

Controllo dell'assetto di un Drone Planare

Tipologia 1A

Gruppo S:
Stefano Favale, Jacopo Jop,
Gabriele Nunziati, Giorgia Quarta

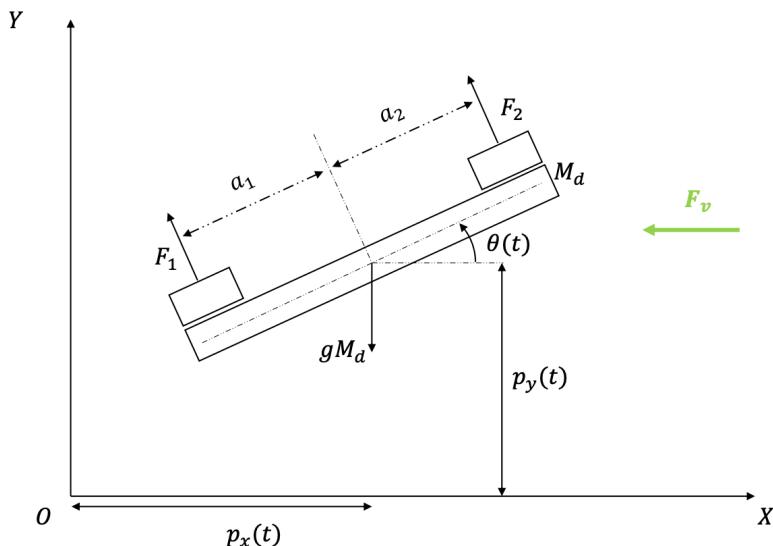
Anno Accademico 2020/2021

Introduzione

Per questo progetto si doveva modellare un sistema di controllo per la regolazione dell'assetto di un drone soggetto ad un vento laterale.

In particolare si doveva agire sull'angolo di inclinazione θ del drone rispetto al nostro sistema di riferimento inerziale OXY .

Sul drone agiscono come forze esterne la forza gravitazionale e la forza del vento F_v che agisce solo sulla parte superiore.



Le equazioni che descrivono il sistema sono:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \omega \\ I_d \ddot{\theta} &= -\beta \omega + \frac{a}{2} \sin(\theta) F_v + au \\ y &= \theta\end{aligned}$$

dove θ rappresenta l'angolo di inclinazione, I_d è il momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione che passa per il baricentro, β è il coefficiente di attrito dinamico dovuto dall'aria, a come distanza tra i motori del drone e il baricentro, u infine è l'ingresso del sistema e ha valore $u = F_1 - F_2$.

Per permettere il controllo del sistema, il drone è dotato di un sensore che misura l'angolo di inclinazione e ce lo fornisce come variabile di uscita y .

Punto 1

Partendo dalle equazioni che descrivono il sistema fisico abbiamo riscritto il sistema in forma di stato come:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-\beta x_2 + \frac{a}{2} \sin(x_1) F_v + au}{I_d} \end{cases} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$y = x_1 = \theta$$

Dopodiché abbiamo cercato una coppia di equilibrio (x_e, u_e) intorno la quale linearizzare il sistema.

Era già dato $x_e = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$.

Quindi abbiamo ricavato u_e :

$$f(x_e, u_e) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f_1(x_e, u_e) = 0 \\ f_2(x_e, u_e) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{e2} = 0 \\ \frac{-\beta x_{e2} + \frac{a}{2} \sin(x_{e1}) F_v + au_e}{I_d} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_e = -\frac{\sqrt{2}}{4} F_v$$

Ottenuta la coppia di equilibrio abbiamo linearizzato il sistema.

$$A = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial f_1(x, u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x, u)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x, u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x, u)}{\partial x_2} \end{array} \right] \Bigg|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{a\sqrt{2}F_v}{4I_d} & -\frac{\beta}{I_d} \end{bmatrix}$$

$$B = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial f_1(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2(x, u)}{\partial u} \end{array} \right] \Bigg|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{a}{I_d} \end{bmatrix}$$

$$C = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial h(x, u)}{\partial x_1} & \frac{\partial h(x, u)}{\partial x_2} \end{array} \right] \Bigg|_{x=x_e, u=u_e} = [1 \quad 0]$$

$$D = \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \Bigg|_{x=x_e, u=u_e} = 0$$

A questo punto possiamo scrivere il sistema linearizzato come :

$$\begin{cases} \delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u \\ \delta y = C\delta x \end{cases}$$

