

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
BACHARELADO EM MATEMÁTICA**

**LABORATÓRIO DE FÍSICA II  
RELATÓRIO I - OSCILAÇÕES LIVRES**

**Gabriel Bezerra de M. Armelin - 21550325  
Jonas Miranda Cascais Júnior - 21553844**

**Professor: Dra. Daniela Menegon Trichês**

**Manaus  
2016**

# Sumário

<b>1</b>	<b>RESUMO</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL</b>	<b>7</b>
4.1	Materias utilizados . . . . .	7
4.2	Procedimento do Experimento I . . . . .	7
4.3	Propagação de erro do Experimento I . . . . .	8
4.4	Método do Experimento II . . . . .	8
4.5	Propagação de erro do Experimento II . . . . .	9
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>10</b>
5.1	Experimento I - Determinação da constante elástica pelo método estático . . . .	10
5.2	Experimento II - Determinação da constante elástica pelo método dinâmico . . .	11
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>13</b>
6.1	Experimento 1: . . . . .	13
6.2	Experimento 2: . . . . .	13
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>14</b>

# 1. RESUMO

Este relatório descreve e analisa dois experimentos para obter a constante elástica de uma mola. O primeiro experimento consiste em determinar a constante elástica de uma mola estimando-a a partir da força peso e a respectiva distensão sofrida pela mola ao ser submetida a diversas massas. Foi gerado um gráfico mostrando a relação destas duas variáveis e através de regressão linear foi obtida a reta necessária para estimar a constante elástica. O segundo experimento consiste em determinar a constante elástica da mola utilizando os resultados do movimento harmônico simples. Para isso, os alunos cronometram o período que o objeto levou para completar um ciclo após a mola ter sido esticada e, em seguida, liberada. De posse do período, foi possível criar um gráfico relacionando o período com o respectiva massa e estimar a constante de elasticidade da mola. No final, a constante elástica obtida pelos dois métodos foram comparadas e descobrimos uma diferença de 5 unidades entre eles.

## 2. INTRODUÇÃO

Este relatório descreve e analisa dois experimentos para obter a constante elástica de uma mola. De posse da constante elástica, um engenheiro ou cientista pode calcular a força e energia exercida pela mola. Com a força e energia, pode-se entender e prever o comportamento de sistemas constituídos por mola-massa.

Para a obtenção das constantes elásticas, os alunos realizaram os experimentos em laboratório, pesquisaram os fundamentos teóricos, e realizaram a análise de dados obtidos através dos experimentos. As atividades realizadas em cada uma destas etapas estão detalhadas nos textos a seguir.

### 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

De acordo com (Halliday 1996), a força elástica é uma força restauradora, ou seja, ela tende a restaurar o estado relaxado de, por exemplo, uma mola. Neste caso, uma extremidade da mola é fixa e a outra um objeto é preso a outra extremidade da mola. Se alongamos a mola puxando o bloco para a direita, a mola exerce uma força no bloco para a esquerda. Se comprimimos a mola empurrando o bloco para a esquerda, a mola exerce uma força no bloco para a direita. Esta força é sempre contrária ao deslocamento. Ela é definida como:

$$F = -k * x \quad (3.1)$$

Em que:

F: é a força elástica;

k: é a constante elástica da mola;

x: é o deslocamento

De acordo com (Halliday 1998), em um movimento harmônico simples a aceleração é obtida de acordo com a seguinte fórmula:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad (3.2)$$

Em que  $\omega$  é frequência angular e é obtido de acordo com:

$$\omega = \frac{2 * \pi}{T} \quad , \text{ T é o período de um ciclo} \quad (3.3)$$

Aplicando a aceleração obtida em 3.2 na segunda lei de Newton, tem-se:

$$F = ma = -(m\omega^2)x \quad (3.4)$$

Comparando a equação 3.4 com a equação da lei de Hooke em 3.1, observa-se que um movimento harmônico simples é o movimento executado por uma partícula sujeita a uma força proporcional ao deslocamento da partícula e de sinal oposto. Equivalente a lei de Hooke. Portanto, pode-se obter a constante elástica pela seguinte equação:

$$k = m\omega^2 \quad (3.5)$$

Substituindo  $\omega$  de 3.3 em 3.5 e isolando  $\omega$ , tem-se:

$$\omega = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.6)$$

Substituindo  $\omega$  pelo período de 3.3,  $T$ , tem-se:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.7)$$

Isolando  $k$ , tem-se:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (3.8)$$

## 4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Esta seção apresenta os materiais e métodos utilizados nos experimentos.

