad - Etapa de aceleración
    Vf(i+1)=vi_a+(a(i+1))*timeR;
    %Calculando Posición -Etapa de aceleración
    S(i+1)=S(i)+vi_a*timeR+(1/2)*a(i+1)*timeR^2;
    vi_a=Vf(i+1);
end
plot(tiempo_v,a)
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Aceleración (m/s2)")
title("Gráfica aceleración - Etapa de Aceleración")
```



```
plot(tiempo_v,Vf)
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Velocidad (m/s)")
title("Gráfica velocidad - Etapa de Aceleración")
```



```
plot(tiempo_v,S)
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Posición (m)")
title("Gráfica posición - Etapa de Aceleración")
```



Frenado (solenoide)

Cálculo del campo magnético de un selenoide

Para obtener la simulación de la cinemática de la varilla durante la etapa de frenado, en donde debe frenar en la distancia de un imán (es decir en 22 mm) y con un campo magnético ejercido por un solenoide. Primeramente, obtendremos el campo magnético necesario del solenoide, en donde partiendo de la segunda ley de Newton obtendremos una ecuación, que nos permita obtener el valor de este campo necesario.

$$-F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\left[-F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right]\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x}$$

$$-F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$-F = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

$$-\left(\frac{\left|\overline{B}_{\text{solenoide}}\right|^{2} * L^{2}}{R}\right) = mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

$$\alpha = -\left(\frac{\left|\overline{B}_{\text{solenoide}}\right|^{2} * L^{2}}{R}\right)$$

$$\alpha \mathrm{d}x = mv\mathrm{d}v$$

$$\alpha \int_{xi}^{xf} \mathrm{d}x = m\int_{vi}^{vf} v\mathrm{d}v$$

$$\alpha (xf - xi) = m(vf - vi)$$

$$\alpha = \frac{-mvi}{(xf - xi)}$$

Teniendo el valor de alpha, obtendremos el valor del campo magnético del solenoide.

$$\alpha = -\left(\frac{|\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 * L^2}{R}\right)$$

$$-\alpha R = |\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 * L^2$$

$$|\overline{B}_{\text{solenoide}}|^2 = \frac{-\alpha R}{L^2}$$

$$|\overline{B}_{\text{solenoide}}| = \sqrt{\frac{\text{mviR}}{(\text{xf} - \text{xi})L^2}}$$

Ahora calcularemos el valor del campo magnético del solenoide.

```
%Calculando el campo magnético del selenoide
Vol=7.3; %V
I=1.1; %A
R=0.1; % ohm
N=2000; %número de vueltas de la bobina
m=0.003; %kg
vi=0.1518; %m/s
L_varilla=0.047; %m
l_iman=0.009; %m
Bsel=sqrt((m*vi*R)/(0.022*(L_varilla^2)));
```

Ahora al obtener el campo necesario para que la varilla se detenga en la distancia de un imán, calcularemos la corriente necesaria estableciendo una resistencia de ohms y un solenoide de 2000 vueltas.

$$\begin{split} |\overline{B}_{\text{solenoide}}| &= \frac{\mu_0 \text{NI}}{l} \\ \mu_0 \text{NI} &= |\overline{B}_{\text{solenoide}}| l \\ I &= \frac{|\overline{B}_{\text{solenoide}}| l}{\mu_0 N} \end{split}$$