Punto 2

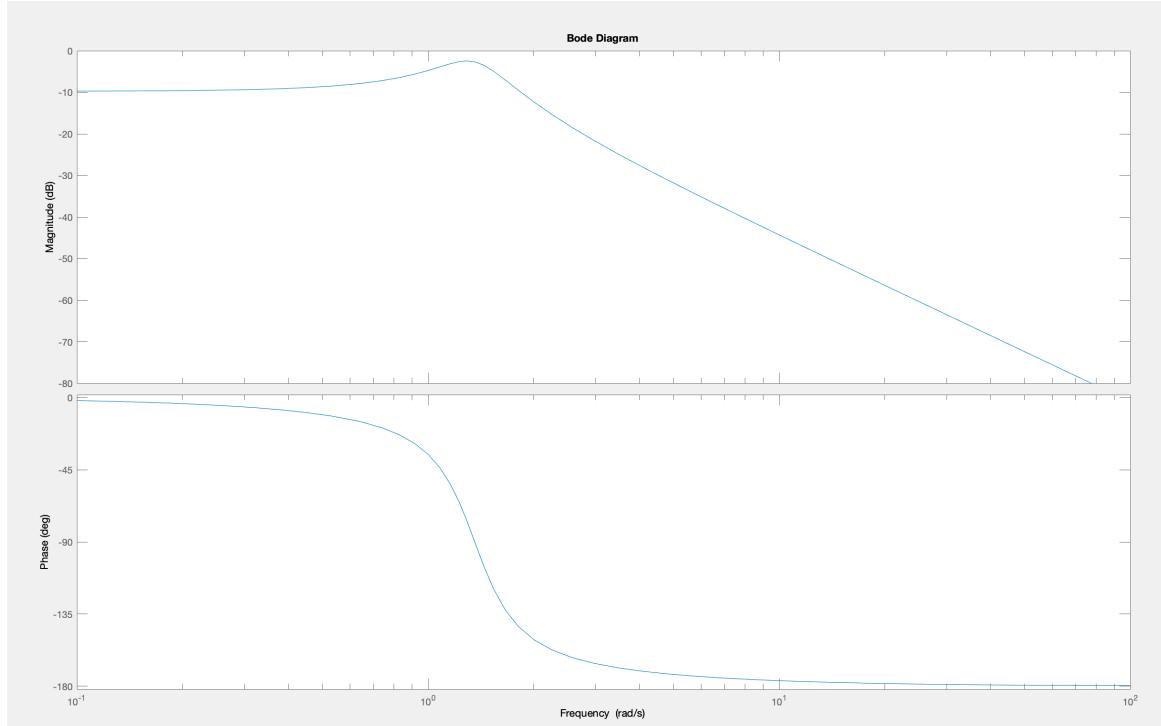
Ottenuto il sistema linearizzato con le relative matrici abbiamo calcolato la funzione di trasferimento $G(s)$.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \frac{\frac{a}{I_d}}{s^2 + s\frac{\beta}{I_d} - \frac{a\sqrt{2}F_v}{4I_d}}$$

Punto 3 e 4

Innanzitutto per la progettazione del regolatore per il sistema linearizzato dobbiamo considerare la funzione di trasferimento $G(s)$ trovata precedentemente.

Andiamo quindi a tracciare i diagrammi di Bode della nostra $G(s)$.



Dato che dobbiamo rispettare una sovraelongazione percentuale ($S_{\%}$) massima dell'1%, ci ricaviamo il margine di fase minimo (dopo aver calcolato la ξ). Siccome il sistema deve essere robusto a variazioni di F_v di ± 1 , attuiamo un approccio conservativo, prendendo dapprima l'intero successivo del margine di fase e in seguito lo aumentiamo di 5 unità. Abbiamo trovato quindi un margine di fase minimo 88° , abbondantemente superiore alla specifica sulla robustezza del sistema che ci viene data dalle specifiche del testo ($M_f \geq 45^\circ$).

Dato che il tempo di assestamento ($T_{a,1}$) all'1% è di 0.3 secondi, dobbiamo imporre un

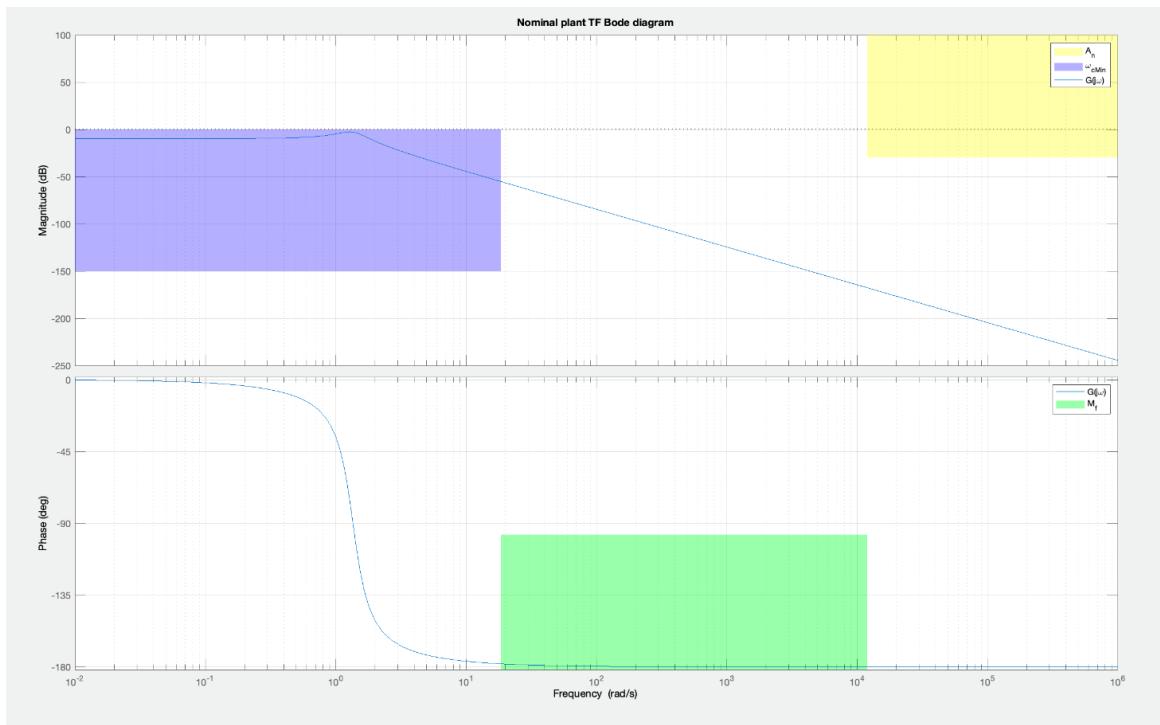
$$\text{vincolo sulla } \omega_c, \text{ la quale deve essere maggiore di } \frac{4.6}{0.3 \cdot \xi}.$$