### 4.1 Materias utilizados

- 1 mola
- 1 porta-peso 10g
- 5 massas de aproximadamente 50g\*.
- 1 régua milimetrada
- 1 cronômetro.
- Os valores exatados estão apresentados na tabela de dados dos experimentos.

### 4.2 Procedimento do Experimento I

Este relatório apresentará dois experimentos para obter a constante elástica de uma mola utilizando a força gravitacional. Cada experimento utilizará um método diferente.

O primeiro experimento consiste em obter a constante elástica da mola via a aplicação de algumas forças peso e suas respectivas distensões sofridas pela mola. Para isso, uma extremidade da mola foi presa em um suporte vertical e a altura da outra extremidade foi medida com uma régua milimetrada. Algumas partículas foram adicionadas a extremidade livre da mola e a distensão sofrida pela mola foi medida no ponto de equilíbrio foi medida. O modelo matemático para obter a constante elástica por este método é apresentado abaixo.

De acordo com a segunda lei de Newton, tem-se:

$$F_r = ma \quad (4.1)$$

No momento de equilíbrio da mola distendida devido a aplicação da partícula, tem-se:

$$P - F_e(x) = 0 \quad a=0, \text{ pois a partícula está em equilíbrio} \quad (4.2)$$

Então,

$$P = F_e(x) \quad \text{P: é a força peso e } F_e \text{ é a força elástica.} \quad (4.3)$$

Substituindo por suas respectivas equações, tem-se:

$$mg = -kx \quad (4.4)$$

Conclui-se que:

$$k = -\frac{mg}{x} \quad (4.5)$$

Portanto, a constante  $k$  pode ser obtida experimentalmente fazendo um gráfico da força peso em relação a distensão da mola, determinando a melhor reta que combina com os pontos no gráfico e calculando seu coeficiente angular. A equação 4.5 representa o coeficiente angular desta reta. Portanto, neste método o valor da constante elástica é dado pelo coeficiente angular da reta obtida por regressão linear no gráfico Peso X Distensão.

Uma observação importante: como a nossa referência para o deslocamento  $x$  é para cima e o objeto se move para baixo, tem-se que  $x$  sempre será um número negativo. Portanto, o valor de  $k$  sempre será positivo.

### 4.3 Propagação de erro do Experimento I

Para a estimativa de erro da constante elástica, calculamos a derivada da equação 4.5 conforme demonstrado a seguir:

$$\delta k = \left| \frac{\partial k}{\partial m} \right| \delta m + \left| \frac{\partial k}{\partial x} \right| \delta x \quad (4.6)$$

$$\delta k = \frac{xg\delta m + mg\delta x}{x^2} \quad (4.7)$$

### 4.4 Método do Experimento II

O segundo experimento consiste em determinar a constante elástica da mola utilizando um modelo baseado no movimento harmônico simples. Para isso, foi preso à mola um objeto, registrado o alongamento da mola com esse objeto na posição de equilíbrio, mantida alongada a mola em uma amplitude de 30 milímetros, liberada o objeto e registrada o tempo de 10 períodos do objeto.

A equação obtida em 3.7 é o modelo utilizado neste experimento para obter a constante elástica. No entanto, precisa-se linearizar esta equação. O processo utilizado de linearização está apresentado abaixo:



$$\log(T) = \log(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}) \quad (4.8)$$

Após alguns manipulações da função logarítmica, obtem-se:

$$\log(T) = \log\left(\frac{2\pi}{\sqrt{k}}\right) + \frac{1}{2}\log(m) \quad (4.9)$$

Como a equação acima é uma equação linear, pode-se obter a constante elástica comparando valor da estimativa da interseção da reta, obtida via regressão linear, com o eixo dos períodos de acordo com a equação abaixo:

$$b = \log\left(\frac{2\pi}{\sqrt{k}}\right) \quad *b* \text{ é o valor da interseção da reta com o eixo dos períodos} \quad (4.10)$$

Portanto, o valor de  $k$  no experimento é:

$$k = \frac{4\pi^2}{10^{2b}} \quad (4.11)$$

Em que  $b$  é o valor do coeficiente linear da função obtida via regressão linear com os dados do experimento.