```
%Calculando corriente necesaria
I_sel=(Bsel*l_iman)/((4*pi*1E-7)*N);
```

Para calcular la cinemática de la varilla en el trayecto de frenado partiremos de la segunda ley de Newton y de la función de la velocidad respecto al tiempo.

$$F = m * a$$

$$\alpha * v(t) = m * a$$

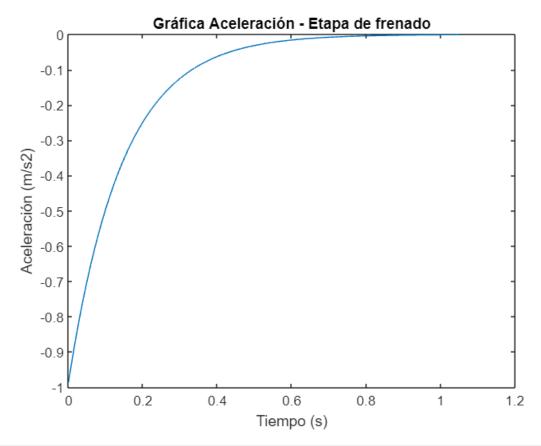
$$v(t) = v_i * e^{\beta * t}$$

$$\beta = \frac{\alpha}{m}$$

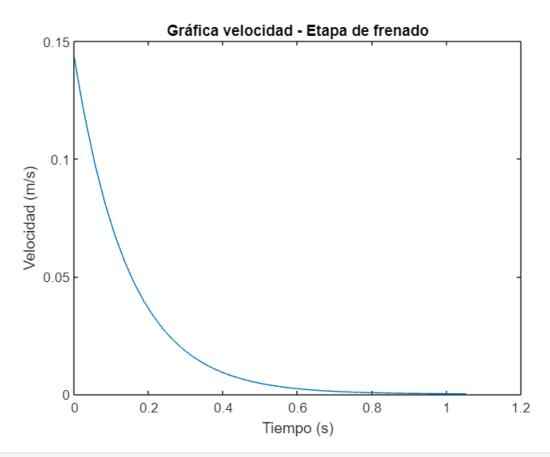
$$a = \beta * v(t)$$

$$a = \beta * v_i * e^{\beta * t}$$

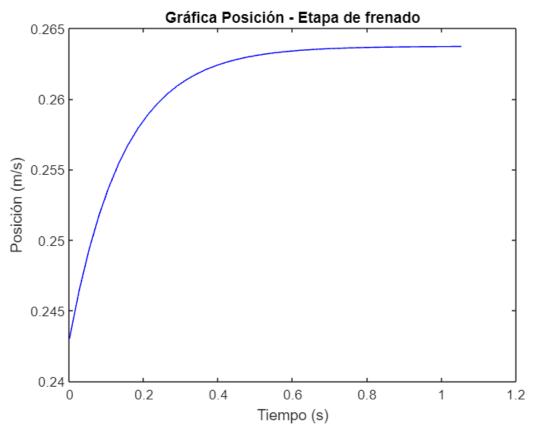
```
%Calculando aceleración - Etapa de frenado
beta = -(Bsel.^2 * L_varilla.^2)/(m .* R);
t_f = (log(0.0001) - log(Vf(end))) / (beta);
af=@(t) beta*Vf(end)*exp(beta*t);
da_an=af([0:0.01:t_f]);
ta=[0:0.01:t_f];
plot(ta,da_an)
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Aceleración (m/s2)")
title("Gráfica Aceleración - Etapa de frenado")
```



```
%Calculando velocidad - Etapa de frenado
beta = -(Bsel.^2 * L_varilla.^2)/(m .* R);
t_f = (log(0.0001) - log(Vf(end))) / (beta);
[tv,vt_ode45] = ode45(@(t,v) beta * v,[0 t_f],Vf(end));
plot(tv,vt_ode45)
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Velocidad (m/s)")
title("Gráfica velocidad - Etapa de frenado")
```

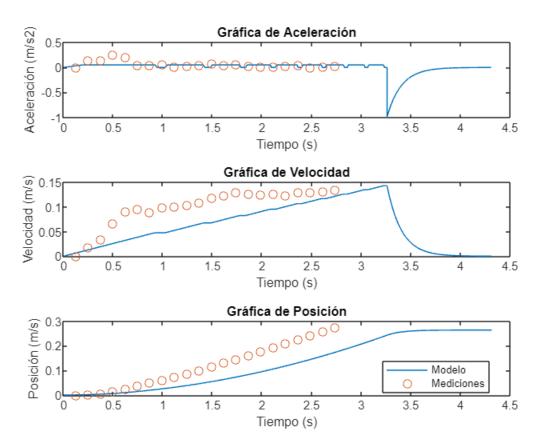


```
%Calculando Posición - Etapa de frenado
beta = -(Bsel.^2 * L_varilla.^2)/(m .* R);
[tp, dx_ode45] = ode45(@(t,x) Vf(end) * exp(beta*t), [0 t_f], S(end));
plot(tp,dx_ode45,'b')
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Posición (m/s)")
title("Gráfica Posición - Etapa de frenado")
%Gráfica Aceleración
tiledlayout(3,1);
```



```
%Gráfica de Aceleración
for i=1: length(ta)
    taf2(i)=tiempo_v(end)+ta(i);
end
ta3=[tiempo_v taf2];
a1=[a da an];
nexttile;
plot(ta3,a1)
hold on
scatter(tiempov,acel);
hold off
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Aceleración (m/s2)")
title("Gráfica de Aceleración")
%Gráfica Velocidad
for i=1:length(tv)
    tv22(i)=tiempo_v(end)+tv(i);
end
t3=[tiempo_v tv22];
v1=[Vf vt_ode45'];
nexttile
plot(t3,v1)
hold on
scatter(tiempov,vel);
```

