PROPRIEDADES

Cálculo Proposicional

Na lista de propriedades abaixo, relações de equivalência ou implicação lógica demonstram relações entre *interpretações* e, portanto, significados, das fbfs envolvidas. Relações de *igualdade* indicam igualdade entre *valores semânticos* no domínio do CalcPropos. Fbfs equivalentes terão mesmos valores semânticos.

1. Definições
    a. **Princípio do 3º. excluído**
        - $\neg$**v** = **f**
        - $\neg$**f** = **v**
    b. $\neg\alpha \wedge \alpha$ = **f** (contradição)
    c. $\neg\alpha \vee \alpha$ = **v** (tautologia)
2. Equivalências lógicas clássicas
    a. $\alpha \rightarrow \beta \Leftrightarrow \neg\alpha \vee \beta$
    b. $\alpha \leftrightarrow \beta \Leftrightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
    c. $\neg\neg\alpha \Leftrightarrow \alpha$

3. EN
    a. EN1: $\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \beta$, para α = tautologia
    b. EN2: $\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \beta$, para α = contradição

Em outras palavras:
    c. EN1: **v** $\wedge\, \beta \Leftrightarrow \beta$
    d. EN2: **f** $\vee\, \beta \Leftrightarrow \beta$

4. Distributiva
    a. D1: $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$
    b. Vale a dual (D2)
5. Associativa
    a. A1: $\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma) \Leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma$
    b. Vale a dual (A2)
6. Idempotência
    a. I1: $\alpha \vee \alpha \Leftrightarrow \alpha$
    b. Vale a dual (I2)
7. Comutativa
    a. C1: $\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \beta \vee \alpha$
    b. Vale a dual (C2)
8. de Morgan
    a. M1: $\neg(\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$
    b. Vale a dual (M2)
9. Universal
    a. U1: $\beta \wedge$ **f** = **f**
    b. Vale a dual (U2)
10. Absorção simples
    a. Abs1: $\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \alpha$
    b. Vale a dual (Abs2)
11. Absorção elaborada
    a. $p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$
12. Simplificação (S): $\alpha \wedge \beta \Rightarrow \alpha$
13. Adição (A): $\alpha \Rightarrow \alpha \vee \beta$

14. Silogismo hipotético (cadeia): $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \Rightarrow \alpha \rightarrow \gamma$
15. Silogismo disjuntivo: $(\alpha \vee \beta) \wedge \neg\alpha \Rightarrow \beta$
16. MP *(modus ponens)*: $\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta) \Rightarrow \beta$
17. MT *(modus tollens)*: $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$
18. Contrapositiva (DEF): $\alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$
19. Recíproca de $\alpha \rightarrow \beta$ (DEF): $\beta \rightarrow \alpha$
20. Contrária de $\alpha \rightarrow \beta$ (DEF): $\neg\alpha \rightarrow \neg\beta$
21. Condicional $\Leftrightarrow$ contrapositiva
    a. $\alpha \rightarrow \beta \Leftrightarrow \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$
22. Contrária $\Leftrightarrow$ recíproca
    a. $\neg\alpha \rightarrow \neg\beta \Leftrightarrow \beta \rightarrow \alpha$
23. Exportação: $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \Rightarrow \alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$
24. Importação: $\alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma \Rightarrow \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$
25. Exportação-Importação: $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \Leftrightarrow \alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$
26. Princípio da inconsistência: $\alpha \wedge \neg\alpha \Rightarrow \beta$

Outras propriedades deriváveis

27. se $\alpha \rightarrow \beta$, então
    a. $\alpha \wedge \gamma \rightarrow \beta \wedge \gamma$
       (conjunção de ambos os lados)
    b. $\alpha \vee \gamma \rightarrow \beta \vee \gamma$
       (disjunção de ambos os lados)
28. $\alpha \rightarrow \beta \wedge \gamma \Leftrightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\alpha \rightarrow \gamma)$

Padrões extraídos do livro de Judith Gersting[1] para enunciados em LN

1. A se e somente se B: A ↔ B é desmembrada em:
    1.1. A se B – é chamada condição necessária de P
    1.2. A somente se B – é chamada condição suficiente de P
2. A se B: B → A
    2.1. B é CS (condição suficiente) para A
    2.2. B é CS para a *veracidade de A*
3. A somente se B: A → B
    3.1. A idéia neste caso é a seguinte: se A for verdadeira, B *obrigatoriamente* tem que ser verdadeira, para a condicional ser v. Na verdade, a restrição se aplica à semântica da condicional lógica: é preciso que B seja v se A for v.
    3.2. B é CN (condição necessária) para A
4. FORMA GERAL:
    4.1. Se A é CS para B: A → B
    4.2. se A é CN para B: B → A

[1] Judith Gersting. Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação. Department of Computer Science, University of Hawaii. Hilo, Hawaii (5ª. Ed.).

Wang

- **R1**: *Caso 1*
  - p1, p2,..., pj-1,¬**X**, pj+1,..., pn ⇒ c1, c2,..., cm
  - p1, p2,..., pj-1, pj+1,..., pn ⇒ c1, c2,..., cm, **X**
- *Caso 2*
  - p1, p2,..., pn ⇒ c1, c2,..., cj-1,¬**X**, cj+1,..., cm
  - p1, p2,..., pn, **X** ⇒ c1, c2 ,..., cj-1,cj+1,..., cm

- **R2**: *Caso 1*
  - p1, p2,..., pj-1, **X∧Y**, pj+1,..., pn ⇒ c1, c2,..., cm
  - p1, p2,..., pj-1, **X**,**Y**, pj+1,..., pn ⇒ c1, c2,..., cm
- *Caso 2*
  - p1, p2,..., pn ⇒ c1, c2,..., cj-1, **X∨Y**, cj+1,..., cm
  - p1, p2,..., pn ⇒ c1, c2 ,..., cj-1, **X**,**Y**, cj+1,..., cm

- **R3**: p1, **X∨Y**, p2 ⇒ c1, c2
  - p1, **X**, p2⇒ c1, c2
  - p1, **Y**, p2 ⇒ c1, c2
- **R4**: p1, p2 ⇒ c1, **X∧Y**, c2
  - p1, p2 ⇒ c1, **X**, c2
  - p1, p2 ⇒ c1, **Y**, c2

- **R5**: X → Y ⇔ ¬X ∨ Y
- **R6**: X ↔ Y ⇔ (X→Y)∧(Y→X)

ATENÇÃO : Você pode acrescentar outras propriedades a esta lista e pode usá-la em suas avaliações individuais, DESDE QUE contenha somente a relação das propriedades.