Ricaviamo poi ω_c minimo dal tempo di assestamento massimo.

Al fine di rispettare le specifiche sul disturbo di misura, ovvero garantire un abbattimento di almeno 30 volte a componenti frequenziali superiori o uguali a ω_n pari a 12000 rad/s,

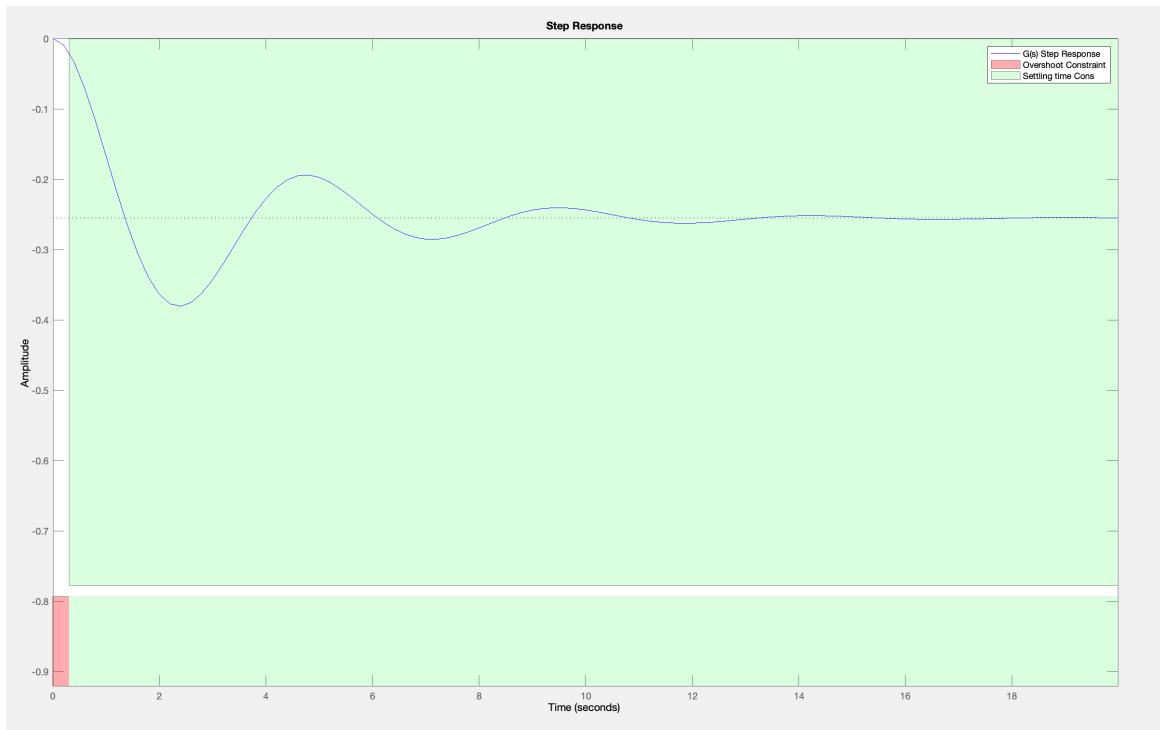
andiamo a imporre un valore massimo di $20 \log\left(\frac{1}{30}\right)$ sul modulo, a frequenze maggiori di

$$\omega_n.$$



Possiamo vedere come sono rappresentati i nostri vincoli sulla $S_{\%}$ (area rossa) e sul $T_{a,1}$ (area verde) nella risposta al nostro gradino.

