

# CONSTRUÇÃO DO DIAGRAMA HR DE ESTRELAS UTILIZANDO A LINGUAGEM PYTHON

**Gabriel Simas Gomes Barata<sup>1</sup>; Magdiel Rodrigues da Conceição<sup>2</sup>; Eduardo Seperuelo Duarte<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), campus Nilópolis - Rio de Janeiro, Brasil, gabriel\_barata@hotmail.com

<sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), campus Nilópolis - Rio de Janeiro, Brasil, magdielbb1@gmail.com

<sup>3</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), campus Nilópolis - Rio de Janeiro, Brasil, eduardo.duarte@ifrj.edu.br

## Resumo

**Objetivo:** Neste artigo, propomos um material didático para o professor de ensino médio construir o diagrama HR. A motivação é dada tendo em vista que a BNCC inseriu conteúdos de astronomia no ensino básico, entre eles a evolução estelar.

**Materiais e métodos:** Utilizando a linguagem python, foi escrito um “*script*” que utiliza os dados tabulares de estrelas, obtidos a partir de bancos de dados de observatórios profissionais, e constrói um diagrama HR. As equações aplicadas no processo são explicadas e propriamente derivadas no corpo do texto.

**Resultados:** Tivemos como resultado a criação de dois diagramas HR, com os raios estelares inclusos nos diagramas. O primeiro foi feito a partir de dados de estrelas orbitadas por exoplanetas descobertos pela missão TESS da NASA. Já o segundo foi feito a partir da combinação de duas bases de dados de aglomerados estelares: as Plêiades e Ômega Centauri.

**Conclusões:** Além da produção do material de apoio para o professor, esse trabalho também irá disponibilizar o script escrito em linguagem python para aqueles professores que tiverem o conhecimento da linguagem de programação e quiserem alterá-lo de modo a customizar a atividade para a sala de aula.

**Palavras-chave:** Diagrama HR, Python, Formação continuada.

## Abstract:

**Objective:** In this article, we propose a teaching material for the high school teacher to build the HR diagram. The motivation is given in view of the fact that the BNCC inserted astronomy contents in basic education, including stellar evolution.

**Materials and methods:** Using the python language, a script was written that uses the tabular data of stars, obtained from databases of professional observatories, and builds an HR diagram. The equations applied in the process are explained and properly derived in the body of the text.

**Results:** We resulted in the creation of two HR diagrams, with stellar radius included in the diagrams. The first was made from data from stars orbiting exoplanets discovered by NASA's TESS mission. The second was made from the combination of two databases of star clusters: the Pleiades and Omega Centauri.

**Conclusions:** In addition to the production of support material for the teacher, this work will also make available the script written in python language for those teachers who have knowledge of the programming language and want to change it in order to customize the activity for the classroom.

**Keywords:** HR Diagram, Python, Continuing Education.

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é voltado para a criação de um material que possa ser utilizado pelos professores de física do ensino médio ou licenciandos, visto que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) dispõe sobre conteúdos de astronomia, mais especificamente na competência específica 2, em ciências da natureza e suas tecnologias, dentro da etapa do ensino médio. Segundo o documento, tomar ciência das transformações que ocorrem nas estrelas, assim como o seu processo evolutivo, gera para o estudante a reflexão sobre a história física do planeta Terra, assim como a do próprio universo.

Entre as habilidades necessárias para esta competência específica, temos: (EM13CNT209) Interpretar resultados e realizar previsões sobre atividades experimentais, fenômenos naturais e processos tecnológicos.

Infelizmente, a astronomia é uma área pouco explorada no ensino médio, apesar dela ser uma atividade desenvolvida no Brasil há quase 200 anos (QUEIROZ, 2017). Os motivos para esta falta de exploração são diversos, desde a insegurança por parte dos professores (TREVISAN, 2004), visto que a capacitação deles é precária nesta área (BRETONES, 1999; QUEIROZ, 2017), até a própria incapacidade em esclarecer dúvidas dos alunos, visto que carecem de conhecimentos aprofundados e possuem várias concepções prévias geradas pela mídia (BRETONES, 1999).

Fora isto, o cotidiano dos alunos diverge consideravelmente dos fenômenos astronômicos abordados em sala de aula, o que gera dificuldades conceituais e opiniões de senso comum (BARRIO, 2007). Barros (2007) acredita que as concepções alternativas relacionadas à astronomia se deve por estes cinco motivos: dificuldades cognitivas relacionadas à Astronomia; ausência de evidências intuitivas sobre os movimentos terrestres; metodologia que se baseia mais na leitura do que na observação; formação deficiente dos profissionais de educação; e, por fim, a intensa poluição luminosa, que dificulta as observações do céu noturno.

Para completar, no estado do Rio de Janeiro, apenas 7 instituições oferecem o curso de licenciatura em física. São elas: IFRJ - campus Nilópolis e campus Volta Redonda, UERJ, UFF, Souza Marques, UFRJ e UFRRJ. Destas, apenas as 4 primeiras oferecem a matéria de astronomia durante a formação do docente, porém, na UFF, não há detalhamento dos tópicos abordados (QUEIROZ, 2017).

