

$$\begin{aligned} \textcircled{1} (a) \text{Cov}(Y, X) &= \text{Cov}(\alpha + \beta X + \varepsilon, X) \\ &= \text{Cov}(\alpha, X) + \text{Cov}(\beta X, X) + \text{Cov}(\varepsilon, X) \\ &= \beta \text{Cov}(X, X) \\ &= \beta \cdot \text{Var}(X) \\ &= \beta \cdot \frac{(b-a)^2}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \text{Cov}(Y, X) &= \text{Cov}(\alpha + \beta X + \varepsilon, X) \\ &= \text{Cov}(\alpha, X) + \text{Cov}(\beta X, X) + \text{Cov}(\varepsilon, X) \\ &= \beta \cdot \text{Cov}(X, X) \\ &= \beta \cdot \text{Var}(X) \\ &= \beta \cdot \sigma^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \text{Cov}(Y, X) &= \text{Cov}(\alpha + \beta X + \varepsilon, X) \\ &= \text{Cov}(\alpha, X) + \text{Cov}(\beta X, X) + \text{Cov}(\varepsilon, X) \\ &= \beta \cdot \text{Cov}(X, X) \\ &= \beta \cdot \text{Var}(X) \\ &= \beta \cdot \frac{1}{\lambda^2} \\ &= \beta / \lambda^2 \end{aligned}$$

② (Comentários)

No geral, os resultados foram "parecidos" para todas as letras, com a dispersão da covariância reduzindo conforme o tamanho de n aumentava, evidenciando a importância do tamanho amostral na obtenção de resultados mais precisos na regressão linear. Além disso, o valor pontual para a covariância foi caindo ou se mantendo "constante" com o aumento de n , com exceção de $X_{12} \sim N(0,1)$ e $X_{22} \sim \text{Exponencial}(1)$, para os quais a covariância aumentou antes de decair, conforme o tamanho amostral aumentava.