## Distribuição Amostal da média

A imratância da media amatral X runge de seu riso para tivar conclusor sobre a média da população 4. A logum dos procedir de inferência, urador com mais frequiência, bareiam-re nas propriedades da distribuição de T. A operentação inicial destas propriedades foi feita anderiamente atras propriedades foi feita anderiamente.

Proposição Agam XI, X, ..., Xn uma amostra aleatrária assor de uma população X, com E(X) = Y e  $Var(X) = I^2$ . Entado,  $I^2 = I(X) = M_X$  Var(X) = I'/n e I' = I'/n e

Além disso, com  $T_0 = X_1 + \cdots + X_n$  (8) (5) to tal da amostra),  $E(T_0) = n \gamma$ ,  $Var(T_0) = n \delta^2$  e  $V = \sqrt{n} \delta$ .

Comentarios: De acordo com o resultado 1, a distribuição amostral de X e centrada precisamente na media da ropulação da quel a amostra foi selecimada. O resultado o mostra que a distribuição de X se toma mais concentrada em tomo de M à medida que o tamanho da amostra o mais a medida que o tamanho da amostra o mais a medida que o tamanho da amostra o aumenta.

con diferença marcante, a distribuição de To se dispersa mais como à medida que

## Distribuição da repulação Normalia vare de

Ao reexaminar o de experimento de simulações observames que quando a distribuição da população é normal, cada histograma de valorer de x é bem aproximado rela curva normal. segue o resultado exato.

Proposição sejari XI, XI, ..., Xn ma amos tra aleatária de uma população X amos que reque dix tubrição nomal nom media: Me dervis padrão 1. Então, para qualquer n, X é normalmente distribrido com mé da y e desvio sondias 1/m,

Além disso, To et normalmente dintuibrido

uon né dia ny e disvio padias m.

(ir rena ar parignan 8, a e 10)

Example: U tempe que um rato de 38) determinada subespecuic, selecionado aleatoriamente leva para encontrar o caminho em um labininto é una variarel aleatoura distributed normalmente com 7 = 1,5 min e 1=0,35 min. Auganha que una vator rejam selecionados. rejam XI, ..., & sen tempo no labininto. A roumindo que Xi e uma amostra aleatoura dessa distribuição normal, qual é a probabilidade de temps total To= X, +···+ x don carico enton 6 e 8 min? endución: pela proporción, Ton N (5x1,5,

PADRONIZACÃO de To 5 x 0,35)  $P(6 < T_6 < 8) = P(6-7.5 < T_6 < 8-7.5)$   $V_5' = 0.35$  $= \rho \left( \frac{6-7.5}{0.783} \le 2 \le \frac{8-7.5}{0.783} \right), \text{ and } 2NN(0,1).$ 

 $= P\left(-1,92 \leq 2 \leq 0,64\right) = \overline{\Phi}(0,64) - \overline{\Phi}(-1,92) =$ 

Digitalizado com CamScanner

0,7389-0,0274=0,7115.

39

EXERCICIO!!

anata probabilidade do tempo metdio

de la probabilidade do motximo amin?

Digitalizado com CamScanner

## combinação Linear

DEFINIÇÃO: Dado um conjunto de n variatieis aleatoriai XI, ..., Xn e n constantes numer-

Y= a, X, +...+ an Xn = Ear X1. et denominada combinação hinear dos X1/1s.

Exemples:  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1 = \lambda = \lambda_1 + \dots + \lambda_n = T_n$ 

 $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = \frac{1}{n} = 0$ 

 $\gamma = \frac{1}{n} \chi_1 + \cdots + \frac{1}{n} \chi_n = \overline{\chi}$ 

dependentes on identicamente distribridd 4.

Auponha que XI,..., An (49) Propostição:

tenham valores medio M1, ..., Mn, respectivavarianciar 1,°,..., in respectiva-

1- Al or Kils sais on nois sois independentes,

E( ¿ai Xi) = ¿ai E(Xi) = ¿ai Mi.

2 - re XI,..., Xn rås independenter,

 $Var\left(\tilde{\mathcal{E}}ai\chi_i\right) = \tilde{\mathcal{E}}ai^2 Var\left(\chi_i\right) = i\tilde{\eta}$ 

Ear li

3 - Para qualquer X1, ..., Xn,

var (a, X, +···+ an Xn) = \( \frac{2}{2} \) \( \frac{2}{2} \) ai a; \( \text{Cov}(\text{xi}, \text{X};) \)

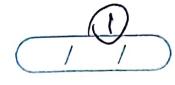
um varo upenal impotante de von binação linear resulta d n = a,  $a_1 = 1$  e  $a_2 = 1$  e  $a_1 = 1$  e  $a_2 = 1$  e  $a_1 = 1$  e  $a_2 = 1$ 

Mondanio : E(X, -X) = E(X, ) - E(X, )Ne  $X_1$  e  $X_2$  mass independentes,  $Var(X_1 - X_2) = Var(X_1) + Var(X_2)$ .