Tendo em vista a problemática apresentada até então, este trabalho apresenta para os professores de física ou licenciandos uma ferramenta que os auxiliarão durante suas aulas. Esta ferramenta, que se apresenta como um gráfico, é o mais importante na área da evolução estelar, visto que com ele, é possível mostrar a trajetória evolutiva das estrelas. Além disso, durante o processo de construção deste gráfico, se faz necessária a determinação de parâmetros físicos importantes das estrelas. Este trabalho, além de apresentar 2 exemplos de Diagramas HR, disponibiliza um compilado de derivações destes parâmetros físicos, o que auxilia no estudo e aprendizado do professor ou licenciando. Além disso, será disponibilizado o script que criou os

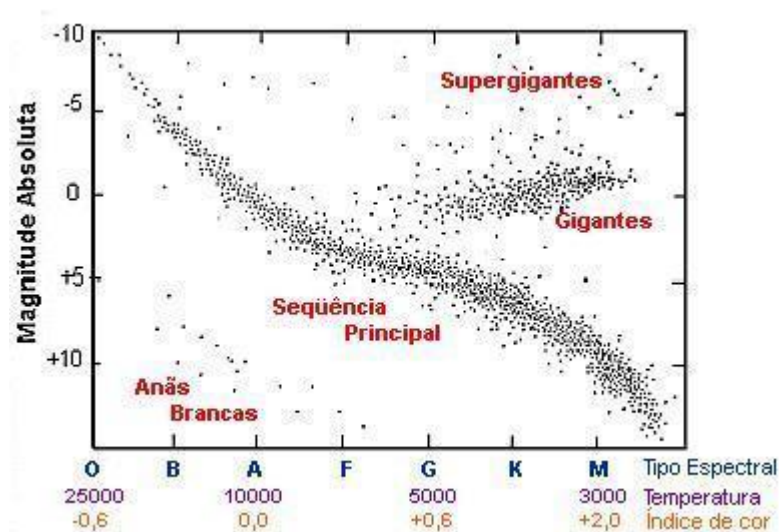
diagramas, e os professores podem criar seus próprios a partir dele.

Este artigo começa contando a história do diagrama HR e explicando sua definição. Em seguida, definir alguns parâmetros físicos, como Paralaxe, Magnitudes Aparentes e Absolutas, Relação Entre Luminosidade e Magnitude, Índice de Cor e Temperatura. Por fim, finaliza com resultados e conclusões.

## 2 O DIAGRAMA HR

Em 1905, o astrônomo dinamarquês Ejnar Hertzsprung e o norte-americano Henry Norris Russell descobriram uma relação entre os brilhos das estrelas e suas respectivas temperaturas superficiais. Essa relação pode ser visualizada através de um gráfico em que o brilho (mais precisamente a luminosidade) está representado no eixo das ordenadas e a temperatura no eixo das abscissas.

Este gráfico ficou conhecido como Diagrama de Hertzsprung-Russell, ou apenas Diagrama HR. A Figura 1 mostra um exemplo de Diagrama HR. Nele, podemos notar que as estrelas se dividem em 4 grandes grupos: Supergigantes, Gigantes, Sequência Principal e Anãs brancas. Alguns desses grupos podem ter outras divisões, como Gigantes Normais e subgigantes, Supergigantes Luminosas, Hipergigantes e etc.



**Figura 1:** Exemplo de Diagrama HR. Um diagrama que relaciona a luminosidade, ou magnitude, e a temperatura, ou índice de cor, para um grupo de estrelas - [http://www.laifi.com/usuario/67/laifi/67800541\\_58\\_60871706\\_2035.jpg](http://www.laifi.com/usuario/67/laifi/67800541_58_60871706_2035.jpg)

O diagrama HR também exerce outras funções, como ver a relação entre os tamanhos das estrelas, suas massas ou até mesmo a idade de aglomerados estelares. Neste artigo, demonstraremos para o professor a derivação das principais relações matemáticas entre os parâmetros físicos das estrelas. Mostraremos como esses parâmetros são obtidos a partir das medidas observacionais. Aplicamos essas derivações construindo os diagramas HR para três amostras de estrelas: (i) as estrelas que a missão *Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS) detectou exoplanetas em órbita, (ii) as estrelas do aglomerado aberto das Plêiades e (iii) as estrelas do aglomerado globular Ômega Centauri.

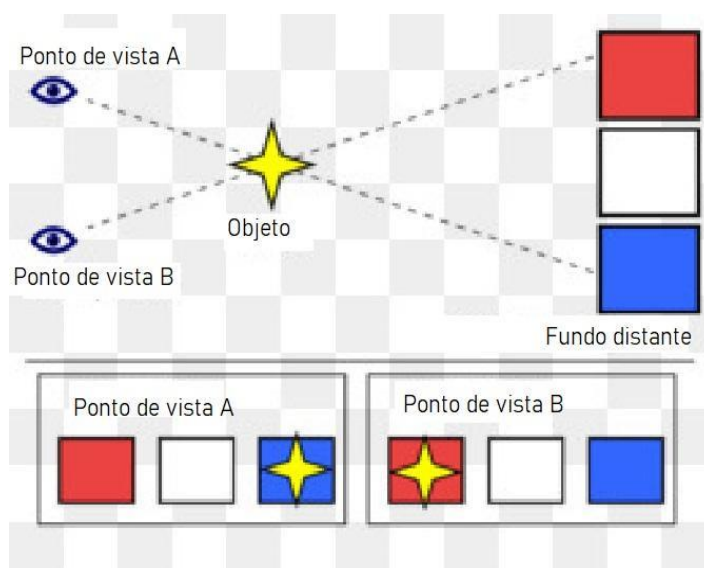
Também pode ser notado por meio deste artigo o quão importante é a habilidade e o

manejo de ferramentas de programação para a carreira científica, visto que não seria viável, e talvez até impossível, a criação do diagrama com um grande número de dados.