## 4.5 Propagação de erro do Experimento II

Para a estimativa de erro da constante elástica, calculamos a derivada da equação 3.8 conforme demonstrado a seguir:

$$\delta k = \left| \frac{\partial k}{\partial m} \right| \delta m + \left| \frac{\partial k}{\partial T} \right| \delta T \quad (4.12)$$

$$\delta k = \frac{4\pi^2 T \delta m + 8\pi^2 m \delta T}{T^3} \quad (4.13)$$

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Experimento I - Determinação da constante elástica pelo método estático

Esta seção apresenta os dados e cálculos em cada atividade descrita na seção *Parte Experimental*.

Tabela 5.1: Experimento 1.

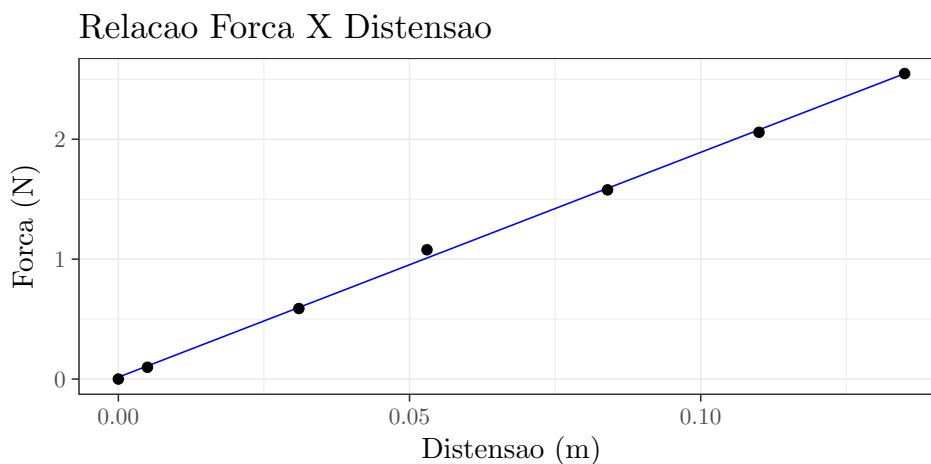
	Massa $\pm 0.001$ (kg)	Distensão $\pm 0.001$ (m)	Peso (N) $\pm 0.001$
1	0.000	0.000	0.000
2	0.010	0.005	0.098
3	0.060	0.031	0.588
4	0.110	0.053	1.078
5	0.161	0.084	1.578
6	0.210	0.110	2.058
7	0.260	0.135	2.548

Na tabela acima, a coluna *Força Gravitacional* foi calculada utilizando a seguinte fórmula:

$$P_i = m_i * g \quad (5.1)$$

Em que  $i$  representa a  $i$ -ésima amostra coleta e  $g = 9,8m/s^2$ .

O gráfico seguinte apresenta os dados da força peso em relação a distensão obtida para cada amostra.



A reta azul foi gerada utilizando o método de regressão linear que obteve a melhor reta para os dados do experimento. A equação desta reta é:

$$F = 18.757 * Distensao + 0.0154 \quad (5.2)$$

O coeficiente desta equação corresponde a constante  $k$ . Portanto, o valor de  $k = 18.757 \pm 0.483$  N/m. O erro foi calculado utilizando a fórmula 4.7.

## 5.2 Experimento II - Determinação da constante elástica pelo método dinâmico

Tabela 5.2: Experimento 2

	Massa $\pm 0.0001$ (kg)	$T_1 \pm 0.001$ (s)	$T_2 \pm 0.001$ (s)	$T_3 \pm 0.001$ (s)	$T_{md} \pm 0.001$ (s)	$T_{dp} \pm 0.001$ (s)
1	0.0600	0.419	0.375	0.419	0.404	0.025
2	0.1100	0.526	0.498	0.497	0.507	0.016
3	0.1610	0.586	0.566	0.575	0.576	0.010
4	0.2100	0.687	0.656	0.683	0.675	0.017
5	0.2600	0.765	0.759	0.762	0.762	0.003

