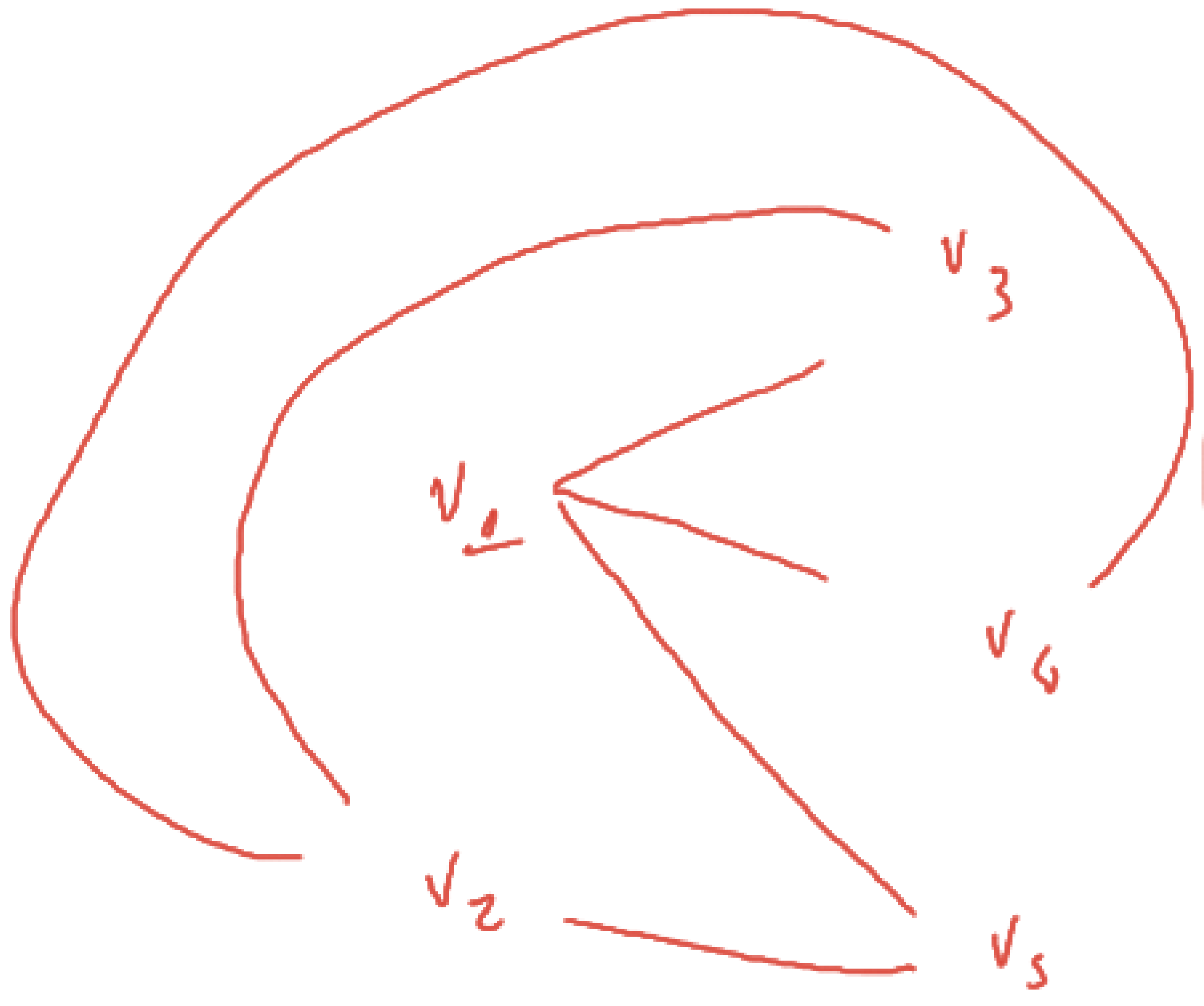
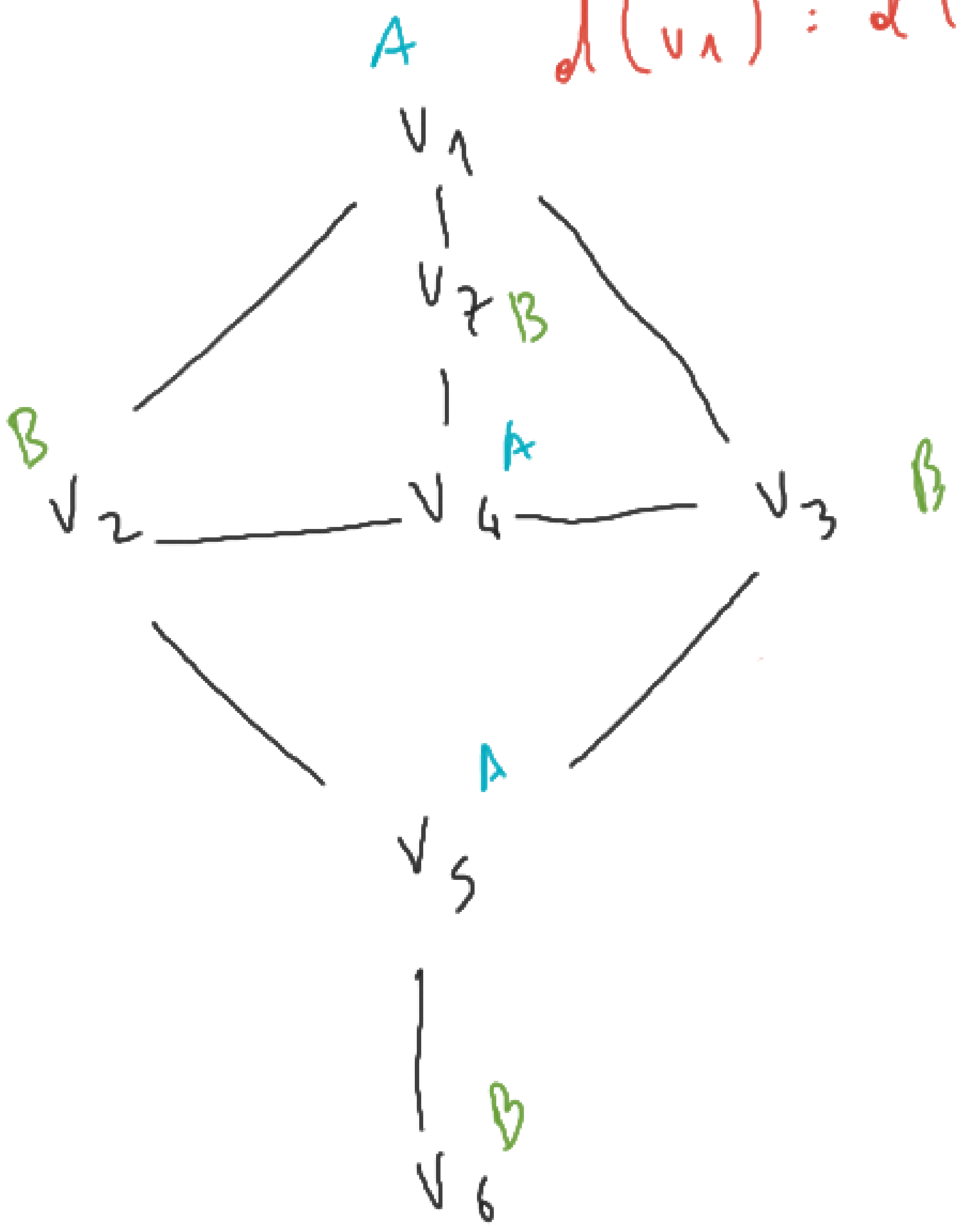
1.27 - É possível construir um grafo bipartido planar com no mínimo cinco vértices de grau 3?