I valor esperado de uma diferença e-a diferença entre os dois valores esperados, mas a variância da diferença entre dias variancia independentes e-a soma

Hat tanta variabilidade em 1,- 1/2 como em 1,+ 1/2.

Proposição: le XI, ..., Xn são v.a.) s independenks, distribuídas normalmente ( com médér elon vaniancier possivelmente déferentes), entré qualquer combinações linear da xi1/1 temben tem distribuição normal. Em particular, a própera diferença X,-X entre duas variaireis independentes e normalmente d'a tributas é nou malmente distribuida.

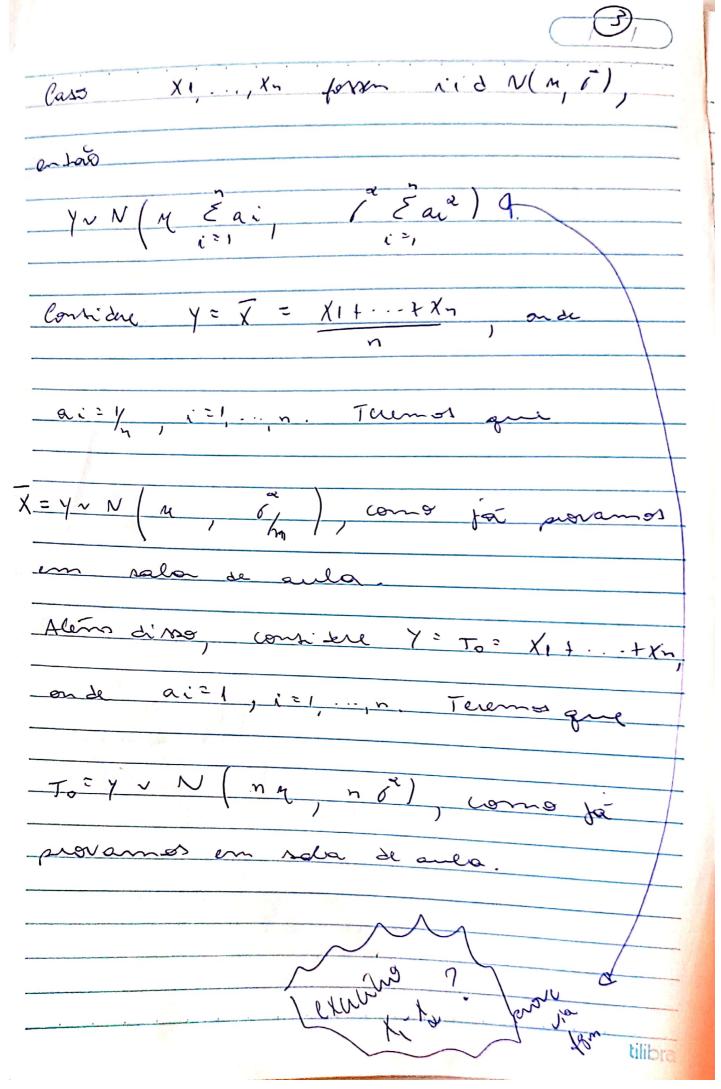


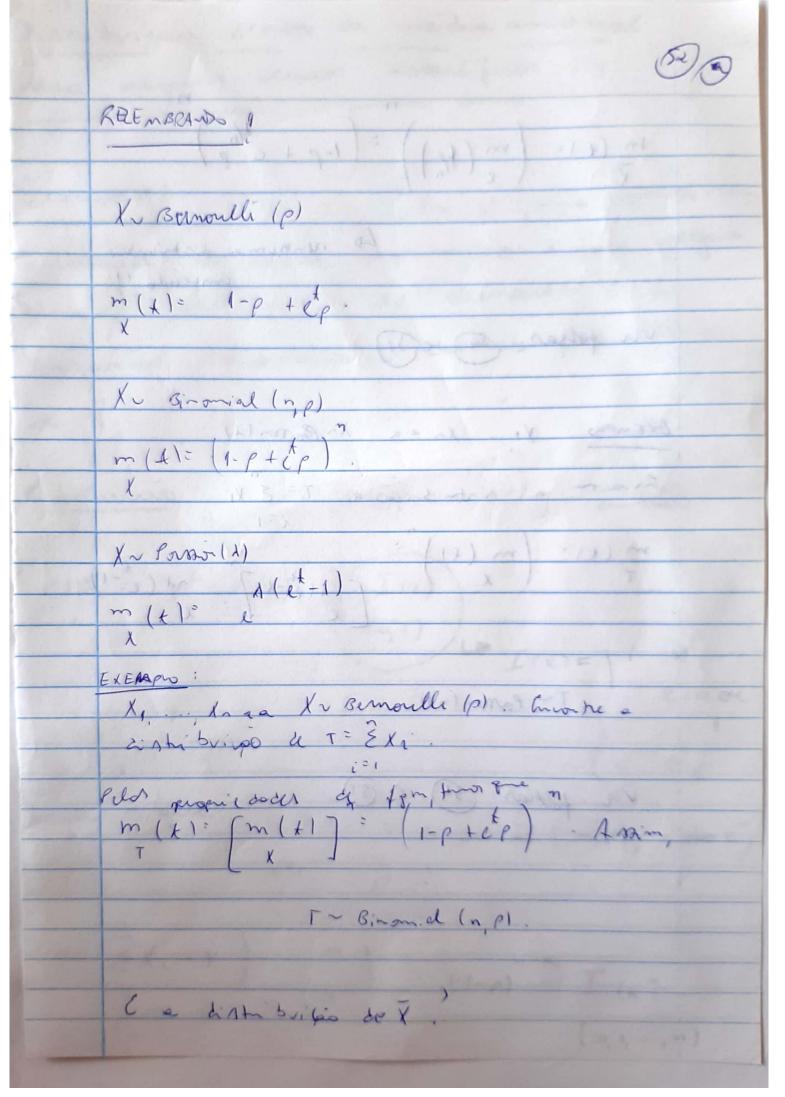
Proposição

distribut das normalmente (com médias el ar varianuas possivilmente diferentes), en tais questiques combinação linear dos Xi's tombém tem distribuição normal.

1store, y= Eai Xi NN (Eain. Eain)

N(Mi, bil), i=1...n.





 $\frac{m(t)}{X} \left( \frac{t}{n} \right) = \left( \frac{t}{n} \right) = \left( \frac{t}{n} \right).$ 4 EXEMPLO: XI ... Xn a a X~ Brown (1). of To Paran (n. 4) 54) e (SS)

Pistribuição Exata da media amostral para alguns casor exect ficos 11

le XI,..., In é una amostra aleatoria de uma população Y que reque una dittibuição de Bernoulli (P). Desejames encontrar a distribuição exata

X~ Bemaulli(P), então Resolução:

Resolução: 
$$\chi \sim \text{Bernoulli}(P)$$
, então
$$P(\chi) = P^{\chi} (1-P)^{1-\chi} \overline{L(\chi)}.$$

$$(0,1)$$

$$L(\chi) = 1 \text{ if } \chi = 0 \text{ or } \chi = 0 \text{ or$$