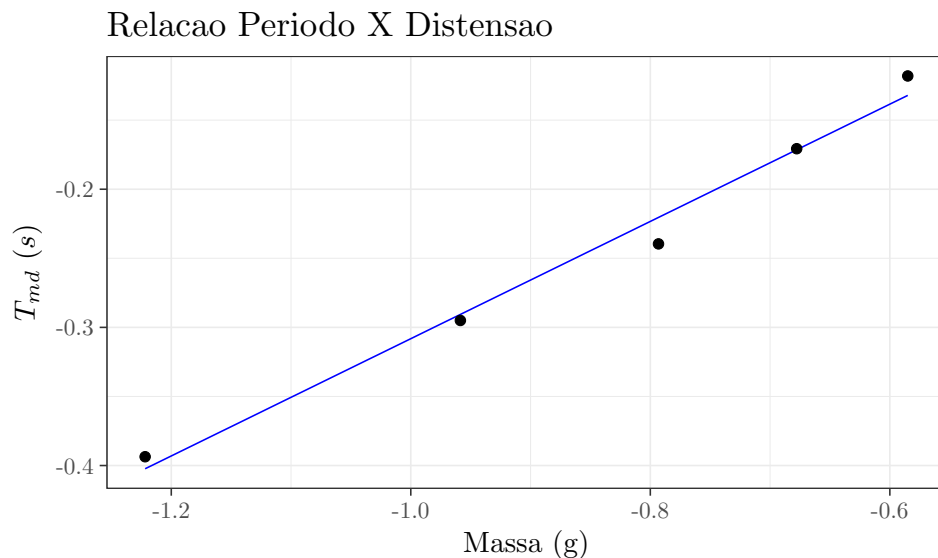
Em que:

$T_1, T_2$  e  $T_3$ : são as três amostras de período obtidas para uma determinada massa;

$T_{md}$ : é a média dos períodos obtidos;

$T_{dp}$ : é o desvio padrão da média dos períodos;

O gráfico seguinte apresenta, em escala logarítmica, a relação dos períodos com as massas.



A equação da reta obtida via regressão linear é:

$$\log(T) = 0.4243 * \log(Massa) + 0.1162 \quad (5.3)$$

Então, aplicando o valor do coeficiente linear da equação acima no equação 4.11, pode-se obter o valor de  $k$  para este experimento:

$$k = \frac{4\pi^2}{10^{2*0.1162}} = 23.123 \pm 0.122 \text{ N/m} \quad (5.4)$$

O erro foi estimado utilizando a equação 4.13.

## 6. CONCLUSÃO

Após a realização dos experimentos e análise dos resultados obtidos, é possível responder algumas perguntas levantadas para cada experimento.

### 6.1 Experimento 1:

1 Que tipo de curva foi obtida ?

Conforme apresentado na seção “5. Resultados”, a curva obtida é uma reta.

2 De que forma seus resultados foram afetados por se considerar a massa desprezível ?

Ao considerar a massa da mola desprezível, não parece ter causado qualquer impacto no experimento 1 uma vez que os resultados obtidos estão de acordo com a teoria.

### 6.2 Experimento 2:

1 Compare o valor da constante elástica obtido pelo método estático com aquele obtido pelo método dinâmico. Faça comentários.

Os valores de constante elástica obtidos via os dois experimentos possui em torno de 5 unidades de divergência. O da constante elástica pelo método estático é  $18.757 \pm 0.483$  N/m e pelo método dinâmico é  $23.123 \pm 0.122$  N/m. A equipe concluiu que tal divergência se deu devido a alguma etapa executada incorretamente. Uma possível causa deste problema talvez tenha sido a contagem dos ciclos no experimento II. No entanto, para entender melhor o que pode ter ocorrido de errado, a equipe necessitaria repetir os experimentos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Halliday, R.; Krane, D.; Resnick. 1996. *Física 1*. Vol. 1. Livros Técnicos e Científicos Editora.
- . 1998. *Física 2*. Vol. 2. Livros Técnicos e Científicos Editora.
- Nussenzveig, H.M. 1997. *Curso de Física Básica 2*. Vol. 1. Edgard Bucher Ltda.