

## Chapitre 1

intérêt composé		
Nom	notation	formule
Facteur d'accumulation	$a(t)$	$a(t) = (1 + i)^t$
Valeur accumulée	$A(t)$	$A(t) = A(0)(1 + i)^t$
facteur d'actualisation	$v^t$	$v^t = \left(\frac{1}{1+i}\right)^t$
Valeur actualisée	$A(0)$	$A(0) = A(t)v_i^t$
intérêt simple		
Nom	notation	formule
Facteur d'accumulation	$a(t)$	$a(t) = (1 + it)$
Facteur d'actualisation	$v(t)$	$v(t) = \frac{1}{1+it}$
Prix d'un bon du trésor canadien	$T\text{-Bills}$	$Prix = 100 \left(1 + \frac{it}{365}\right)^{-1}$
Conversion de taux		
Nom	notation	formule
Taux intérêt <u>effectif</u> <i>annuel</i>	$i$	$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$
Taux d'intérêt <u>nominal</u> <i>annuel</i>	$i^{(m)}$	$i^{(m)} = m \left((1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1\right)$
Taux d'escompte		
Nom	notation	formule
Conversion du taux d'intérêt	$i \rightarrow d$	$d = \frac{i}{1+i}$
Conversion du taux d'escompte	$d \rightarrow i$	$i = \frac{d}{1-d}$
Taux d'escompte <u>nominal</u> <i>annuel</i>	$d^{(m)}$	$d^{(m)} = m \left(1 - (1 - d)^{\frac{1}{m}}\right)$
Taux d'escompte <u>effectif</u> <i>annuel</i>	$d$	$d = 1 - \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$
Valeur accumulée	$a(t)$	$a(t) = (1 - d)^{-t}$
Valeur actualisée	$v(t)$	$v(t) = (1 - d)^t$
Prix d'un bon du trésor américain		$Prix = 100 \left(1 - \frac{dt}{360}\right)^t$
Contexte d'inflation		
Nom	notation	formule
Taux d'intérêt réel (après inflation)	$i_{\text{réel}}$	$i_{\text{réel}} = \frac{i-r}{1+r}$

Force d'intérêt		
Nom	notation	formule
Force d'intérêt	$\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)}$ $\delta = \lim_{m \rightarrow \infty} d^{(m)}$	$\delta = \ln(1 + i)$ $\delta = \ln\left(\frac{1}{1-d}\right)$ $\delta = \frac{a'(t)}{a(t)}$
Taux effectif	$i$	$i = e^{\delta^{(m)}}$
$a(t)$ si force d'intérêt continue	$\delta_t = \delta$	$a(t) = e^{\delta t}$
$a(t)$ si force d'intérêt variable	$\delta_t = \delta_t$	$a(t) = e^{\int_0^t \delta_s ds}$
facteur accumulation		$\frac{a(n)}{a(m)} = e^{\int_m^n \delta_s ds}$

## Chapitre 2

Somme géométrique	
Définition somme géométrique	$\sum_{j=m}^n ar^j = \left( \frac{1-r^{n-m+1}}{1-r} \right)$
Valeur accumulée d'une rente	
au moment	formule
du dernier versement	$k \cdot s_{\overline{n} j}$ $s_{\overline{n} j} = \left( \frac{(1+j)^n - 1}{j} \right)$
$r$ période après le dernier versement équivalent à	$k \cdot s_{\overline{n} j} (1+j)^r$ $k \cdot (s_{\overline{n+r} j} - s_{\overline{n} j})$
Valeur actualisée d'une rente	
au moment	formule
fin de période	$k \cdot a_{\overline{n} j}$ $a_{\overline{n} j} = \left( \frac{1 - (1+j)^{-n}}{j} \right)$
début de période	$\ddot{a}_{\overline{n} j} = a_{\overline{n} j} (1+j)$
rente perpétuelle ( $n \rightarrow \infty$ )	$\frac{k}{j}$
plusieurs paiements dans un même année	
$mP s_{\overline{n} i}^{(m)} = mP \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i^{(m)}} \right)$ $mP a_{\overline{n} i}^{(m)} = mP \left( \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i^{(m)}} \right)$	$mP \ddot{s}_{\overline{n} i}^{(m)} = \left( \frac{(1+i)^n - 1}{d^{(m)}} \right)$ $mP \ddot{a}_{\overline{n} i}^{(m)} = \left( \frac{1 - (1+i)^{-n}}{d^{(m)}} \right)$

