



UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

Exercícios Cálculo Lambda

Ciência da Computação

1) Reescreva os seguintes termos utilizando parênteses explicitamente em volta de cada subtermo.

- a) $a\ b\ c\ d$
- b) $\lambda q.\lambda i.q$
- c) $\lambda x.\lambda y.\lambda z.x\ z\ (y\ z)$

2) Para os seguintes termos, digam que variáveis estão livres, e que variáveis estão ligadas (e a que λ !).

- a) $\lambda s.s\ z\ \lambda q.s\ q$
- b) $(\lambda s.s\ z)\ \lambda q.w\ \lambda w.w\ q\ z\ s$
- c) $(\lambda s.s)\ (\lambda q.q\ s)$
- d) $\lambda z.((\lambda s.s\ q)\ (\lambda q.q\ z))\ \lambda z.z\ z$

3) Aplique reduções β às expressões abaixo, os reduzindo à forma normal (isto é, a um formato onde não é mais possível aplicar reduções).

- a) $(\lambda z.z)\ (\lambda q.q\ q)\ (\lambda s.s\ a)$
- b) $(\lambda s.\lambda q.s\ q\ q)\ (\lambda a.a)\ b$
- c) $(\lambda s.\lambda q.s\ q\ q)\ (\lambda x.x)\ c$
- d) $((\lambda s.s\ s)\ (\lambda q.q))\ (\lambda r.r)$

4) Considere uma versão do cálculo lambda estendido com numerais e operações aritméticas; sendo assim, além da redução β , podemos realizar reduções aritméticas quando ambos os lados de um operador forem numerais (e.g., $1 + 1 \rightarrow 2$). Reduza as expressões abaixo às suas formas normais.

- a) $(\lambda x.x)\ 5$
- b) $(\lambda x.x + 10)\ 42$
- c) $(\lambda f.f\ (f\ 10))\ (\lambda x.x + 2)$
- d) $(\lambda f.f)\ (\lambda x.x)\ 51$

5) Considerando que:

ONE = $\lambda a.\lambda b.a\ b$
TWO = $\lambda c.\lambda d.c\ (c\ d)$
PLUS = $\lambda m.\lambda n.\lambda f.\lambda x.m\ f\ (n\ f\ x)$

...aplique as reduções β à expressão **PLUS TWO ONE** à sua forma normal (dica: são necessárias 6 reduções). Cuidado com os parênteses!