

1) a) $a \ b \ c \ d$
 $((a \ b) \ c) \ d$

b) $\lambda q. \lambda i. q$
 $(\lambda q (\lambda i. q))$

c) $\lambda x. \lambda y. \lambda z. x \ z \ (y \ z)$
 $(\lambda x (\lambda y (\lambda z (x \ z) (y \ z))))$

2) a) $\lambda s. s \ z \ \lambda q. s \ q$

s : variável ligada a λs

z : variável livre

s : variável ligada a λs

q : variável ligada a λq

b) $(\lambda s. s \ z) \ \lambda q. w \ \lambda w. w \ q \ z \ s$

s : é uma variável ligada a λs

z : é uma variável livre

w : é uma variável livre

w : é uma variável ligada a λw

q : é uma variável ligada a λq

z : é uma variável livre

s : é uma variável livre

c) $(\lambda s. s) (\lambda q. q \ s)$

s : variável ligada a λs

q : variável ligada a λq

s : variável livre

d) $\lambda z. ((\lambda s. s \ q) (\lambda q. q \ z)) \ \lambda z. z \ z$

s : variável ligada a λs

q : variável livre

q : variável ligada a λq

z : variável livre

z : variável ligada a λz

z : variável ligada a λz

3) a) $(\lambda z. z) (\lambda q. q \ q) (\lambda s. s \ a)$
 $(\lambda q. q \ q) (\lambda q. q \ q) (\lambda s. s \ a)$
 $(\lambda q. q \ q) (\lambda s. s \ a)$
 $(\lambda s. s \ a) (\lambda s. s \ a)$
 $(\lambda s. s \ a) a$
 $a \ a$

b) $(\lambda s. \lambda q. s \ q \ q) (\lambda a. a) b$
 $(\lambda q (\lambda a. a) q \ q) b$
 $(\lambda a. a) b \ b$
 $b \ b$

c) $(\lambda s. \lambda q. s \ q \ q) (\lambda x. x) c$
 $(\lambda q (\lambda x. x) q \ q) c$
 $(\lambda x. x) c \ c$
 $c \ c$

d) $((\lambda s. s \ s) (\lambda q. q)) (\lambda r. r)$
 $((\lambda q. q) (\lambda q. q)) (\lambda r. r)$
 $(\lambda q. q) (\lambda r. r)$
 $\lambda r. r$

4) a) $(\lambda x. x) 5$
 5

b) $(\lambda x. x + 10) 42$
 $42 + 10 = 52$

c) $(\lambda f. f \ (f \ 10)) (\lambda x. x + 2)$
 $\lambda x. x + 2 ((\lambda x. x + 2) 10)$
 $(\lambda x. x + 2) 12$
 $12 + 2 = 14$

d) $(\lambda f. f) (\lambda x. x) 51$
 $(\lambda x. x) (\lambda x. x) 51$
 $(\lambda x. x) 51$
 51

5) Considerando que

$$ONE = \lambda a. \lambda b. ab$$

$$TWO = \lambda c. \lambda d. c(cd)$$

$$PLUS = \lambda m. \lambda n. \lambda f. \lambda x. m + (nfx)$$

aplique redução β à expressão $PLUS\ TWO\ ONE$

$$\lambda m. \lambda n. \lambda f. \lambda x. m + (nfx) \quad TWO \quad ONE$$

$$\lambda n. \lambda f. \lambda x. TWO + (nfx) \quad ONE$$

$$\lambda f. \lambda x. TWO + (ONEfx)$$

$$\lambda f. \lambda x. (\lambda c. \lambda d. c(cd))f(ONEfx)$$

$$\lambda f. \lambda x. (\lambda d. f(fd))(ONEfx)$$

$$\lambda f. \lambda x. f(f(ONEfx))$$

$$\lambda f. \lambda x. f(f(\lambda a. \lambda b. ab)fx)$$

$$\lambda f. \lambda x. f(f(\lambda b. fb)x)$$

$$\lambda f. \lambda x. f(ffx)$$