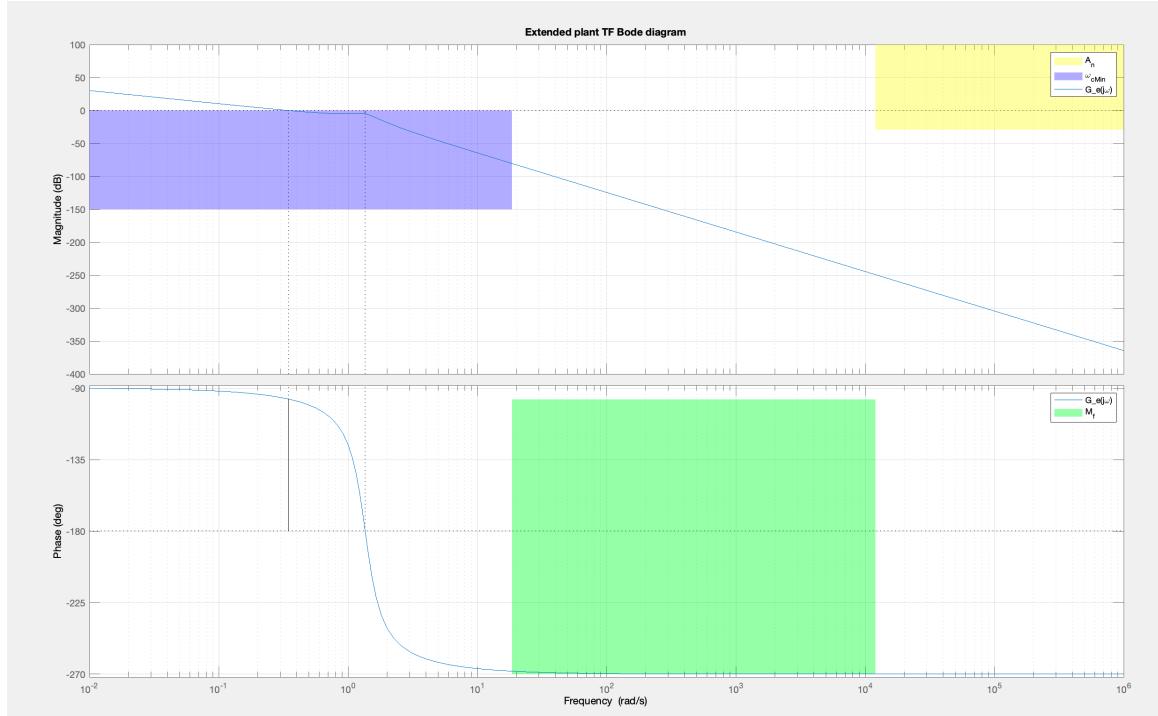
Notiamo che siamo lontani dal comportamento ideale.



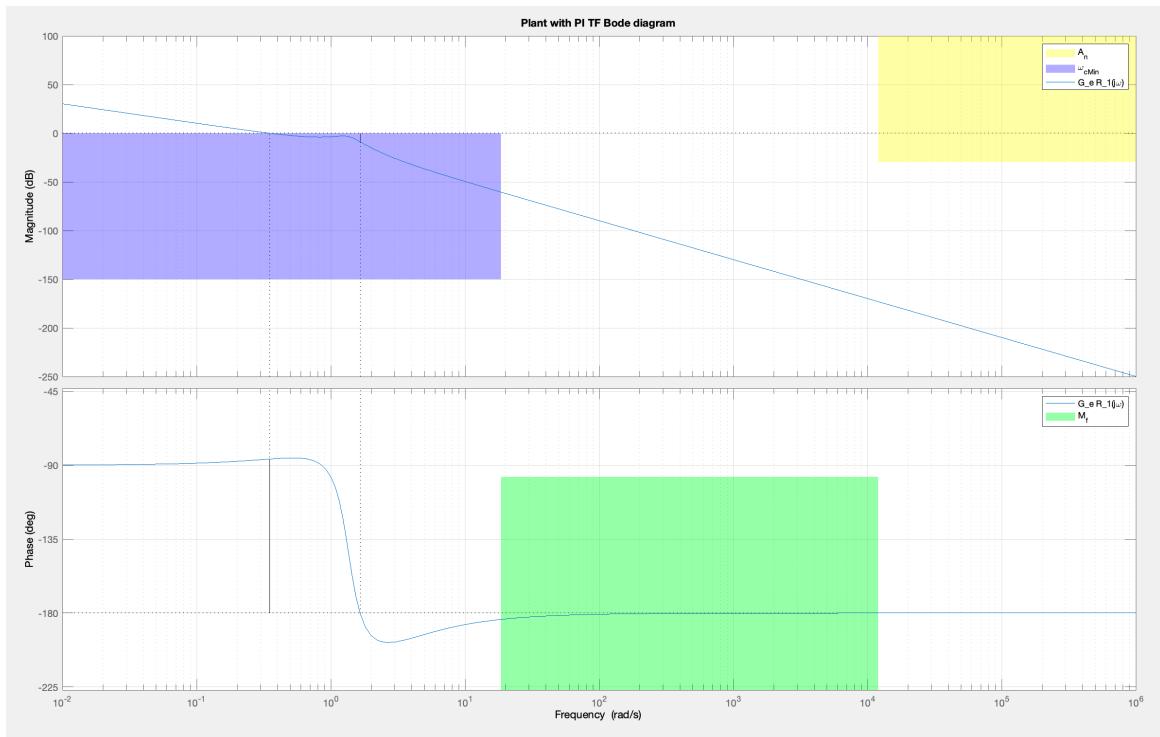
Al fine di far rispettare al sistema le specifiche precedentemente elencate, progettiamo un regolatore composto da una parte statica e una dinamica.