### 3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS

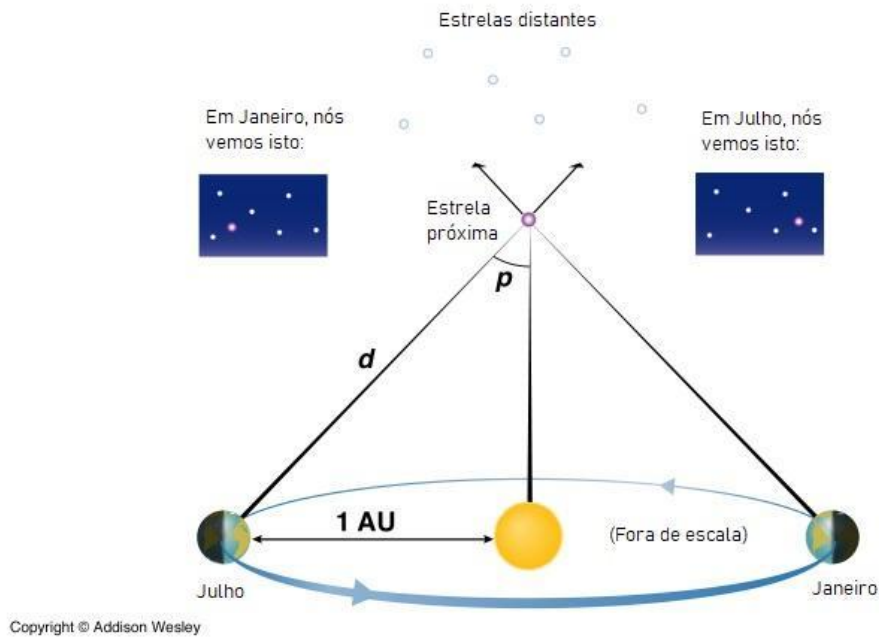
Durante a criação do diagrama HR é necessário a determinação de alguns parâmetros físicos importantes das estrelas, como Paralaxe, Magnitudes, Luminosidade, Índice de Cor e Temperatura. Neste tópico, abordaremos mais profundamente o que são estes parâmetros e como calculá-los.

#### 3.1 Paralaxe e Distâncias Estelares



**Figura 2:** Efeito da paralaxe no dia a dia - <https://img1.gratispng.com/20180422/zie/kisspng-the-parallax-view-stereoscopy-distance-translate-effect-5adc7185b51161.0396805115243964217417.jpg>

A paralaxe pode ser definida como o deslocamento aparente de um objeto quando se muda o ponto de observação (Figura 2). Ela depende da distância do objeto, ou seja, quanto maior a distância, menor será a sua medida de paralaxe. Quando observamos ao longo do ano uma estrela próxima, notamos que ela tem um deslocamento angular quando comparada com estrelas mais distantes. Assim, podemos utilizar a paralaxe para calcular a distância de uma estrela próxima. A figura 3 ilustra a medida da paralaxe.



**Figura 3:** Efeito da paralaxe para cálculo de distâncias estelares. - <http://ircamera.as.arizona.edu/NatSci102/NatSci102/text/parallaxecp.jpg>

Podemos então montar um triângulo retângulo, em que o ângulo é o de paralaxe (P), o cateto oposto mede 1 Unidade Astronômica (1 AU), e a hipotenusa é a distância entre a Terra e a estrela (d). Pela lei do Seno, temos que:

$$d = \frac{1AU}{\text{sen}(P)} \quad (1)$$

Para pequenos ângulos de P, podemos aproximar que:

$$d = \frac{1}{p} \quad (2)$$

Esta distância é definida em Parsec. Esta unidade de medida é definida de forma que: quando o ângulo de paralaxe for igual a 1 segundo de arco, a distância entre o Sol e a estrela medida será de 1 parsec. 1 parsec é aproximadamente igual a 3.26 anos-luz.

### 3.2 Magnitudes Aparentes

Para falarmos de magnitude aparente, primeiro precisamos entender o conceito de fluxo (f). O fluxo pode ser entendido como uma quantidade de energia (E) que atravessa uma determinada área (A) durante um intervalo de tempo (t). Assim, podemos escrever:

$$f = \frac{E}{t.A} \quad (3)$$

Hiparcos (século IV a.C.) criou uma escala baseada no brilho da estrela e a chamou de escala de magnitudes (m). Ele atribuiu às estrelas mais brilhantes o valor de magnitude igual a 1. Em seguida, ele acreditou que as estrelas com a metade do brilho tinham magnitude igual a 2. Com um quarto do brilho, magnitude igual a 3, e assim sucessivamente. Porém, os astrônomos descobriram que o olho humano é um detector logarítmico do fluxo. Sendo assim, a escala de magnitudes foi modificada de forma que ela seja logarítmica e que uma estrela de magnitude igual a 1 seja 100 vezes mais brilhante do que uma estrela de magnitude igual a 6.

