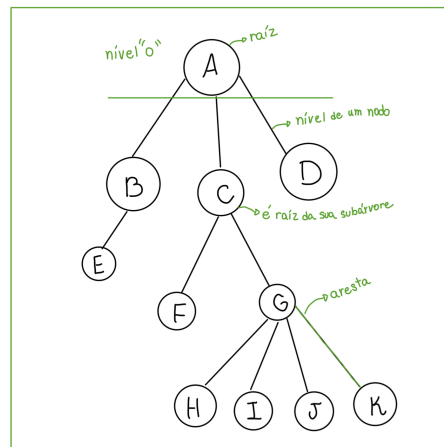




P2 árvores

▼ Conceitos básicos

- é hierárquica e não linear
- **Raiz (root)** → nodo principal (sempre nível 0)
- **Nodos internos** → nodos que possuem filhos (tirando a raiz)
- **Folhas** → nodos que não possuem filhos (tirando a raiz)
- **Grau de um nodo** → números de filhos (0 não tem filhos)
- **Nível de um nodo** → quantidade de arestas até a raiz
- **Altura da árvore** → maior nível que ela tem
- **Irmãos** → filhos do mesmo pai
- **Floresta** → conjunto de árvores separadas



- podem ser representadas por:
- **contiguidade** → arranjo e tem referencia para os filhos
- **encadeamento** → nodo com referencia para seus filhos e para o seu pai
- cada nodo tem uma lista de sub-árvores (filhos)

▼ Caminhamentos

- **Pós fixado** → primeiro o nó da esquerda, depois o nó da direita e, por último, o nó raiz

```

    A
  /\
 B  C
 /\  \
D  E  F

```

ordem - D, E, B, F, C, A

- **Pré fixado** → primeiro o nó raiz, depois o nó da esquerda e, por último, o nó da direita

```

    A
  /\
 B  C
 /\  \
D  E  F

```

ordem - A, B, D, E, C, F

- **Em largura** → por níveis crescentes de profundidade. Visita todos os nós do nível atual antes de avançar para o próximo nível

```

    A
  /\
 B  C
 /\  \
D  E  F

```

ordem - A, B, C, D, E, F

▼ Métodos gerais

- **root()** → retorna a raiz da árvore
- **parent(v)** → retorna o nodo pai de v, ocorrendo um erro se for a raiz
- **children(v)** → retorna os filhos do nodo v
- **isInternal(v)** → se o nodo for interno retorna true, se não false
- **isExternal(v)** → se o nodo for externo retorna true, se não false
- **isRoot(v)** → se o nodo for a raiz retorna true, se não false
- **size()** → retorna o número de nodos na árvore
- **isEmpty()** → testa se a árvore tem algum nodo
- **iterator()** → percorre e acessa os nós da árvore sequencialmente
- **positions()** → retorna uma coleção com todos os nodos da árvore
- **replaceElement(v,e)** → retorna o elemento armazenado em v e substitui por e

▼ Árvore genérica

- **1 nodo** → 0 a N filhos
- **Alocação dinâmica** → estruturas encadeadas com a informação do nodo/ referencia para o pai/ referência para os filhos
- **Para inserir** → criar o nodo e linkar com o seu pai e coloca-lo como filho
- **Para remover** → remover na lista de sub-árvores do pai

▼ class Node

//atributos

1. Node father
2. Integer element
3. LinkedListOfNodes subtrees

//Métodos

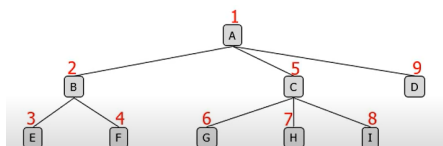
1. Node (Integer element)
2. void addSubtree(Node n)
3. boolean removeSubtree(Node n)
4. Node getSubtree(int i)
5. int getSubtreesSize()

▼ métodos

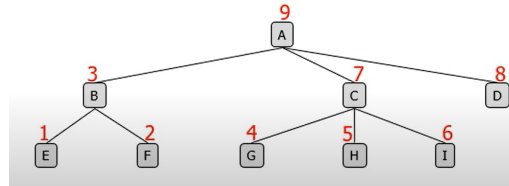
- `boolean add(Integer e, Integer father)` → insere elemento
- `Integer getRoot()` → retorna o elemento armazenado na raiz
- `Integer getParent(Integer e)` → retorna o pai do elemento e
- `boolean removeBranch(Integer e)` → remove o elemento e e seus filhos
- `boolean contains(Integer e)` → retorna true se a árvore contém o elemento e
- `boolean isInternal(Integer e)` → retorna true se o elemento está armazenado em um nodo interno
- `boolean isExternal(Integer e)` → retorna true se o elemento está armazenado em um nodo externo
- `boolean isRoot(Integer e)` → retorna true se o elemento e está armazenado na raiz
- `boolean isEmpty()` → retorna true se a árvore está vazia
- `int size()` → retorna o número de elementos armazenados na árvore
- `void clear()` → remove todos os elementos da árvore
- `LinkedListOfInteger positionsPre()` → retorna uma lista com todos os elementos da árvore na ordem pré-fixada
- `LinkedListOfInteger positionsPos()` → retorna uma lista com todos os elementos da árvore na ordem pos-fixada
- `LinkedListOfInteger positionsWidth()` → retorna uma lista com todos os elementos da árvore com um caminhamento em lar

▼ caminhamentos

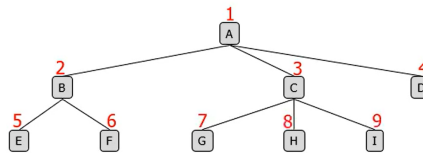
- Pré-ordem → visita a raiz e percorre cada um dos filhos desse nó na ordem em que aparecem