Il regolatore statico sarà caratterizzato da un polo nell'origine ($\omega = 0$) al fine di garantire un errore a regime nullo ($e_\infty = 0$).

Consideriamo la funzione G estesa ($G_e(s)$) come il prodotto tra la $G(s)$ e il nostro regolatore statico.



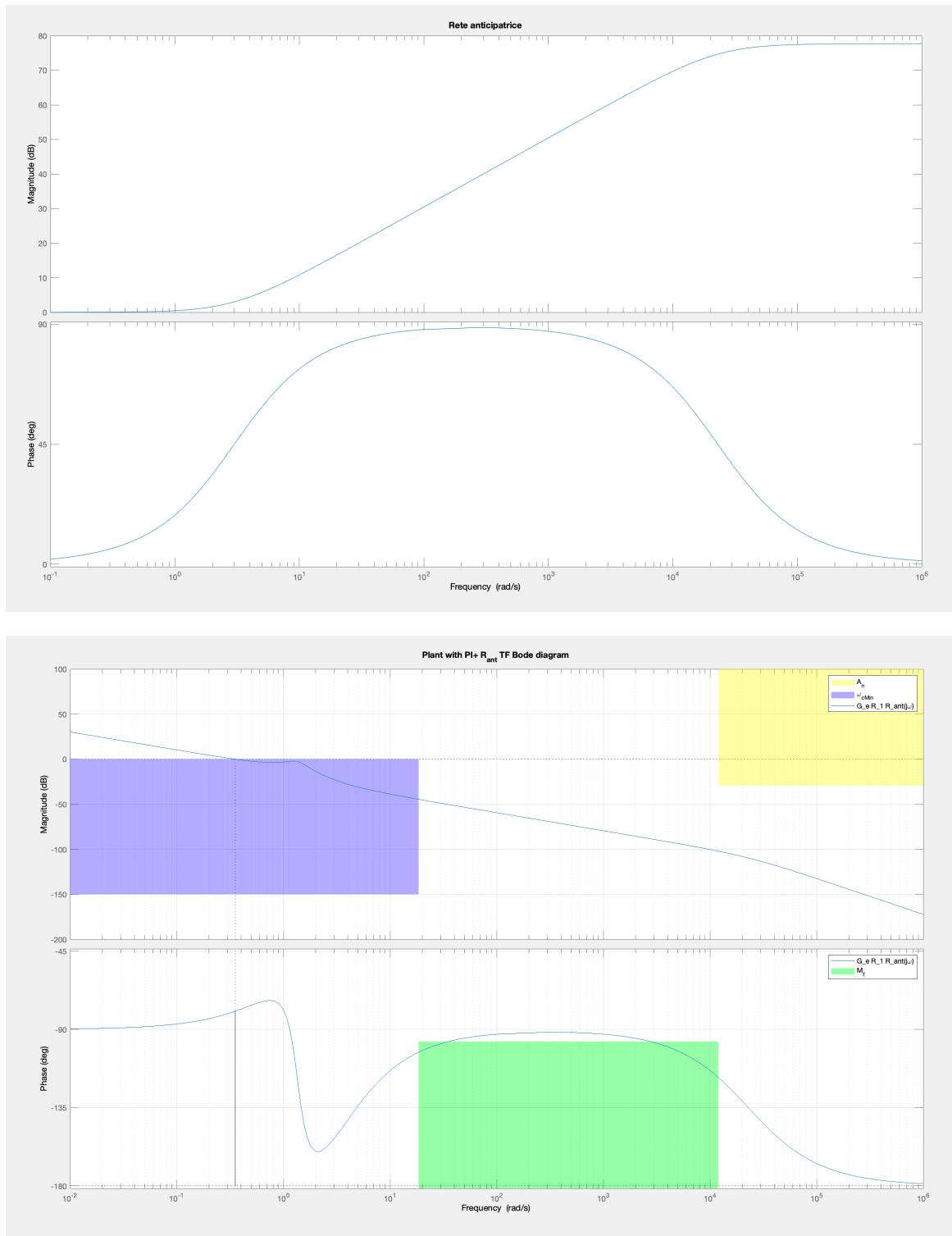
Possiamo vedere che la specifica sul margine di fase minimo e sulla ω_c minima non vengono rispettate. Inoltre, nell'intervallo dei valori consentiti di ω_c , non vi è nessuna regione in cui il margine di fase minimo viene rispettato. Pertanto, ci troviamo in uno scenario di tipo **B**. A tal proposito, per rispettare la specifica sul margine di fase minimo, sarà necessario aumentare la fase di più di 90° , progettando la prima parte del nostro regolatore dinamico. Aggiungiamo quindi uno zero per recuperare immediatamente 90° e lo andiamo a posizionare prima di ω_c minima, precisamente a $1/10$ di quest'ultima. In questa maniera vediamo nettamente l'effetto dello zero sin dall'inizio della regione verde.



Per recuperare la restante fase nella regione verde aggiungiamo una **rete anticipatrice** al nostro regolatore dinamico. Abbiamo scelto ω_c^* a 150 rad/s in modo tale da garantire che il modulo resti al di sotto dell'area gialla, rispettando quindi il vincolo sull'abbattimento e al contempo facilitando il recupero della restante fase.

