

Trabalho Pratico 3

Modelagem computacional do problema

O problema tem como objetivo solucionar um problema enfrentado por João, que deseja viajar com pouco dinheiro e para isso decidiu usar o cartão Big Apple que o ajuda a conseguir descontos no metrô de Nova York.

Para a sua viagem, existem diversas escalas no metrô nas quais ele tem que passar para chegar ao seu destino final. Com o cartão Big Apple, João recebe descontos em viagens cumulativas, desde que respeitado um limite de tempo e um limite de escalas subsequentes com descontos.

Temos como entrada N escalas nas quais João deve passar. Cada uma dessa escala também possui um tempo, que indica quanto tempo é gasto entre a escala i até a escala $i + 1$. Também recebemos como entrada um limite de tempo, LT , para o desconto cumulativo e o limite de escalas subsequentes, LS .

Baseado nisso podemos construir uma matriz para representar o problema, onde temos i linhas que representam as N escalas, e j colunas que representam o desconto aplicado. Por exemplo, se temos como entrada 10 escalas, e um limite LS de 6, nossa matriz será uma matriz 10×6 . Essa matriz é construída baseado no conceito de programação dinâmica, onde a posição ij é obtida respondendo os seguintes subproblemas:

1. Se j for igual a 0, o valor de ij será o preço da escala i aplicado o primeiro valor dos descontos cumulativos mais o menor valor entre todas as colunas da linha $i - 1$.
2. Se j for diferente de 0, o valor de ij será o preço da posição $i - 1$ e $j - 1$ mais o valor da escala i aplicado o desconto cumulativo j desde que não se tenha ultrapassado o limite de tempo. Caso o limite de tempo tenha estourado, o valor de ij será o preço da posição $i - 1$ e $j - 1$ mais o valor da escala i com o primeiro desconto aplicado.

Isso nos leva a concluir que o menor preço para a viagem será o menor preço que encontrarmos na linha mais alta da nossa matriz. Por exemplo, se nossa matriz tem 10 linhas, o menor preço presente nas colunas da linha 10 será o nosso resultado.

Estrutura de dados e algoritmos utilizados:

Meu algoritmo tem três estruturas de dados (podem ser encontradas no arquivo **estruturas.h**):

1. Escala: Uma classe para representar as escalas, com seus respectivos preços e tempo gasto no trajeto da escala.
2. Desconto: Uma classe para representar uma posição **ij** da matriz e facilitar a modelagem do problema, nela armazeno o preço e tempo acumulado até a escala **i** com desconto acumulado **j**.

O algoritmo utilizado para resolver o problema segue da seguinte forma:

1. Insiro na primeira posição da matriz (conside como 1 1 para ficar igual ao número das escalas) 1 1 da matriz o valor e tempo da escala 1 com o primeiro desconto aplicado. Note que aqui $i = 1$ e $j = 1$.
2. Calculo os valores para a escala $i + 1$ e todas as suas colunas $j + 1, j + 2 \dots$ ate $J = \text{limite de descontos cumulativos}$, utilizando os subproblemas descritos anteriormente na modelagem computacional do problema.
3. Repito o processo em 2 até ter preenchido a última coluna da matriz, que equivale a linha **N**.

Análise de complexidade assintótica do problema:

1. Para o preenchimento da matriz, o algoritmo executa um for **N** vezes, onde n é a quantidade de escalas. E dentro dele temos um for que executa **M** vezes, onde m é o limite de descontos cumulativos.
2. No final temos um algoritmo que roda em complexidade **$O(n*m)$** , onde n é a quantidade de escalas e m o limite de descontos cumulativos.

Como compilar e executar:

O compilador é o g++.

1. make clean
2. make
3. ./tp03