```
hold off
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Velocidad (m/s)")
title("Gráfica de Velocidad")
%Gráfica Posición
for i=1: length(tp)
    t1(i)=tiempo_v(end)+tp(i);
end
t11=[tiempo_v t1];
s1=[S dx_ode45'];
nexttile
plot(t11,s1)
hold on
scatter(tiempov,pos);
hold off
xlabel("Tiempo (s)")
ylabel("Posición (m/s)")
title("Gráfica de Posición")
legend({'Modelo','Mediciones'},'Location','best')
```



Discusión

• Interpreta los tres gráficos haciendo referencia al prototipo de motor lineal que utilizamos.

En los gráficos de la cinemática de la varilla se pueden observar los trayectos de aceleración, velocidad constante entre imán y el solenoide, y la etapa de frenado.

En el gráfico de la cinemática de aceleración durante los tres trayectos, observamos que la varilla primeramente adquiere una aceleración de 0.0517, la cual permanece constante durante un intervalo de tiempo, esto se debe a que la varilla se encuentra sobre un campo magnético, una corriente, y una longitud constante, cuando está atravesando un imán. Después la varilla desciende hasta tener una aceleración de 0. Esto es debido a que, durante el traslado de la varilla por el espacio entre imanes, el campo magnético es cero, y por consecuencia la fuerza ejercida es 0 N; este comportamiento se presenta 9 veces, debido a que en la etapa de aceleración el prototipo contiene 9 imanes. Asimismo, en esta gráfica podemos observar que a la varilla le toma cada vez menos tiempo el pasar cada imán y espacio entre imanes, ocasionando que en el gráfico de aceleración cada vez que la varilla pasa un imán se note más pequeño el comportamiento. Entre el último imán y el solenoide existe una separación de 5 mm, de manera que la varilla llega con una aceleración de 0, y el solenoide al generar un campo magnético opuesto al que poseen los imanes y la corriente inducida, la varilla presenta una fuerza en dirección contraria a la de su movimiento, ocasionando que al entrar en el trayecto del solenoide cambie rápidamente a una aceleración negativa y conforme pasa el tiempo, la aceleración aumente exponencialmente hasta llegar a 0, en un recorrido de 22 mm.

En el gráfico de la cinemática de velocidad durante los tres trayectos se puede observar que primeramente la varilla comienza a aumentar su velocidad, de manera constante hasta llegar a un momento en donde la velocidad de la varilla comienza a ser constante. Después de cierto tiempo comienza a aumentar de manera constante durante un intervalo de tiempo, y después vuelve a tener velocidad constante durante un pequeño tiempo. Este comportamiento se repite en nueve ocasiones, en donde el aumento de la velocidad de la varilla representa el trayecto en donde está sobre un campo magnético y una corriente que ejercen una fuerza constante, es decir se encuentra sobre un imán (es decir 22 mm). Y en donde se muestra velocidad constante la varilla no se ve afectada por un campo magnético, lo que quiere decir que la varilla está atravesando la distancia que existe entre separación de imanes (la cual es de 5 mm). Además, se puede observar que a medida aumenta la velocidad con la cual se traslada la varilla, el tiempo que se transcurre entre cada imán y cada separación de imán es menor. Entre el último imán y el solenoide existe una separación de 5 mm, de manera que la varilla llega con una velocidad constante al solenoide de 0.1431 m/s, y al llegar a solenoide comienza a disminuir su velocidad de forma exponencial durante 1.053 segundos hasta detenerse completamente en una distancia de 22 mm.

Por último, en el gráfico de la cinemática de posición durante los tres trayectos, observamos primeramente en la etapa de aceleración que la posición de la varilla respecto al tiempo tiene un crecimiento exponencial, de manera que conforme pasa el tiempo la varilla recorre una mayor distancia, esto es debido a que al pasar el tiempo cada vez que la varilla pasa por un imán va aumentando su velocidad, tomando como excepción los trayectos de separación entre imanes ya que posee velocidad constante. Al pasar a la etapa de frenado, la varilla cambia su comportamiento a un exponencial negativo con exponente negativo, en donde debido que reduce su velocidad de forma exponencial, va recorriendo una menor distancia a través del paso del tiempo, cuando se encuentra en el trayecto del solenoide.

De esta manera, durante la etapa de aceleración la varilla recorre un trayecto de 0.2430 metros, en 3.2608 segundos. Y en la etapa de frenado recorre una distancia de 0.022 metros en 1.0530 segundos.

• ¿Qué variable podemos modificar? ¿Cómo influyen en nuestros resultados?