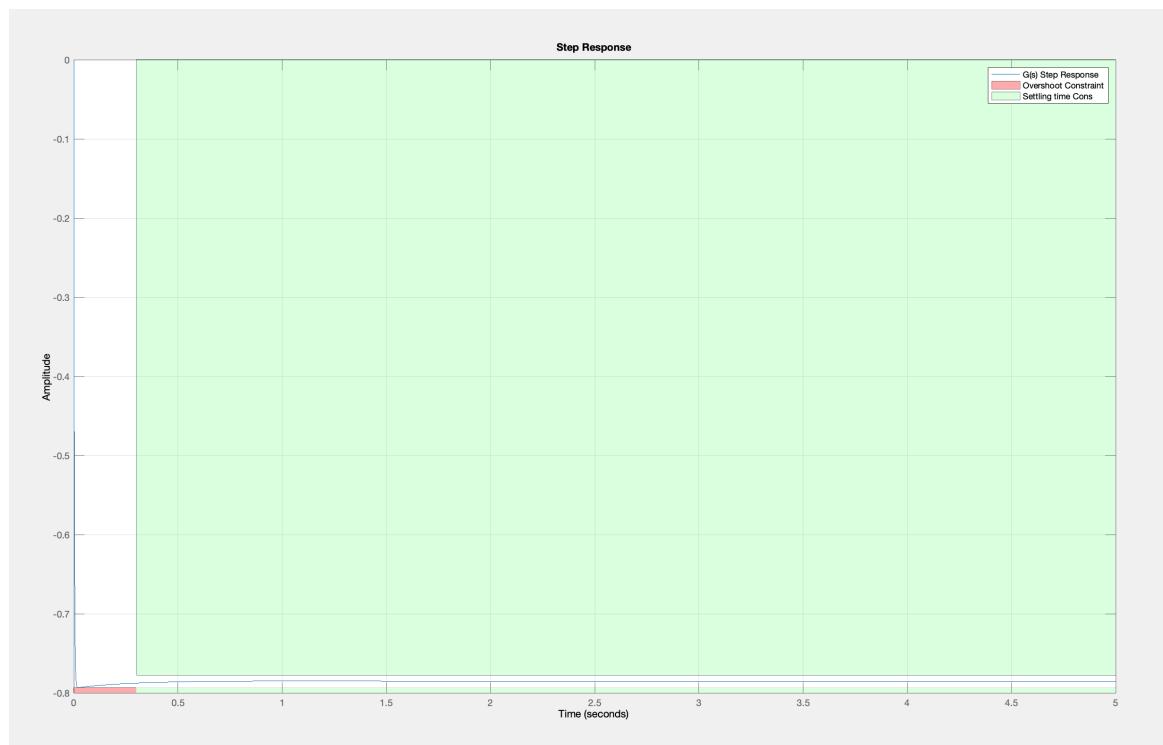
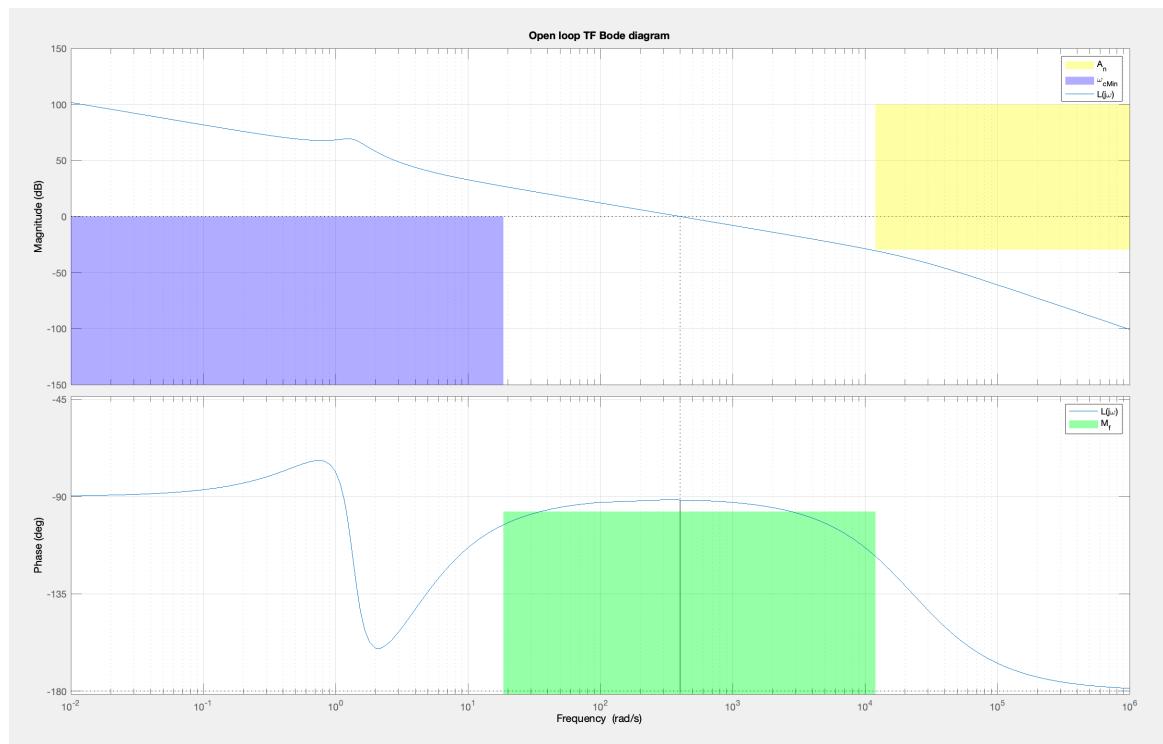
Ci calcoliamo il nostro ϕ^* scegliendo opportunamente M^* affinché soddisfi la disequazione $\cos(\phi^*) > \frac{1}{M^*}$.

