Folgen und Reihen

Arithmetische Folge:

Die Differenz von aufeinander folgenden Gliedern ist stets identisch:

$$a_{n+1} - a_n = d \quad [d \neq 0]$$

Partialsumme einer arithmetischen Folge: Summer über mehrere aufeinander folgenden Glieder:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (a_1 + a_n)$$

Aufgaben:

- Partialsumme über die ersten vier Glieder:

$$S_4 = \sum_{k=1}^{4} a_k = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (5 + 20) = 50$$

- Aufgabe 1:
  - Zurückgelegte Strecke **f** in einer Sekunde **s**:

$$f(s) = 4.9 + 9.8(s - 1)$$
$$f(2) = 4.9 + 9.8(2 - 1) = 4.9 + 9.8 \cdot 1 = 14.7[m]$$

  - Zurückgelegte Strecke bis zu einer Sekunde **s**:

$$S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k = 490[m]$$

- Aufgabe 2:
  - Gesamte Produktionsmenge nach 10 Jahren:

$$S = \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (5.000 + 9.500) = 72.500[t]$$

Die Gesamte Produktionsmenge nach 10 Jahren beträgt 72.500 Tonnen.

Geometrische Folge:

Der Quotient von aufeinanderfolgenden Gliedern ist stets identisch (⇒ Änderung in % zum Vorgängerwert):

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$
$$\text{Wert Nachfolger / Wert Vorgänger} = q$$
$$q : Wachstumsfaktor$$

Partialsumme einer geometrischen Folge:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_1 \cdot q^{k-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$
$$a_1 : \text{Wert des ersten Glieds}$$
$$\text{q : Wachstumsfaktor}$$
$$\text{n : Anzahl der Glieder}$$
$$\text{k : Glied k}$$

Aufgabe:

- Gegebene Werte:

$$a_1 = 10{,}000€$$
$$q = 1{,}1$$

- Gesamte Wartungskosten in den ersten 5 Jahren:

$$S_5 = a_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 10.000€ \cdot \frac{1{,}1^5 - 1}{1{,}1 - 1} = 61.051€$$