Ou seja:

$$\frac{f_{m=1}}{f_{m=6}} = 100 \quad (4)$$

Na equação acima, podemos escrever a razão entre os fluxos como um produto entre razões de fluxos cujas diferenças em magnitudes são iguais a 1, ou seja:

$$\frac{f_{m=1}}{f_{m=2}} \times \frac{f_{m=2}}{f_{m=3}} \times \frac{f_{m=3}}{f_{m=4}} \times \frac{f_{m=4}}{f_{m=5}} \times \frac{f_{m=5}}{f_{m=6}} = 100 \quad (5)$$

Porém, como os fatores acima são iguais, podemos escrever cada uma dessas frações como uma constante igual a K, ou seja:

$$K^5 = 100 \quad (6)$$

Ou:

$$K = 10^{\frac{2}{5}} \quad (7)$$

Sabendo que a relação entre magnitude e fluxo é exponencial e considerando que quanto maior a magnitude, menor o fluxo, podemos obrigatoriamente dizer que:

$$f = a.b^m \quad (8)$$

Com a e b sendo constantes arbitrárias e b um valor entre 0 e 1. Mas como já achamos o valor de K e ele é maior que 1, podemos reescrever b como:

$$b = K^{-1} \quad (9)$$

E ficamos com:

$$f = a \cdot K^{-m} \quad (10)$$

Assim, para uma diferença de magnitude arbitrária  $\Delta m$ , a razão entre os fluxos correspondentes será dada por:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{a \cdot K^{m_2}}{a \cdot K^{m_1}} \quad (11)$$

$$\frac{f_1}{f_2} = K^{(m_2 - m_1)} \quad (12)$$

$$\frac{f_1}{f_2} = 10^{\frac{2}{5}(m_2 - m_1)} \quad (13)$$

onde, podemos escrever:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \left( \frac{f_1}{f_2} \right) \quad (14)$$

### 3.3 Magnitudes Absolutas

A magnitude absoluta (M) está relacionada com o brilho intrínseco da estrela. É uma medida hipotética de magnitude aparente, acaso a distância da estrela fosse de 10 parsecs. Pela equação 3, sabemos que o fluxo é inversamente proporcional à uma área A. Podemos reescrever esta equação considerando que esta área é referente a área superficial de uma esfera de raio D, visto que as estrelas emitem uma quantidade de energia constante para todas as direções, que se propaga como uma esfera em expansão. Sendo assim, podemos substituir A por  $4\pi D^2$  e chegamos em:

$$f \propto \frac{1}{D^2} \quad (15)$$

Chamamos de  $f_{10}$  quando D é igual a 10 parsecs. Considerando uma constante arbitrária K, para uma determinada estrela, a razão entre os fluxos a 10 parsecs e a distância D

é dada por:

$$\frac{f_{10}}{f_D} = \frac{\frac{k}{10^2}}{\frac{k}{D^2}} = \left(\frac{D}{10}\right)^2 \quad (16)$$

substituindo a equação 16 na 14, chegamos que:

$$M = m - 5\log(D) + 5 \quad (17)$$

### 3.4 Relação Entre Luminosidade e Magnitude

A luminosidade (L) pode ser entendida como a energia total de uma estrela, emitida em todas as direções, por unidade de tempo. Assim, a luminosidade tem a mesma dimensão de potência. A magnitude absoluta e a luminosidade são parâmetros intrínsecos da estrela e não dependem da distância para o observador. Assim, tendo em vista as equações 3 e 15, podemos reescrever o fluxo em termos da luminosidade, onde:

$$F = \frac{L}{A} = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (18)$$

Da equação 17, isolando a magnitude aparente, temos:

$$m = M + 5\log(D) - 5 \quad (19)$$

Considerando a mesma expressão para uma segunda estrela e subtraindo-a da expressão acima, temos:

$$m_1 - m_2 = M_1 - M_2 + 5.\log(D_1) - 5.\log(D_2) \quad (20)$$

Unindo as equações 14 e 20, temos que:

$$-2,5.\log\left(\frac{f_1}{f_2}\right) = 5.\log\left(\frac{D_1}{D_2}\right) + M_1 - M_2 \quad (21)$$



Podemos escrever então que:

$$M_1 - M_2 = - \left( 2,5 \cdot \log \left( \frac{f_1}{f_2} \right) + 2,5 \cdot \log \left( \frac{D_1^2}{D_2^2} \right) \right) \quad (22)$$

E que:

$$M_1 - M_2 = -2,5 \cdot \log \left( \frac{f_1 \cdot D_1^2}{f_2 \cdot D_2^2} \cdot \frac{4\pi}{4\pi} \right) \quad (23)$$

