Como eu entendi o EP – **Tomar no Cu Sispot**

Para uma barra j, a potência injetada nela:

$$\bar{S}calc_j^* = Pcalc_j - jQcalc_j = \dot{V}_j^* \dot{I}_j = \dot{V}_j^* \sum_k \bar{Y}_{jk} \dot{V}_k = \sum_k |V_j| \angle -\theta_j \cdot (G_{jk} + jB_{jk})|V_k|\angle\theta_k$$

$$= \sum_k |V_j|\,|V_k| \cdot (G_{jk} + jB_{jk}) \cdot 1\angle(\theta_k - \theta_j)$$

$$= \sum_k |V_j|\,|V_k| \cdot (G_{jk} + jB_{jk}) \cdot \left(\cos(\theta_k - \theta_j) + jsin(\theta_k - \theta_j)\right)$$

$$= \sum_k |V_j|\,|V_k| \cdot (G_{jk} + jB_{jk}) \cdot \left(\cos(\theta_{kj}) + jsin(\theta_{kj})\right)$$

$$= |V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} + j^2 B_{jk}\sin\theta_{kj}\right) + j|V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$

Assim, igualando real com real e imaginário com imaginário

$$Pcalc_j = \Re[\bar{S}calc_j] = |V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right)$$

$$Qcalc_j = \Im[\bar{S}calc_j] = -|V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$

Lembrando que k são **todas** as barras, inclusive a própria j, todas as PV e Swing.

Aplicando nas incógnitas, pra barras PQ, com potência injetada especificada igual a 0

$$fp_j = |V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right)$$

$$fp_j = |V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right) + |V_j|^2 \left(G_{jj}\cos(0) - B_{jj} * \sin(0)\right)$$

$$fq_j = -|V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$

$$fq_j = -|V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right) - |V_j|^2 \left(G_{jj}\sin(0) + B_{jj} * \cos(0)\right)$$

Pra barras PV a potência injetada não é nula

$$fp_j = |V_j| \sum_k |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right) - Pesp_j$$

$$fp_j = |V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right) + |V_j|^2 \left(G_{jj}\cos(0) - B_{jj} * \sin(0)\right) - Pesp_j$$

Para calcular a matriz Jacobiana, precisa derivar as equações de fp_j e fq_j para cada barra em todas as variáveis, nesse caso temos:

- Derivando fp_j
  1) Derivada em função do ângulo θ_j da barra j, lembrando que $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ e que $\frac{\partial\theta_{kj}}{\partial\theta_j} = -1.$

     Lembrando também que $\frac{\partial(|V_j|^2(G_{jj}\cos(0) - B_{jj} * \sin(0))}{\partial\theta_j} = 0$

$$\frac{\partial fp_j}{\partial\theta_j} = |V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}(-\sin\theta_{kj}) \cdot (-1) - B_{jk}\cos\theta_{kj} \cdot (-1)\right)$$

$$= |V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$

  2) Derivada em função da tensão V_j da barra j
  3) Lembrando também que $\frac{\partial(|V_j|^2(G_{jj}\cos(0) - B_{jj} * \sin(0))}{\partial V_j} = 2V_jG_{jj}$

$$\frac{\partial fp_j}{\partial V_j} = \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right) + 2V_jG_{jj}$$

  4) Derivada em função de **cada** ângulo θ_k com $k \neq j$, lembrando que $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ e que $\frac{\partial\theta_{kj}}{\partial\theta_k} = 1$

$$\frac{\partial fp_j}{\partial\theta_k} = |V_j|\;|V_k|\left(G_{jk} - \sin\theta_{kj} - B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$
$$= -|V_j|\;|V_k|\left(G_{jk}\sin\theta_{kj} + B_{jk}\cos\theta_{kj}\right)$$

  5) Derivada em função de **cada** tensão V_k com $k \neq j$.

$$\frac{\partial fp_j}{\partial V_k} = |V_j|\left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right)$$

Observação: como para as barras PV: $Pcalc_j^{PV} = Pcalc_j^{PQ} - Pesp_j$, os termos do jacobiano são os mesmos.

- Derivando fq_j
  1) Derivando em função do ângulo θ_j da barra j, lembrando que $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ e que $\frac{\partial\theta_{kj}}{\partial\theta_j} = -1.$

     Lembrando também que $\frac{\partial(-|V_j|^2(G_{jj}\sin(0) + B_{jj} * \cos(0))}{\partial\theta_j} = 0$

$$\frac{\partial fq_j}{\partial\theta_j} = -|V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} \cdot (-1) + B_{jk} - \sin\theta_{kj} \cdot (-1)\right)$$

$$= |V_j| \sum_{k\neq j} |V_k| \left(G_{jk}\cos\theta_{kj} - B_{jk}\sin\theta_{kj}\right)$$

  2) Derivada em função da tensão V_j da barra j

     Lembrando também que $\frac{\partial(-|V_j|^2(G_{jj}\sin(0) + B_{jj} * \cos(0))}{\partial V_j} = -2V_jB_{jj}$

$$\frac{\partial f q_j}{\partial V_j} = -\sum_{k \neq j} |V_k| \left(G_{jk} \sin \theta_{kj} + B_{jk} \cos \theta_{kj}\right) - 2V_j B_{jj}$$

3) Derivada em função de **cada** ângulo θ_k com $k \neq j$, lembrando que $\theta_{kj} = \theta_k - \theta_j$ e que $\frac{\partial \theta_{kj}}{\theta_k} = 1$

$$\frac{\partial f q_j}{\partial \theta_k} = -\left|V_j\right| |V_k| \left(G_{jk} \cos \theta_{kj} + B_{jk} - \sin \theta_{kj}\right)$$

$$= -\left|V_j\right| |V_k| \left(G_{jk} \cos \theta_{kj} - B_{jk} \sin \theta_{kj}\right)$$

4) Derivada em função de **cada** tensão V_k com $k \neq j$.

$$\frac{\partial f q_j}{\partial V_k} = -\left|V_j\right| \left(G_{jk} \sin \theta_{kj} + B_{jk} \cos \theta_{kj}\right)$$