NÃO É POSSÍVEL, COM $n = 5$ NÃO HÁ COMO TODOS TEREM GRAU 3 SENDO BIPARTIDO E PLANAR.



APERTO DE MÃOS TAMBÉM IMPOSSIBILITA.

1.27 - É possível construir um grafo bipartido planar com no mínimo cinco vértices de grau 3?



$d(v_1) = d(v_3) = d(v_2) = d(v_5)$
$= d(v_4) = 3$

GRAFO POSSÍVEL.

com n vértices e m arestas, demonstre que: se todos os vértices de G possuem um grau maior ou igual a seis, então m ≥ 3n. Se G é um grafo planar, então pelo menos um vértice de G deve possuir um grau menor ou igual a

1. SE G É PLANAR, ENTÃO $|A| \leq 3n - 6$

SE $d(v) \geq 6 \ \forall v \in V(G)$, ENTÃO $\underbrace{|A| = \frac{1}{2} \sum_{v_i \in V} d(v_i) \geq 3n}_{\text{ABSURDO!}}$

LOGO, $\exists v \in V$ TAL QUE $d(v) \leq 5$.

1.96 - Determine todos os n tal que exista um grafo 4-regular planar com n vértices.

1. $m \leq 3n - 6$

2. $$\sum_{v_i \in V} d(v_i) = 2m$$

$$4n = 2m$$

$$m = 2n.$$

3. $2n \leq 3n - 6$

$$n \geq 6.$$

1.97 - Prove que não existe um grafo 5-regular planar com 14 vértices.

1. $n = 14$

2. $\sum_{v_i \in V} d(v_i) = 2m \Rightarrow 14 \cdot 5 = 2m \Rightarrow m = 35 \Rightarrow \boxed{m \leq 3n - 6}$

$35 \leq 36.$

3. $f + n = m + 2 \Rightarrow f = 23.$

4. $\begin{cases} \sum_{i=3}^{35} F_i = 23, & F_i \text{ REPRESENTA O NÚMERO DE FACES LIMITADAS POR } i \text{ ARESTAS} \\ \sum_{i=3}^{35} i \cdot F_i = 70 \end{cases}$

$\Rightarrow$ POSSÍVEL SOLUÇÃO $N_3 = 22$, $N_4 = 1$

$\begin{cases} F_3 + F_4 + F_5 + \ldots F_{35} = 23 \\ 3F_3 + 4F_4 + \text{———} + 35F_{35} = 70 \end{cases}$

1.97 - Prove que não existe um grafo 5-regular planar com 14 vértices.

$n = 14$, $m = 35$, $f = 23$, $N_3 = 22$ e $N_4 = 1$

O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO GRAFO NÃO RESULTA EM UM GRAFO PLANAR COM AS CARACTERÍSTICAS DESEJADAS.

1.100 - Prove ou dê um contraexemplo: Todo grafo 4-regular planar possui um k3.

4-REGULAR

1. $\sum_{v_i \in V} d(v_i) = 2m$

$4n = 2m$

$m = 2n$

1: SUPOR QUE EXISTE UM GRAFO 4-REGULAR PLANAR QUE NÃO TEM UM K_3. ISSO IMPLICA EM

1. $m \leq 2n - 4$ $\Rightarrow$ $2n \leq 2n - 4$ (ABSURDO!)

2. $m = 2n$

LOGO, A SUPOSIÇÃO É FALSA. PORTANTO, TODO GRAFO 4-REGULAR PLANAR TEM UM K_3.