In questo modo, nella nostra rete, avremo un polo ed uno zero adatti a recuperare la restante fase nella regione verde ed in particolare in corrispondenza della nostra ω_c^* .

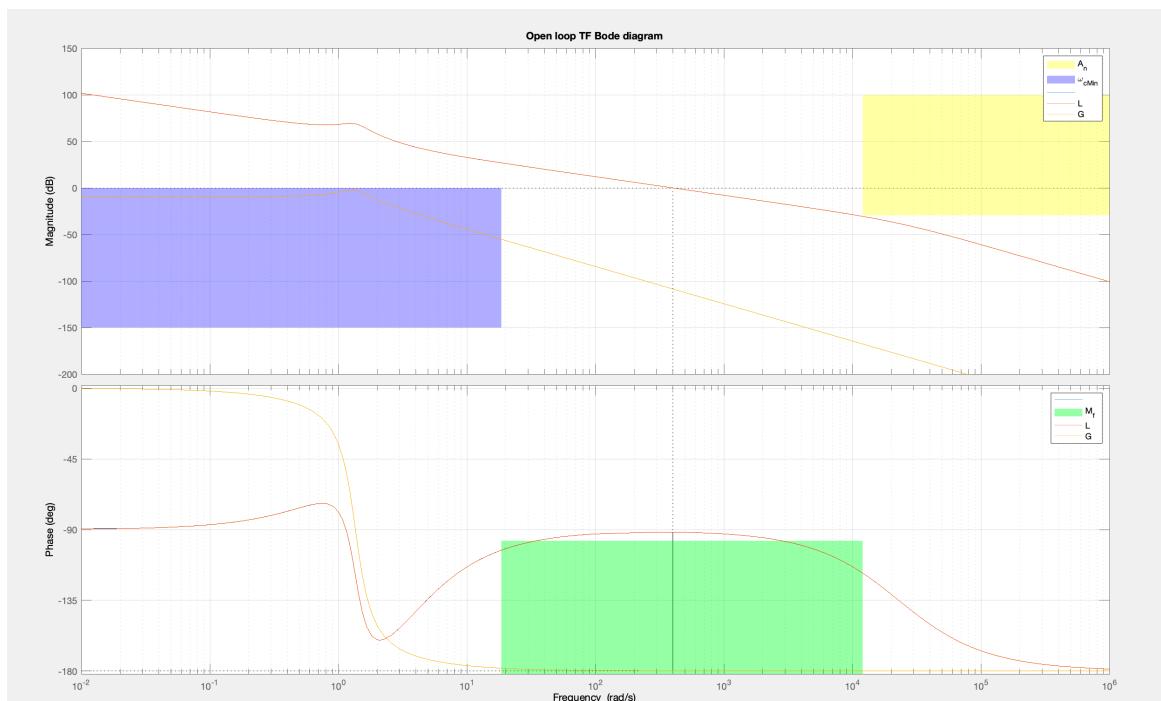


Adesso, come possiamo notare dai grafici riportati, ci troviamo in uno scenario differente da quello precedente. Per poter avere, nel grafico del modulo, il passaggio da 0dB in corrispondenza di ω_c^* introduciamo un guadagno opportuno che andrà a caratterizzare ulteriormente la nostra $L(s)$, la quale sarà composta dalla funzione di trasferimento del sistema e da tutti i regolatori descritti fin ora.

Inoltre è presente un ulteriore guadagno CC derivante dall'utilizzo del Control System Designer, manipolando il modulo al fine di rispettare le specifiche sulla $S\%$ e sull'attenuazione del disturbo di misura mediante l'approccio *trial&error*.



In quest'ultimo grafico possiamo confrontare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema con e senza l'applicazione del regolatore $R(s)$ che siamo andati a progettare.



Punto 5

Arrivati a questo punto, conclusa la sintesi del sistema di controllo, andiamo a provare l'efficienza del sistema attorno al punto di equilibrio in presenza del rumore di misura. Nei primi due casi andiamo a testare il sistema linearizzato, prendendo come condizioni iniziali $x_0 = [0; 0]$ nonostante le condizioni iniziali del sistema non linearizzato non siano nulle, poiché noi stiamo considerando il sistema linearizzato intorno al punto di equilibrio. Nel primo caso il sistema è descritto dal regolatore e dalla funzione di trasferimento ed ha il seguente comportamento:



Questo comportamento, a meno del rumore causato dal disturbo di misura, risulta essere esattamente ciò che ci aspettavamo in fase di progettazione.

