Lista 3

Exercício 1. Calcule

(a) $\lim_{x\to p} \dfrac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{p}}{x-p}$ $(p \neq 0)$

(b) $\lim_{x\to 7} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{7}}{\sqrt{x+7}-\sqrt{14}}$

(c) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x^4-5x-6}$

Exercício 2. Calcule, caso exista, os seguintes limites. Se não existir, justofique.

(a) $\lim_{x\to 1^+} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

(b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ em que $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se} \quad x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$

(d) $\lim_{x\to 2} \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$ em que $f(x) = \begin{cases} x & \text{se} \quad x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2} & \text{se} \quad x > 2 \end{cases}$

(e) $\lim_{x\to 1} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

Exercício 3. A afirmação

$$\lim_{x\to p^+} f(x) = \lim_{x\to p^-} f(x) \Rightarrow \text{f é contínua em } p$$

é verdadeira? Justifique sua resposta.

Exercício 4. Dada a função $f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ verifique que $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x)$. A função f é contínua no ponto 1?

Exercício 5. Dê exemplo de uma função definida em todo o conjunto $\mathbb{R}$, que não seja contínua no ponto 2 mas que $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x)$.

Exercício 6. Calcule

(a) $\lim_{x\to -1} \sqrt[3]{\dfrac{x^3+1}{x+1}}$

(b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

(d) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x^2-1}$

Exercício 7. Suponha que $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$. Calcule

(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(3x)}{x}$

(b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{f(x^2-1)}{x-1}$

(c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x^2)}{x}$

(d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(3x)}{7x}$

Exercício 8. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}$ e p um número real dado. Suponha que $\lim_{x\to p} \dfrac{f(x)-f(p)}{x-p} = L$. Calcule

(a) $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(p+h)-f(p)}{h}$

(b) $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(p+h)-f(p-h)}{h}$

Exercício 9. A função $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x}{x+1} & \text{se } x \neq -1 \\ 2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$ é contínua no ponto -1? E no ponto 0? Justifique sua resposta.

Exercício 10. Calcule $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ sendo f dada por

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = 1/x$

(c) $f(x) = -x^3 + 2x$

(d) $f(x) = 5$

(e) $f(x) = 2x^2 + x$

(f) $f(x) = 3x + 1$