ALUNO: ITALO GABRIEL DA SILVA PEREIRA

ALUNO: DEIVID LINCON SOUZA BARRENSE

DIFERENÇAS FINITAS

As **diferenças finitas** são técnicas utilizadas para **aproximar derivadas** de funções quando não se tem uma forma analítica ou quando se deseja obter uma solução numérica. Esse método é muito útil em situações práticas, como simulações computacionais e análise de dados experimentais.

Definição

Seja uma função $f(x)$ definida em um intervalo do conjunto dos reais. Suponha que queremos calcular a derivada de f em um ponto x, mas temos apenas valores aproximados da função em pontos igualmente espaçados.

Com um espaçamento h, as aproximações mais comuns da derivada são:

- **Diferença progressiva:**

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

- **Diferença regressiva:**

$$f'(x) \approx \frac{f(x)-f(x-h)}{h}$$

- **Diferença central:**

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

Essa última é geralmente mais precisa porque leva em conta valores dos dois lados de x.

Exemplo Teórico

Se $f(x)=\cos(x)$ e queremos uma aproximação de $f'(0)$, sabemos que a derivada analítica é $f'(x)=-\text{sen}(x)$. Logo $f'(0)=0$.

Usando a diferença central com $h=0{,}1h$:

$$f'(0) \approx \frac{\cos(0{,}1) - \cos(-0{,}1)}{2.0{,}1} = 0$$

$$f'(0) \approx \frac{0{,}9950 - 0{,}9950}{0{,}2} = 0$$

A aproximação é bem próxima do valor real.

SOMA DE RIEMANN

A **soma de Riemann** é um método utilizado para **aproximar a área sob a curva de uma função** definida em um intervalo. Trata-se de uma das ideias fundamentais do cálculo integral.

Definição

Seja $f(x)$ uma função contínua no intervalo $[a,b]$. Dividimos esse intervalo em n subintervalos de largura igual $\Delta x=\frac{b-a}{n}$.

A soma de Riemann é dada por:

$$S = \sum_{i=1}^{n} f(x^*i)\, \Delta x$$

Onde x^*i é um ponto dentro do subintervalo i. Esse ponto pode ser:

- o início do intervalo (soma à esquerda),
- o fim do intervalo (soma à direita),
- o ponto médio (soma do ponto médio).

Tipos de Soma

Soma à esquerda:

$S = \sum_{i=u}^{n-1} f(xi)\, \Delta x$

Soma à direita:

$S = \sum_{i=1}^{n} f(xi) \Delta x$

Soma do ponto médio:

$S = \sum_{i=0}^{n-1} f(\frac{xi+xi+1}{2}) \Delta x$

Exemplo Teórico

Vamos aproximar a integral de $f(x)=x2$ no intervalo $[0,1]$ usando 4 subintervalos e soma à esquerda.

$\Delta x = \frac{1-0}{4} = 0,25$

Os pontos são: $x=0, x1=0,25, x2=0,5, x3=0,75$

$$S = f(0)\cdot 0,25 + f(0,25)\cdot 0,25 + f(0,5)\cdot 0,25 + f(0,75)\cdot 0,25$$

$$= (0^2 + 0,25^2 + 0,5^2 + 0,75^2) \,.\, 0,25$$

$$= (0 + 0,0625 + 0,25 + 0,5625) \,.\, 0,25$$

$$= 0,875 \,.\, 0,25$$

$$= 0,21875$$

O valor exato da integral é $\int_0^1 x^2 \, dx = \frac{1}{3} \approx 0,33$, ou seja, a aproximação com soma à esquerda subestima a área.