Teorema Limite ventral

arando es Xils sas distribuides normalmente, X também et para cada tamanho de amostra n. priem, os dois últimos experimentos de sim la jas suglem que, quando o tamanho da amostra aumenta, independentemente da forma da distribuição da população (

(consideramet miforme e binomial), (10)

a distribuição amostral de X aproxima-se
cada vog mais de uma distribuição normal.
Esse resultado e rombe aido como Teorema
Limite rental (TLC).

revena fundamental na terria de inferência estatistica.

teorema Limite central

Para amoltral aleatórias himples XI, ..., Xm, retinadas de ruma população com media

I valor esperado) y e variância de finita, a distribuição amoltral da media X

aproxima-re, para n quande, de ruma distribuição normal, com media y e variância.

E/n.

Além ditto, To também tem aproximadamente uma dustribrição normal, com médá ny e vourância no. quanto maior o valor de n, melhor a -

A rapidez dessa convergência depende da distri-ticas da população da qual a amostra c retinada. De a população original tem uma distribuição próxima da normal, a convergência e népido; se a população original se afaita muito de uma normal, a convergên. và è mais lenta, ou reja, necessitames de una amostra maior para que T lenha una ditribrição aproximadamente normal. Para amortras da ordem de 30 au 50 elemento a aproximação pode ser considerada boa (pagairel).

Exemplo: comière una máquina que enche pacotes unjó peros sequem uma distubuição N(500,100). colhendo-se uma amostra de 100 pacotes e perando-or, pelo que foi dito acima, X terá uma distubuição normal um media 500 e variancia 100/100=1. Logo, se a máquina estiva regulada, a probabilidade de

encontrarmos a methia de 100 paro ter (42) de fevindo de 500 q de menos de 2 gramas será P(1X-5001 & 2) = P(498 & X & 502) =

P(-2 < 2 < 2) × 95%

media pora do intervalo (498, 502). caro las média pora desse intervalo parotes apresentem una média pora desse intervalo lo, podemos considerar como um evento raro, e má resporte surpor que a máquina esteja corolário: se X1,..., Xn for uma amos ha aliatória simples da população X, com media y e variancia so finita, e X = 1, + ... + Xn

Z= <u>X-4</u> NN(0,1).

entad

observe também que podemos escrever da sequinte forma

2= Vn (x-~1) ~N(0,1).

Chamemon de "e" a variavel aleatara (1)
que mede a de ferença entre a extatistica

X e o parametro M, into e, e = x-m

e e unamado de uno amortial da

media. Entar, temos o seguinte condata.

de una distribução normal como média o comanda 1/m, into e,

Central applicações do Toolena Limite

distribuição AMOSTRAL de uma proporção

Vanos @@@@@@@@ considerar una população em que a proporção de elementos portadores de certa craractentostica e p.

Lago, poolend définir una variail aleatoria (99) X, da sequinte maneira:

X= (1, se o individuo for patada da característica

o, se o individuo não for patador

da característica

Assum, M=E(X)=P e p= Var(X)=P(1-P).

Retirada uma amortia aliatória sumples

XI,..., Xn dersa população, e indicando por

XI,..., Xn dersa população, e indicando por

EDDODO y o total de individuos portadores

da varacteurstica na amortia, eDDODODODO

da varacteurstica na amortia, en de cada Xi

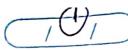
or seja, y= X, +···+Xn, onde cada Xi

or seja, y= X, +···+Xn, onde cada Xi

tem distribuição de semoulli, com media

y=p, variância s=p(1-p) e são indepen
dentes. Podemos escurva

Y=n X ~ binomial (n,p).



Considere XI., Xn iid X v Bennelle (p)
Mostre que To = XII ··· + Xn = Zxi ~ Binomial (n, p).
1'21
20 (A ·
PROVA:
Aabems que x x r Bemonth (P) entais
m (x): 1-p+e ^t p. Alem aimo,
X `
η
$m(t) = m(t) : (m(t)), pai$ ξx_{i} χ χ
To SV.
εχι
XI Xn sas v.a.'s nid. Assim,
n
m (x)= (1-p + e + p) // (gd
T. Cad
Vind en solo de alla que a fgm ena
una va. que tem distribuição sinomial(n, p)
·
e dada por (1-p + e p).
Portento, Ton sinomial (n, p).

Digitalizado com CamScanner

8.10

Vamos definir por r a moro jão de indiri- (45) dus pertadores da caracteristica na amortra, isto c, p° = Y/m En tas, $P\left(Y=K\right)=P\left(\frac{Y_{/n}}{N}=K_{/n}\right)=P\left(\hat{p}=K_{/n}\right),$ a distribuição amostral de p¹
da distribuição de y. obtida da Nøk que Y=nX, mar pelo TLC, V terá dishibuição aproximadamente namal, com (méda p) e variância (p11-p), ou seja, $X NN(P, \frac{P(1-P)}{n})$. Logo, a transformayor y=nX tera a ditribuição (12m) (caractertation

YNN (np, mp(1-p)).

Observe que X et a próprio variorel (56)

Les desse modo, para n grande podemos

considerar a distribuição amostral de p

considerar a distribuição amostral de p

como aproximadamente normal:

Exemplo: supenha que p=30% des entudantes de uma enda sejain mulheres. Colhemos uma a a s de n=10 entudantes e coalcularmos p= proporção de mulheres na amontra. and en probabilidade de que podifica de permanento de 0,01? Termos que esta probabilidade e dada por

$$P(|\hat{p}-p|(0,01)) = P(-0,01 < \hat{p}-p < 0,01),$$

mas $\hat{p}-p \sim N(0, p|1-p)$. Como $p=9.3$,

terror que $Var(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{0.3 \times 0.7}{10} = \frac{0.0 \times 0.7}{0.0 \times 1}$.

estante, a probabilidade pedda e

(43)

gual a

0,056, onde

ZNN(0,1).