Conceitos Sobre Distribuições de Probabilidade

Gabriel D'assumpção de Carvalho

2025-07-20

Contents

1 Introdução

Neste relatório, abordamos os principais conceitos relacionados às seguintes distribuições de probabilidade: Bernoulli, Binomial, Multinomial, Poisson, Exponencial, Geométrica, Hipergeométrica, Gama e Weibull. Essas distribuições são fundamentais para a modelagem estatística, especialmente em contextos de análise de sobrevivência, pois permitem descrever a probabilidade de ocorrência de eventos discretos (como sucesso, falha, etc.) e contínuos (como tempo até a falha ou tempo de vida útil de um sistema).

Neste estudo, geraremos amostras com 1000 observações de cada uma dessas distribuições. Em seguida, construiremos gráficos de barras para variáveis discretas e histogramas para variáveis contínuas, a fim de visualizar o comportamento de suas respectivas probabilidades.

```r
# Configuração de reprodutibilidade
n <- 1000
set.seed(42)
```

2 Distribuições Discretas

Distribuições discretas descrevem variáveis aleatórias que podem assumir valores finitos ou contáveis. Abaixo, exploramos algumas das distribuições discretas mais utilizadas na prática estatística.

2.1 Distribuição de Bernoulli

A distribuição de Bernoulli é uma das mais importantes distribuições de probabilidade. Qualquer situação que envolva apenas dois desfechos possíveis pode ser modelada como uma variável de Bernoulli. Os dois resultados possíveis são: sucesso (1) ou fracasso (0). A probabilidade de sucesso é denotada por p e a de fracasso por $q = 1 - p$.

A função de massa de probabilidade (FMP) da distribuição de Bernoulli é dada por:

$$P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x \in \{0, 1\}$$

{#eq:bernoulli}

Onde X representa a variável aleatória que indica o resultado do experimento.

As propriedades fundamentais da distribuição de Bernoulli são:

$$E(X) = \mathbb{P}(X = 1) \cdot 1 + \mathbb{P}(X = 0) \cdot 0 = p$$

$$\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = p(1-p) = pq$$

Sendo:

- $E(X)$: esperança (média) da variável aleatória X;
- $\mathrm{Var}(X)$: variância de X;
- p: probabilidade de sucesso;
- q: probabilidade de fracasso.

2.1.1 Exemplo

```r
p <- 0.7
bernoulli <- rbinom(n, 1, p)

barplot(table(bernoulli),
  main = "Distribuição Bernoulli (p = 0.7)",
  names.arg = c("0", "1"),
  col = c("#ff0000", "#55a802"),
  ylab = "Frequência",
  xlab = "Valor"
)
```

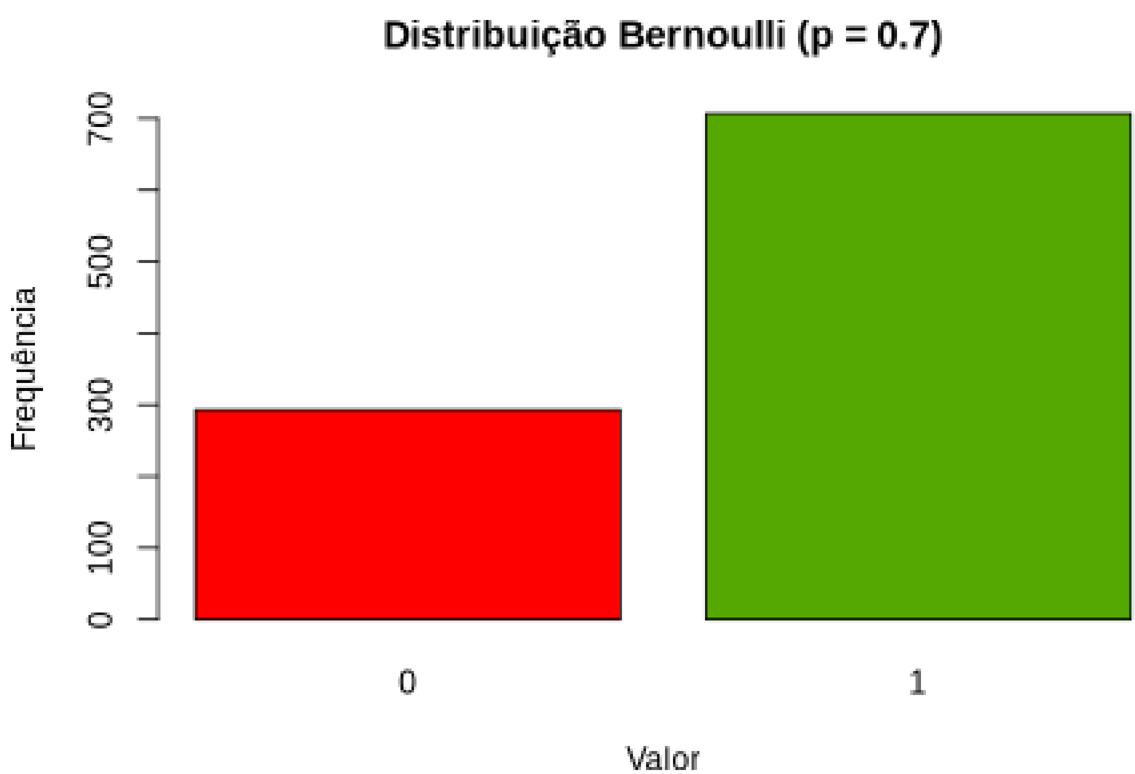

Figure 1: Distribuição de Bernoulli

```r
print(paste("Esperança:", mean(bernoulli), " | ", "p = ", p))
```

```
## [1] "Esperança: 0.707  |  p =  0.7"
```

```r
print(paste("Variância:", round(var(bernoulli), 4), " | ", "p * q = ", p * (1 - p)))
```

```
## [1] "Variância: 0.2074  |  p * q =  0.21"
```

Podemos observar que a média e a variância empíricas da amostra seguem de perto os valores teóricos $E(X) = p$ e $\mathrm{Var}(X) = pq$, confirmando a adequação da distribuição.

2.2 Distribuição Binomial

A distribuição binomial generaliza a Bernoulli para n repetições independentes do mesmo experimento. Cada tentativa tem probabilidade de sucesso p e fracasso $q = 1 - p$. A variável aleatória X representa o número de sucessos em n tentativas.

A função de massa de probabilidade é dada por:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \ldots, n$$

Onde:

- n: número total de tentativas;
- k: número de sucessos;
- $\binom{n}{k}$: coeficiente binomial, que representa o número de maneiras de escolher k sucessos em n tentativas.

Nota-se que quando $n = 1$, a distribuição binomial se reduz à distribuição de Bernoulli. Por isso foi utilizado `rbinom(n, 1, p)` no exemplo 2.1.1.