Isolando a luminosidade da equação 18 e substituindo na equação 23, achamos que:

$$M_1 - M_2 = -2,5 \cdot \log \left( \frac{L_1}{L_2} \right) \quad (24)$$

Quando trabalhamos com luminosidade em astronomia, levamos em consideração a luminosidade solar ( $L_\odot$ ). Isto é, a luminosidade solar ( $L_\odot$ ) do sol é igual a 1. Sabendo também a magnitude absoluta do sol ( $M_\odot$ ), podemos calcular a luminosidade ( $L$ ) para uma estrela qualquer, substituindo os valores  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  por  $M$ ,  $M_\odot$ ,  $L$ ,  $L_\odot$ , respectivamente, da equação 24. Sabendo que  $L_\odot$  é igual a 1 e isolando  $L$ , obtemos que:

$$L = 10^{\frac{M_\odot - M_1}{2,5}} \quad (25)$$

### 3.5 Índice de Cor e Temperatura

Como vimos anteriormente, as medições de magnitude aparente são realizadas em filtros fotométricos. Da mesma forma que podemos medir a magnitude aparente de uma estrela na banda do visível, podemos medir também em outras bandas. O sistema Johnson-Morgan de fotometria consiste em medições em 3 bandas: ultravioleta, azul e visível. Com essas medições, podemos atribuir para a estrela um valor conhecido como índice de cor (IC). O índice de cor é calculado como a diferença entre as magnitudes aparentes nas bandas do visível para o azul, como mostra a equação 26.

$$IC = m_B - m_V = B - V \quad (26)$$

Quanto menor o índice de cor de uma determinada estrela, mais quente ela é. Considerando a mesma como um corpo negro ideal, podemos experimentalmente determinar que sua temperatura ( $T$ ) segue a equação:

$$T = 4600k \times \left( \frac{1}{0.92 \times IC + 1.7} + \frac{1}{0.92 \times IC + 0.62} \right) \quad (27)$$

Utilizaremos esta equação porque ela se comporta adequadamente para um intervalo grande de índice de cor.

## 4 RESULTADOS

O trabalho começou com a coleta de 3 bases de dados sobre estrelas disponíveis na internet: (i) da missão TESS; (ii) do aglomerado Omega Centauri; (iii) do aglomerado aberto das Plêiades. Devido ao grande volume de dados, foi escrito um algoritmo na linguagem de programação Python. Dada a natureza do problema, nós decidimos utilizar o ambiente de programação Google Colab, visto que o mesmo segue o modelo do Jupyter Notebook.

Os dados foram salvos no formato CSV e manipulados pela biblioteca Pandas de análise de dados tabulares. Nela, foram utilizadas as equações apresentadas no capítulo anterior a fim obter os parâmetros físicos das estrelas como temperatura e luminosidade. Por fim, criamos 2 Diagramas HR utilizando as bibliotecas Plotly e Dash para criação de gráficos.

### 4.1 TESS

A missão Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS), liderada pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts, é um programa de exploração espacial oficial da NASA que tem como objetivo detectar exoplanetas em órbita de estrelas próximas. Sua principal meta é observar as 200.000 estrelas mais brilhantes, que correspondem a 85% do céu visto da Terra, e buscar por seus exoplanetas utilizando a observação do trânsito planetário como técnica de detecção. Até dezembro de 2021, foram encontrados 173 candidatos em 124 sistemas planetários pela missão TESS.

Os dados de estrelas que possuíam exoplanetas em trânsito foram coletados do Exoplanet Archive (colocar o link do site), um site contratado pela NASA que disponibiliza um catálogo astronômico on-line de exoplanetas. Esta base de dados disponibiliza a luminosidade e as magnitudes azul e visível para todas as estrelas observadas, além de algumas outras informações. O site disponibiliza uma magnitude para apenas estrelas com exoplanetas confirmados, e foram essas que nós utilizamos.

Como a tabela vinha com poucos dados e alguns valores nulos, nós decidimos montar o Diagrama HR com estrelas orbitadas por exoplanetas descobertas em outras 62 missões, e não só na TESS. Nesta nova base de dados, disponibilizada pela mesma fonte, havia 4576 planetas em 3393 sistemas. Removendo os valores nulos desta nova tabela, sobraram apenas 453 planetas. Destes, 70,19% dos dados continham a informação da classe de luminosidade. O resto foi descartado. Dos dados restantes, a Sequência Principal ocupava 53.42% dos dados, enquanto as Gigantes ocupavam 9.71% e as Subgigantes 3.97%.



**Figura 4:** Diagrama HR de Missão TESS

## 4.2 Aglomerados

Aglomerados estelares são grupos de estrelas que interagem gravitacionalmente entre si. Omega Centauri é um aglomerado globular, formado por milhões de estrelas distribuídas uniformemente em um volume esférico. Já as Plêiades é um aglomerado aberto, visto que é um conjunto mais disperso de estrelas. Aglomerados abertos possuem apenas centenas de estrelas, relativamente jovens, com fraca ligação gravitacional entre si.

Enquanto os aglomerados globulares têm uma distribuição esférica e são encontrados fora do plano galáctico, os aglomerados abertos são confinados no plano galáctico e são encontrados frequentemente dentro de braços espirais.

O banco de dados da qual ambos os aglomerados foram obtidos foi o Set of Identifications, Measurements, and Bibliography for Astronomical Data (SIMBAD), onde foi possível obter os dados de paralaxe e de brilho de todas as estrelas de ambos os aglomerados. Junto com estas e outras informações disponíveis, havia uma que informava a probabilidade calculada de uma determinada estrela fazer parte do aglomerado em questão.

Para algumas das estrelas havia mais de uma medida. Estas medidas eram idênticas em brilho nos filtros visível e azul, e, conseqüentemente, idênticas em luminosidade e temperatura. Porém, em alguns casos, pelo menos uma das medidas tinha uma probabilidade menor que 100% de pertencer àquele aglomerado. Tendo em vista esta situação, usamos em nosso diagrama apenas as estrelas que apresentavam todas as medições com probabilidade iguais a 100%.