Exi v Binomial (n.p), voto e) Sabonos que

 $P\left(\sum_{i=1}^{m} X_{i} = K\right) = \binom{m}{k} P^{K} \left(1-p\right)^{m-K} I(K)$ 

 $P(\overline{X}=y)=P(\widetilde{\Sigma}Xi=my)=\binom{n}{k}(1-p)^{n-k}\overline{I}(x)$ ny= K = D (y= K/n) distribuição amostral de X e distubrição de Éxi. Portanto, a média amostral proveniente de una amostra alcatociai retinada de una população vom distribuição Buroulli, assume or valores o, I, R, ..., 1 com as respectivas probabi h da des  $\binom{n}{0}$  p q ,  $\binom{n}{1}$  p q ,  $\binom{n}{2}$  p q , ...,  $\binom{m}{m} \stackrel{m}{p} \stackrel{o}{q}$ , or de q = 1-p.

Exemple 2: le XI,..., Xn é una amostral alcatória de una população X que reque uma distribuição de Parson(1), entas tabemos que  $\Xi Xiv Parson(n1)$ . Assim,

$$P(z) = \frac{1}{2} z^{2} \qquad I(z)$$

$$= \frac{1}{2} z^{2} \qquad I(z)$$

$$= \frac{1}{2} z^{2} \qquad I(z)$$

$$P\left(\sum_{i=1}^{m} \chi_{i} = \kappa\right) = \frac{e^{m\lambda}}{e^{m\lambda}} \left(m\lambda\right) \left(m\lambda\right) \left(m\lambda\right) \left(m\lambda\right)$$

$$K! \left(n\lambda\right)$$

$$(0,1,2,...)$$

$$P\left(\overline{X}=Y\right)=P\left(\frac{x}{2}Xi=\frac{ny}{ny}\right)=\frac{-n^{d}}{k!}\left(\frac{nd}{n}\right)^{k}I(k)$$

onde y= K/m. Portanto, a media amortial
proveniente de uma amortia aleatoria
retiroda de uma população com distribrição Porton, assume os valores

o, 1/2, 2/2, com es respectivas probabilidades end (m/l) end (m/l) -nd (m/l) e (m/l)