En la etapa de aceleración podemos modificar la masa de la varilla, la corriente que fluye por los rieles, el largo de la varilla que está sumergido en el campo magnético y el campo magnético de los imanes. Si aumentamos la corriente, el largo de la varilla o el campo magnético de los imanes, obtendremos mayor fuerza magnética, y si disminuimos o no modificamos la masa tendremos mayor aceleración, mayor velocidad y distancia recorrida de la varilla en el mismo intervalo de tiempo. Pero si disminuimos la corriente, el largo de la varilla o el campo magnético de los imanes obtendremos menor fuerza magnética, además si aumentamos la masa tendremos menor aceleración, menor velocidad, y menor distancia recorrida en un mismo intervalo de tiempo. En la etapa de frenado podemos modificar las variables de la masa de la varilla, la resistencia de la varilla, el largo de la varilla sumergida en un campo magnético, el ancho del solenoide, el número de vueltas del solenoide, la corriente del solenoide y la distancia en el cual queremos que se detenga la varilla. De manera que si aumentamos el número de vueltas del solenoide y la corriente del solenoide, tendremos un campo magnético mayor en el solenoide, al aumentar este campo, el largo de la varilla sumergido en un campo magnético o en la etapa de aceleración modificamos las variables (masa, corriente, largo de la varilla, o campo de los imanes), de manera que obtengamos una velocidad inicial mayor, obtendremos una mayor aceleración, mayor disminución de velocidad y menor recorrido en un intervalo de tiempo. Ocasionando que la varilla se frene en una menor distancia y en un menor tiempo. Por otra parte, si aumentamos el ancho del solenoide, tendremos menor campo magnético, disminuyendo el campo del solenoide, el largo de la varilla sumergido en un campo magnético, o modificando las variables (masa, corriente, largo de la varilla, o campo de los imanes), de manera que obtengamos una velocidad inicial mayor, así como aumentando la resistencia de la varilla o la masa de la varilla tendremos una menor aceleración, una menor disminución de velocidad, y una mayor distancia recorrida en un intervalo de tiempo. Provocando que la varilla se frene en una mayor distancia y en un mayor tiempo.

• ¿Nuestras simulaciones están de acuerdo con nuestro prototipo?

Al observar las tres gráficas de la cinemática de la varilla durante los tres trayectos y compararlas con las mediciones del experimento realizado, en donde se obtuvieron las mediciones de tiempo, aceleración, velocidad y posición, solamente de las etapas de aceleración y velocidad constante entre imanes y solenoide, se puede observar que en la gráfica de aceleración las mediciones si concuerdan con el modelo encontrado, pero no completamente, ya que al inicio en las mediciones se contiene una mayor aceleración y después disminuye tomando el valor del modelo. En la gráfica de velocidad podemos observar que las mediciones siguen la misma tendencia que el modelo, sin embargo, están por encima del modelo, es decir que, en las mediciones, la varilla adquiere velocidad de manera más rápida. Por último, en la gráfica de posición, se puede visualizar que las mediciones contienen el mismo comportamiento exponencial del modelo, sin embargo, están por encima del modelo, es decir que la varilla en el modelo tarda un poco más de tiempo en recorrer las distancias durante el trayecto. Además, en las tres gráficas se observa que el tiempo donde termina la etapa de aceleración y de velocidad constante es mayor en el modelo a comparación de las mediciones, esto se debe a que no se contemplaron distintos factores como el movimiento rotacional de la varilla, o la fricción. Sin embargo, se puede considerar que son modelos adecuados para modelar el trayecto de la varilla en el prototipo de un motor lineal, ya que contienen el mismo comportamiento que las mediciones.

Bibliografía

- Blas, T. M., & Serrano Fernández, A. (n.d.). Magnetismo. Introducción. Universidad Politécnica de Madrid. https://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/magnet/intro_magnet.html
- González Palomino, G. (2016). Motores lineales de imanes permanentes: principios de funcionamiento y optimización. Programa Editorial Universidad Autónoma de Occidente. <a href="https://o-eds-p-ebscohost-com.biblioteca-ils.tec.mx/eds/ebookviewer/ebook/ZTAwMHh3d19fMjAxNDg5Nl9fQU41?sid=0832134b-4fc0-42d9-84d6-a44c400efd68@redis&vid=1&format=EB&rid=1
- Nave, O. (2010). Magnetic field. hyperphysics. http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/magnetic/magfie.html
- Planas, O. (2017, Marzo 13). ¿Qué es un motor lineal? Usos, ejemplos y tipos. DeMotor. https://demotor.net/motores-electricos/tipos/motor-lineal
- Real Academia Española. (2022). Definición de Magnetismo. Real Academia Española. https://dle.rae.es/magnetismo
- Real Academia Española. (2022). electromagnetismo | Definición | Diccionario de la lengua española |
 RAE ASALE. Real Academia Española. https://dle.rae.es/electromagnetismo
- Rodríguez, E. M. (2006, Diciembre 30). Inducción Electromagnética. Academia de Ciencias de la Región de Murcia. https://www.um.es/acc/induccion-electromagnetica-por-el-prof-dr-d-ernesto-martin-rodriguez-academico-numerario/
- Universidad Peruana Cayetano Heredia. (n.d.). Electromagnetismo. UNE. https://www.une.edu.pe/docentesune/jihoncon/Descargas/Fasciculos%20CTA/Electromagnetismo.pdf