Como as estrelas da sequência principal não ficam para sempre nela, o formato do Diagrama HR de um aglomerado muda com o tempo. Estas estrelas que saem da sequência principal para se tornarem gigantes criam um novo formato no Diagrama HR conhecido como ponto de inflexão.

O tempo que uma estrela permanece na sequência principal depende do tipo espectral da mesma. Quanto maior a massa de uma estrela, mais azul e brilhante ela é, e mais rápido ela consome seu combustível nuclear, aumentando assim seu raio. Sendo assim, estrelas de alta massa ficam menos tempo na sequência principal.

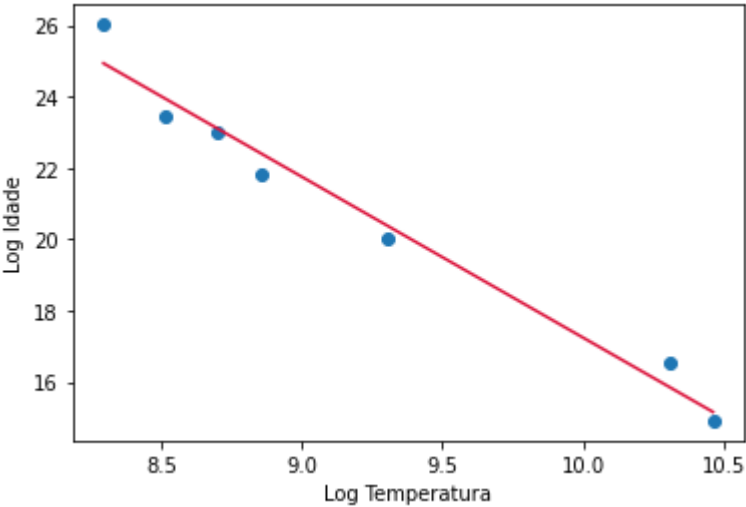
Como as estrelas de um aglomerado se formam ao mesmo tempo, aquelas que se localizam no ponto de inflexão são estrelas que estão abandonando a sequência principal. Assim, podemos a partir do ponto de inflexão determinar a idade de um aglomerado estelar. O que precisamos é primeiro descobrir o tipo espectral das estrelas localizadas no ponto de inflexão. Sabendo o seu tipo espectral, agora só precisamos saber quanto tempo uma estrela de tal tipo espectral fica na sequência principal. Este tempo será igual a idade do aglomerado. Na figura 5, vemos uma tabela que relaciona a temperatura e a classe espectral do ponto de inflexão com a idade do aglomerado estelar.

**Tempo de Vida na Sequência Principal**

massa ( $M_{\odot}$ )	temperatura superficial (K)	luminosidade ( $L_{\odot}$ )	tempo na sequência principal ( $10^6$ anos)	classe espectral
25	35,000	80,000	3	O
15	30,000	10,000	15	B
3	11,000	60	500	A
1.5	7000	5	3000	F
1.0 ( Sol )	6000	1	10,000	G
0.75	5000	0.5	15,000	K
0.50	4000	0.03	200,000	M

**Figura 5:** Tabela que relaciona temperatura do ponto de inflexão com idade do aglomerado estelar.

Sabendo os valores de idade para 7 valores de temperatura, podemos fazer uma regressão a fim de determinar a idade em função da temperatura, e assim conseguirmos interpolar valores. Na figura 6, vemos um gráfico com os 7 pontos em escala logarítmica em ambos os eixos. Podemos também observar a reta que melhor comporta todos os pontos na escala logarítmica.



**Figura 6:** regressão logarítmica entre a idade e a temperatura para aglomerados estelares.

Com uma idade  $I$ , uma temperatura  $T$  e considerando  $A$  e  $B$  como, respectivamente, os coeficientes angulares e lineares desta regressão, podemos escrever que

$$\ln(I) = A \cdot \ln(T) + B \quad (28)$$

isolando I, temos:

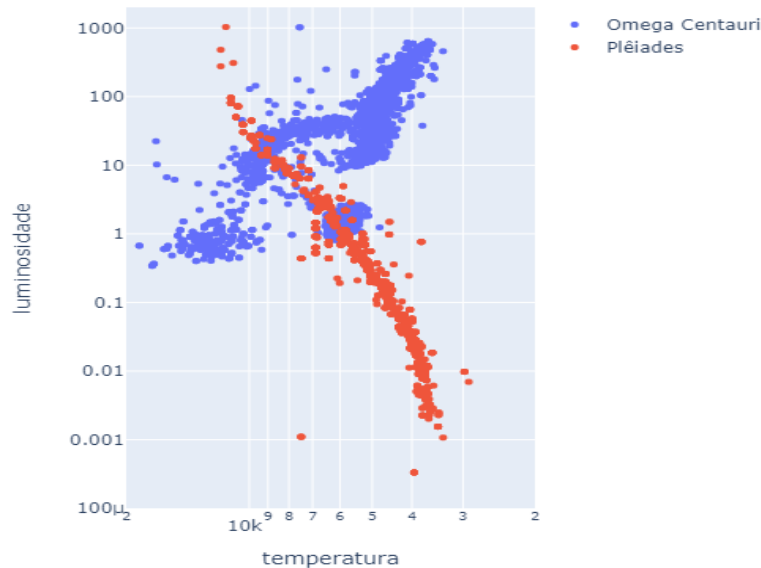
$$I = T^A \cdot e^B \quad (29)$$

Achamos que A é  $-4.17922317 \frac{\text{anos}}{K}$  e B é 59.06703399 anos.