Pós-ordem → primeiro visita os filhos e depois a raiz (recursivo)



Largura → visita por níveis começando pelo 0 (não recursivo - usa fila)



▼ Árvore binária

- cada nodo tem no máximo 2 filhos (grau de cada nodo é ≤ 2)
- se tem só um filho tem que especificar se é da esquerda ou da direita
- **própria** → só tem nodo com 2 filhos ou nodo folha
- **terão** → informação do nodo/ referencia para a sub-árvore da esquerda e da direita e o pai
implementação → estrutura encadeada (alocação dinâmica)
- transformar para binária →
 1. não desliga apenas o primeiro filho
 2. mesmo nível p/ direita
 3. nível maior p/ esquerda

▼ class Node

//atributos

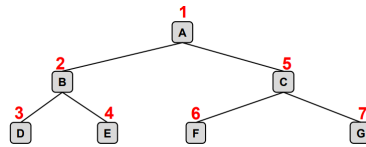
1. int element
2. Node father
3. Node left
4. Node right

//Métodos

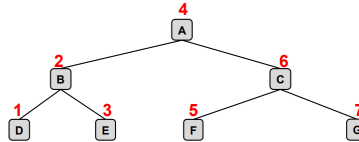
1. Node (int e)
2. father = null
3. left = null
4. right = null
5. element = e

▼ caminhamento

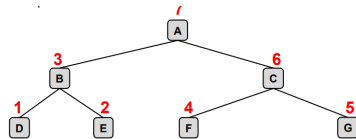
- Pré-fixado → bolinha na esquerda/ nodo antes dos descendentes



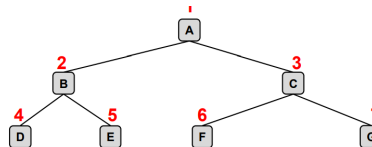
- Em-ordem (central) → bolinha em baixo/ sub-árvore da esquerda/ raiz / sub-árvore da direita



- Pós-fixado → bolinha na direita / nodo depois dos descendentes



- Largura → por níveis / começa pelo nível 0 (raiz)/ da esquerda para direita



▼ ABP

- árvore binária que possui regras quanto a organização de seus elementos e é recursivo
- $O(\log n)$ = balanceada / $O(n)$ = não balanceada
- deve ser possível comparar os elementos
- mesma regra dos nodos da árvore binária
- possui os mesmos caminhamentos da binária (o central sempre vai dar os elementos na ordem correta)



- Regras inserção →
 1. se já houver a raiz, insere o elemento de acordo com seu valor:
 2. se for menor que a raiz insere na sub-árvore da esquerda
 3. se for maior que a raiz insere na sub-árvore da direita

- Regras remoção →

→ caso 1º) o nó não tem filhos = remove o nó

→ caso 2º) o nó possui apenas um único filho = só remover o nó e coloca seu filho no lugar

→ caso 3º) o nó possui dois filhos = substituir pelo maior nó da sub-árvore da esquerda ou pelo menor nó da sub-árvore da direita

▼ AVL

- Árvore balanceada
- faz rotações
- as operações básicas (busca, inserção, remoção) levam um tempo proporcional ao número de níveis
- quanto menor melhor, pois leva menos tempo
- detectar equilíbrio → subtrai o numero de níveis na sub-árvore da esquerda do número de níveis da direita

▼ Algoritmos de ordenação

▼ Bubble-sort

- menos eficiente- $O(n)^2$
- compara pares de elementos adjacentes
- Os pares são trocados quando estiverem fora de ordem
- Repete o algoritmo até que todos estejam ordenados

```
6 2 8 4
6 2 8 4 - compara e troca
2 6 8 4 - compara e não troca
2 6 8 4 - compara e troca
2 6 4 8
2 6 4 8 - compara e não troca
2 6 4 8 - compara e troca
2 4 6 8 - compara e não troca
2 4 6 8
```

▼ Insertion-sort

- mais simples de ordenação
- Considera um elemento de cada vez, colocando-o na ordem correta em relação aos demais
- Primeiro elemento: é considerado classificado
- Segundo elemento: se for menor que o primeiro, troca
- Terceiro elemento em diante: troca para a posição anterior até que fique em ordem

▼ pesquisa sequencial

- $O(n)$
- não muda se estiver em ordem ou não pois ele vai percorrer igual

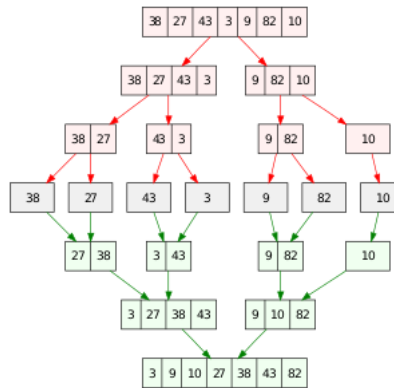
▼ pesquisa binária

- $O(\log n)$
- Primeira iteração: low-high vale aproximadamente n

- Segunda iteração: low-high vale aproximadamente $n/2$
- Terceira iteração: low-high vale aproximadamente $n/4$

▼ merge sort

- divisão e conquista
- divide
- esquerda



▼ quick sort

- pega o do meio mais a direita
- números menores= lado esquerdo
- números maiores = lado direito

▼ Custo

- Bubble sort → $O(n)$
- Insertion sort → melhor- $O(n)$ / pior- $O(n^2)$
- Merge sort → $O(n \log(n))$
- Quick sort → pior caso $O(n^2)$
- pesquisa binária → $O(\log n)$
- pesquisa sequencial → $O(n)$