1 Rappel de Math-vie 1

Modèles de survie

- T_x : durée de vie de (x)
- $K_x = \lfloor T_x \rfloor$
- ${}_tp_x = \Pr(T_x > t) = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds}$
- ${}_tq_x = 1 - {}_tp_x = \Pr(T_x \leq t)$
- ${}_{t+u}p_x = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t}$
- ${}_{t|u}q_x = {}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t}$

Contrat d'assurance

Assurance entière

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} b_k v^{k+1} {}_{k|}q_x$$

Assurance dotation pure (*pure endowment*)

$$A_{x:\overline{n|}} = A^1_{x:\overline{n|}} + A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}$$

où $A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = {}_nE_x = v^n {}_np_x$

Assurance temporaire n année

$$A^1_{x:\overline{n|}} = A_x - {}_{n|}A_x$$

où ${}_{n|}A_x = {}_nE_x A_{x+n}$ (i.e. une assurance différée)

Assurance payable m fois l'an

$$A_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{\infty} v^{\frac{(k+1)}{m}} {}_{\frac{k}{m}|\frac{1}{m}}q_x$$

Contrat de rente

Rente entière

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_kp_x$$

$$\ddot{a}_x = \frac{1 - A_{x:\overline{n|}}}{d} \leftrightarrow A_{x:\overline{n|}} = 1 - da_x$$

Principe d'équivalence

π, lorsque calculée sous le principe d'équivalence, est la solution de

$$\mathrm{E}[Z] = \mathrm{E}[Y]$$

où Z est la valeur présente des prestations futures et Y la valeur présente des primes futures à recevoir.

2 Calcul de réserve

Perte prospective

$$\begin{aligned} {}_tL &= \{{}_tL | T_x > t\} \\ &= VP_{@t}(\text{Prest.}) - VP_{@t}(\text{Primes}) \\ &= Z - Y \end{aligned}$$

Réserve au temps t Selon la méthode prospective,

$${}_tV = \mathrm{E}[{}_tL] = \mathrm{E}[Z] - \mathrm{E}[Y]$$

Selon la méthode rétrospective,

$${}_tV = \frac{\text{VPA}_{@t}(\pi \text{ reçues avant } h) - \text{VPA}_{@t}(\text{Prest. à payer avant } h)}{g}$$

Relation récursive pour les réserves (discrètes, sans frais)

$${}_{h+1}V = \frac{({}_hV + \pi_h)(1+i) - b_{h+1}q_{x+h}}{p_{x+h}}$$