Pelo diagrama na figura 7 e pela equação 29, podemos estimar que Omega Centauri tem a idade de 1,787 bilhões de anos, enquanto Plêiades tem 525 milhões. Segundo a fonte <http://planeta.rio/omega-centauri/>, a idade real de Omega Centauri é de aproximadamente 11,5 bilhões de anos. Enquanto, segundo a fonte <http://www.astronoo.com/pt/artigos/pleiades.html>, a idade real de Plêiades é de aproximadamente 100 milhões de anos. Podemos notar que nossos resultados foram consideravelmente discrepantes em relação aos valores de referência.

Vamos recapitular todo o processo até a estimativa da idade de um aglomerado. Lemos do Simbad o valor de magnitude nos filtros B e V de cada estrela. Calculamos o índice de cor de cada estrela a partir dos dois filtros. Calculamos a temperatura de cada estrela a partir do índice de cor. Realizamos uma estimativa visual do ponto de inflexão a partir do gráfico e guardamos sua temperatura. Fazemos uma regressão logarítmica para descobrirmos uma função que relacione a temperatura do ponto de inflexão com a idade do aglomerado. Aplicamos esta função à temperatura do ponto de inflexão estimado e, por fim, descobrimos a temperatura estimada.

Sendo este todo o processo, podemos afirmar que o erro necessariamente está em um ou mais pontos do mesmo. Visualmente, podemos notar que os pontos de inflexão de Plêiades e Omega Centauri estão mais próximos do que deveriam, então podemos dizer que da estimativa do ponto de inflexão para trás, necessariamente há algum erro. Não acredito que o problema venha das equações que utilizamos. Há a possibilidade de termos estimado de forma enganosa o ponto de inflexão, mas acredito que seja pouco provável. Sobra apenas que ou os dados presentes no Simbad estão errados, ou que há alguma informação faltosa.



**Figura 7:** Diagrama HR de Aglomerados

### 4.3 Determinação dos Raios

Com a luminosidade (L) e temperatura (T) da estrela estando bem definidas, visamos agora encontrar o raio (R) da mesma. Substituindo a distância (D) da equação 18 pela distância entre a superfície da estrela e seu núcleo, ou seja, o seu raio (R), obtemos que:

$$F = \frac{L}{4\pi R^2} \quad (30)$$

Considerando que estrelas são uma boa aproximação de um corpo negro, temos a liberdade de aplicar a lei de Stefan-Boltzmann, que pode ser observada na equação 31.

$$F = \sigma T^4 \quad (31)$$

Substituindo a equação 31 na equação 30 e isolando a luminosidade, temos que:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (32)$$

Sendo que o raio (R) é medido em raios solares e a luminosidade (L) em luminosidades solares. Quando montamos o Diagrama HR, o mesmo tem ambos os eixos em escala logarítmica. Podemos escrever os eixos que eram originalmente T e L em novos eixos Z e K que são funções de T e L, respectivamente.

$$Z = \log(T) \quad (33)$$

$$K = \log(L) \quad (34)$$

Considerando que, para um determinado R constante, podemos escrever R como uma função de uma constante  $C_1$  qualquer.

$$C_1 = 4\pi R^2 \quad (35)$$

E ficamos com:

$$L = C_1 T^4 \quad (36)$$

$$\log(L) = \log(C_1 T^4) \quad (37)$$

$$\log(L) = \log(C_1) + \log(T^4) \quad (38)$$

$$\log(L) = \log(C_1) + 4\log(T) \quad (39)$$

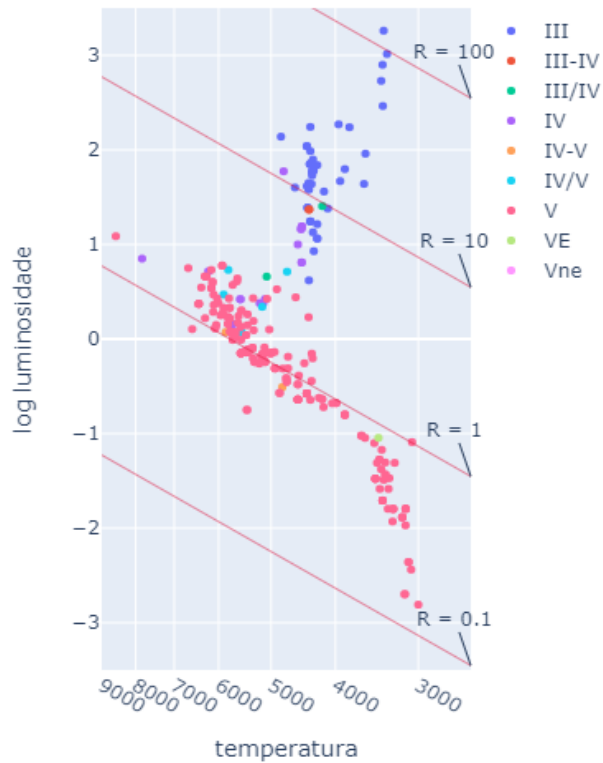
Podemos ainda criar uma constante  $C_2$  em função de  $C_1$ .