Croissance des versements géométrique	
valeur <sub>t=1</sub> = $P\gamma^{-1}a_{\overline{n} j^*}$	valeur <sub>t=0</sub> = $P\ddot{a}_{\overline{n} j^*}$
valeur <sub>t=n</sub> = $P\gamma^{n-1}s_{\overline{n} j^*}$	valeur <sub>t=n+1</sub> = $P\gamma^n\ddot{s}_{\overline{n} j^*}$
où $j^* = \frac{1+j}{\gamma} - 1$	
si fréquence versements > que croissance géométrique	
$Pa_{\overline{m} j^*}\ddot{a}_{\overline{n} j^*}$	où $j^* = \frac{(1+j)^m}{\gamma} - 1$
Modèle d'actualisation des dividendes	
Prix = $\frac{D}{1+j-\gamma} = \frac{D}{j-g}$	où $\gamma = 1 + g$
Croissance arithmétique ( <i>increasing annuities</i> )	
$(Ia)_{\overline{n} j} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n} j} - nv^n}{j}$	$(I\ddot{a})_{\overline{n} j} = \frac{\ddot{a}_{\overline{n} j} - nv^n}{d_j}$
$(Is)_{\overline{n} j} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n} j} - n}{j}$	$(I\ddot{s})_{\overline{n} j} = \frac{\ddot{s}_{\overline{n} j} - n}{d_j}$
décroissance arithmétique ( <i>decreasing annuities</i> )	
$(Da)_{\overline{n} j} = \frac{n - a_{\overline{n} j}}{j}$	$(D\ddot{a})_{\overline{n} j} = \frac{n - a_{\overline{n} j}}{d_j}$
$(Ds)_{\overline{n} j} = \frac{n(1+j)^n - s_{\overline{n} j}}{j}$	$(D\ddot{s})_{\overline{n} j} = \frac{n(1+j)^n - s_{\overline{n} j}}{d_j}$
Rentes à paiement continu	
$VA = \int_0^n h(u) \underbrace{e^{-\int_0^u \delta_s ds}}_{e^{-\delta u} \text{ si } \delta_t = \delta \ \forall t} du$	Valeur <sub>t=n</sub> = $\int_0^n h(u) \underbrace{e^{\int_u^n \delta_s ds}}_{e^{\delta(n-u)} \text{ si } \delta_t = \delta \ \forall t} du$
$(\bar{I}\bar{a})_{\overline{n} \delta} = \frac{\bar{a}_{\overline{n} \delta} - ne^{-\delta n}}{\delta}$	$(\bar{I}\bar{s})_{\overline{n} \delta} = \frac{\bar{s}_{\overline{n} \delta} - n}{\delta}$
$(\bar{D}\bar{a})_{\overline{n} \delta} = \frac{n - \bar{a}_{\overline{n} \delta}}{\delta}$	$(\bar{D}\bar{s})_{\overline{n} \delta} = \frac{ne^{\delta n} - \bar{s}_{\overline{n} \delta}}{\delta}$

### Chapitre 3

Tableau synthèse des 2 comptes		
éléments	Relation avec prêteur ( $L$ )	Fonds d'amortissement ( $F$ )
$OB_0$	$OB_0^L = L$	$OB_0^F = 0$
$OB_t$	$OB_t^L = L$	$OB_t^F$
$OB_n$	$OB_n^L = 0$	$OB_n^F = 0$
$K_t$	$K_t^L = Lj_1$	$K_t^F = \frac{L}{s\overline{n} j_2}$
$K_n$	$K_n^L = Lj_1 + L$	$K_n^F = \frac{L}{s\overline{n} j_2} - L$
$I_t$	$I_t^L = Lj_1$	$I_t^F = \frac{-L}{s\overline{n} j_2} [(1+j_2)^{t-1} - 1]$
$PR_t$	$PR_t^L = 0$	$PR_t^F = \frac{L}{s\overline{n} j_2} (1+j_2)^{t-1}$
$PR_n$	$PR_n^L = L$	$PR_n^F = \frac{L}{s\overline{n} j_2} (1+j_2)^{n-1} - L$