$$C_2 = \log(C_1) \quad (40)$$

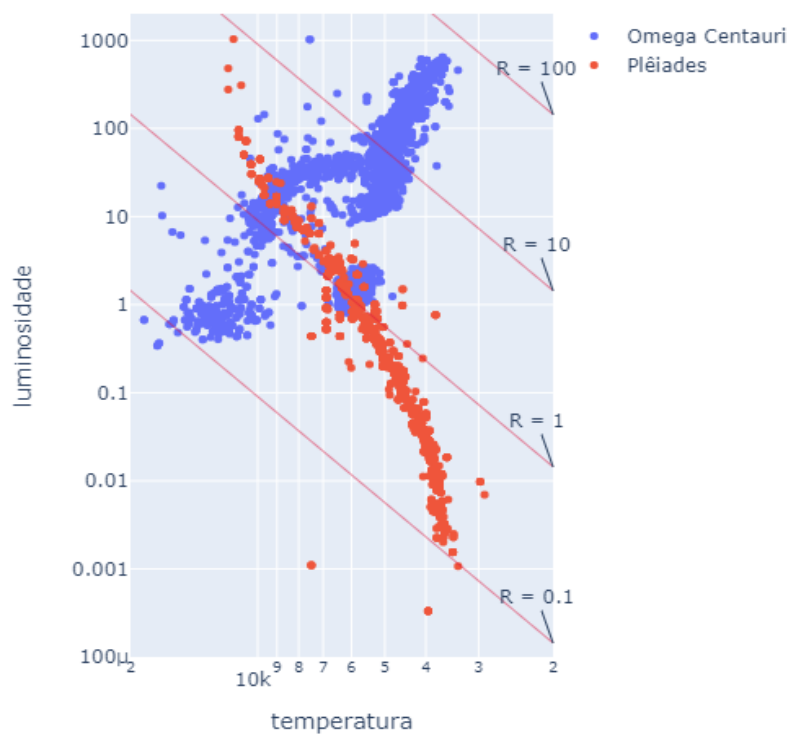
E ficamos com:

$$K = 4Z + C_2 \quad (41)$$

E concluímos que, para um determinado raio, nos eixos em escala logarítmica de temperatura e luminosidade, o gráfico terá comportamento linear. Isso significa que todas as estrelas que estiverem sobre determinada linha marcada no diagrama HR terão o mesmo raio, como pode ser observado nas Figuras 8 e 9.



**Figura 8:** Missão TESS com linhas de raios estelares



**Figura 9:** Aglomerados com linhas de raios estelares

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, nós utilizamos a linguagem de programação python para construir um diagrama HR a partir de dados reais do Simbad e do Exoplanetarchive. Como foi necessário um grande volume de dados para a realização deste trabalho, também foi necessário a automatização da análise destes dados, o que faz com que a programação seja tão importante para a conclusão deste tipo de tarefa. Também foi possível notar que, com os dados que coletamos e seguindo as equações apresentadas, foi possível chegar nos parâmetros necessários para a construção do Diagrama HR.

Neste trabalho, também foi discutido como é realizado o processo de determinar a idade de um aglomerado estelar. Também foi observado que a maior parte das estrelas orbitadas por exoplanetas pertencem à sequência principal e nenhuma destas estrelas era super gigante. E, por fim, foi apresentado um método para calcular e representar o raio das estrelas no Diagrama HR.

Esperamos que este trabalho possa contribuir no ensino de astronomia e evolução estelar. Esperamos também que o script aqui escrito e disponibilizado seja útil para os professores que tenham conhecimentos em programação, e que modifiquem da maneira que for mais conveniente.



## REFERÊNCIAS

Código criado para este trabalho: <<https://github.com/gabrielbarata/TCC>>

QUEIROZ, Suzana Regina Braga. Estudo da relação entre a formação inicial de professores de Física e o ensino de Astronomia no nível médio. Trabalho de conclusão de curso. IFRJ – Campus Nilópolis, 2017.

TREVISAN, R.H; PUZZO, D. Fases da lua e eclipses: concepções alternativas presentes em professores de ciências de 5ª série do ensino fundamental. Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 2007.

BRETONES, Paulo Sérgio. Disciplinas introdutórias de Astronomia nos cursos superiores do Brasil. Trabalho de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1999.

BARRIO, J. B. M. Planetários recuperam as noites urbanas. Astronomy Brasil, São Paulo, v. 2, n. 14, p. 68-69, junho, 2007.

BARROS, S. G. La Astronomía en textos escolares de educación primaria. Enseñanza de las Ciencias, v.15, n.2, p.225-232, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

COMINS, N. F.; KAUMFMANN III, W. J. Descobrimos o universo. **A Vida das Estrelas do Nascimento até a Meia-Idade**. 8.ed. Porto Alegre, Bookman, 2010. Cap.12, p.365-399.

F. J. Ballesteros. New insights into black bodies. Astronomical Observatory of the University of Valencia (OAUUV) - Ed. Instituts d'Investigació, Parc Científic, C/ Catedrático José Beltrán 2. E-46980 Paterna, Valencia, Spain. 2012.