### Chapitre 4

Prix obligation après un coupon	
première forme	$P = Fra_{\overline{n} j} + Cv^n$
deuxième forme	$P = (Fr - Cj)a_{\overline{n} j} + C$
Prix obligation entre 2 coupons	
avec méthode rétrospective	$P_t = P_0(1+j)^t$
avec méthode prospective	$P_t = (P_1 + Fr)(1+j)^{-(1-t)}$
Prix du marché	$\text{Prix}_t = P_t - t \times Fr$

Amortissement d'une obligation		
$OB_t$	$OB_t = OB_{t-1} - PR_t$	$OB_t = BV_t = (Fr - Cj)a_{\overline{n-t} j} + C$
$I_t$	$I_t = OB_{t-1}j$	$I_t = (Fr - Cj)(1 - v_j^{n-t+1}) + Cj$
$PR_t$	$PR_t = K_t - I_t$	$PR_t = (Fr - Cj)v_j^{n-t+1}$
$PR_n$	$PR_n = K_t + C - I_t$	$PR_n = (Fr - Cj)(1 - v_j^{n-t+1}) + C$

### Chapitre 5

Taux de rendement pondéré en dollar	
$i = \frac{I}{A + \sum_{k=1}^n C_k(1-t_k)}$	$I = B - (A + \sum_{k=1}^n C_k)$

Taux de rendement pondéré par période	
$1 + i = \left(\frac{F_1}{A}\right) \times \left(\frac{F_2}{F_1 + C_1}\right) \times \left(\frac{F_3}{F_2 + C_2}\right) \times \dots \times \left(\frac{F_n}{F_{n-1} + C_{n-1}}\right) \times \left(\frac{B}{F_n + C_n}\right)$	

## Chapitre 6

Structure par échéance des taux d'intérêt	
Prix Obligation <i>Zero-Coupon</i>	$P(0, t) = (1 + s_0(t))^{-t}$
Taux au comptant ( <i>spot</i> )	$s_0(t)$
Taux à terme ( <i>Forward</i> )	$1 + i_0(t - 1, t) = \frac{(1 + s_0(t))^t}{(1 + s_0(t-1))^{t-1}} - 1$
Relation entre les taux <i>Spot</i> et les taux <i>Forward</i>	
$(1 + s_0(n))^n = \prod_{k=1}^n (1 + i_0(k - 1, k))$	

## Chapitre 7

Duration de Macauley		
Duration	$\frac{\sum_{t=1}^n t K_t (1 + s_0(t))^{-t}}{\sum_{t=1}^n K_t (1 + s_0(t))^{-t}}$	
Convexité	$\frac{\sum_{t=1}^n t^2 K_t (1 + s_0(t))^{-t}}{\sum_{t=1}^n K_t (1 + s_0(t))^{-t}}$	
Duration modifiée	$-\frac{P'(i)}{P(i)}$	$\frac{D}{1+i}$
Convexité modifiée	$\frac{P''(i)}{P(i)}$	$\frac{C+D}{(1+i)^2}$

Duration d'un obligation <i>Zéro-coupon</i>	
Duration	$n$
Convexité	$n^2$
MD	$\frac{n}{1+i}$
MC	$\frac{n(n+1)}{(1+i)^2}$

Approximation du prix dû à un changement de taux d'intérêt	
Approximation linéaire	$P(i) \approx P(i_0)(1 - h \cdot MD)$
Approximation quadratique	$P(i) \approx P(i_0)(1 - h \cdot MD + \frac{1}{2}h^2 \cdot MC)$
Approximation Macauley	$P(i) \approx P(i_0) \left(\frac{1+i_0}{1+i_0+h}\right)^D$