Nel secondo caso il sistema linearizzato è descritto tramite le matrici A, B, C, D che sono state ottenute dalla linearizzazione del sistema (vedi punto 1).



Anche in questo caso le considerazioni sul comportamento sono analoghe a quelle precedenti.

Nel terzo caso andiamo a testare il sistema non linearizzato.

Per il corretto funzionamento di questo regolatore dobbiamo partire da una condizione di equilibrio che nel nostro caso è $x_e = \left[\frac{pi}{4}; 0 \right]$. Inoltre, il sistema è descritto dalle equazioni di

stato \dot{x}_1, \dot{x}_2 le quali sono state inserite nel modulo System Dynamics e deve avere come

ingresso $u(t)$. Affinché ciò avvenga sommiamo all'uscita $\delta u(t)$ del regolatore u_e .

L'uscita del System Dynamics sarà $y(t)$, ma siccome il regolatore necessita di $\delta y(t)$ come retroazione ci sottraiamo y_e .



Come possiamo vedere dal grafico l'angolo di inclinazione del drone θ passa da $\frac{\pi}{4}$ rad a 0

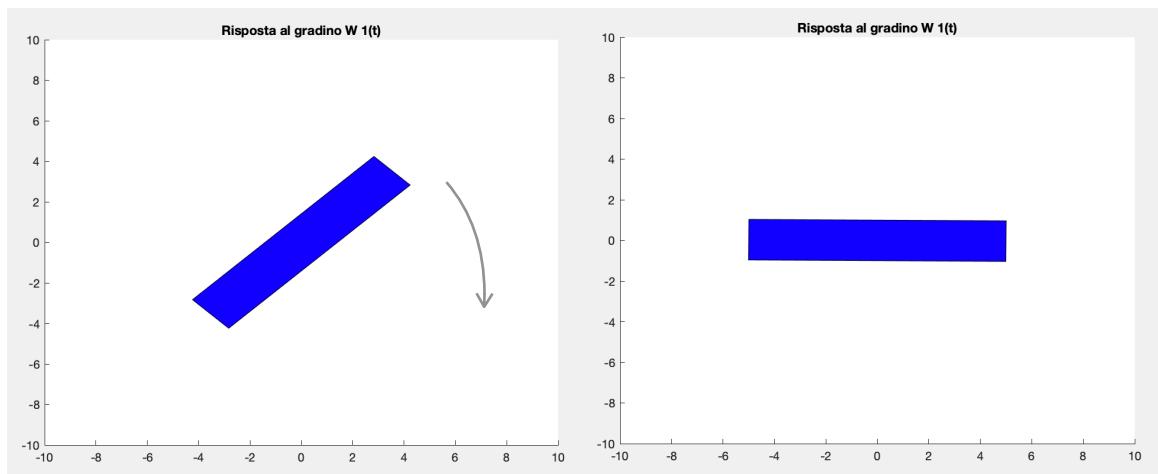
rad rispetto al sistema di riferimento ($OX Y$), rispettando le specifiche richieste di $S_{\%}$ e $T_{a,1}$.

Otteniamo quindi l'assetto desiderato, nonostante l'azione del vento che spinge il drone ad inclinarsi.

Punti Opzionali

Animazione:

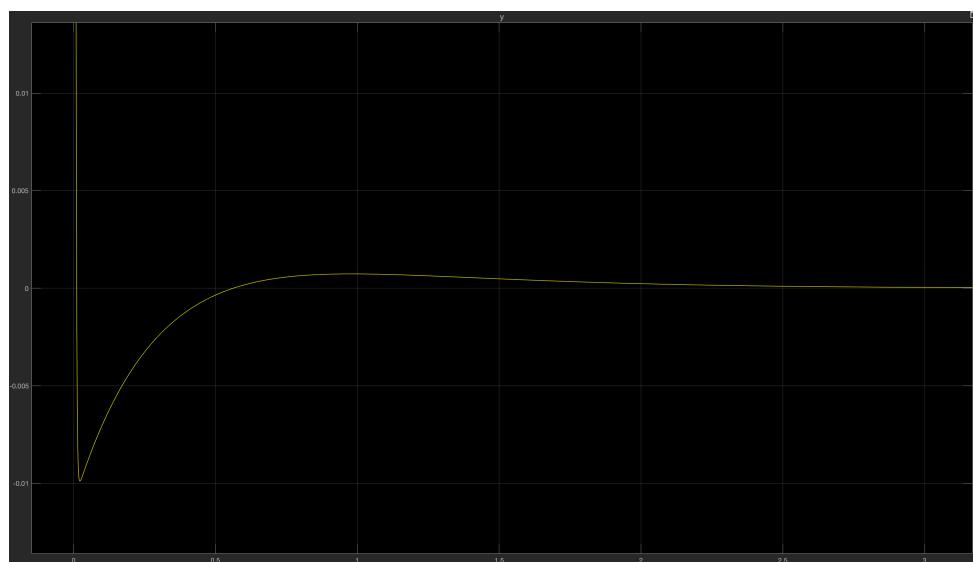
Abbiamo realizzato un'animazione che simula il comportamento del drone secondo il nostro sistema di controllo utilizzando la matrice $R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$.



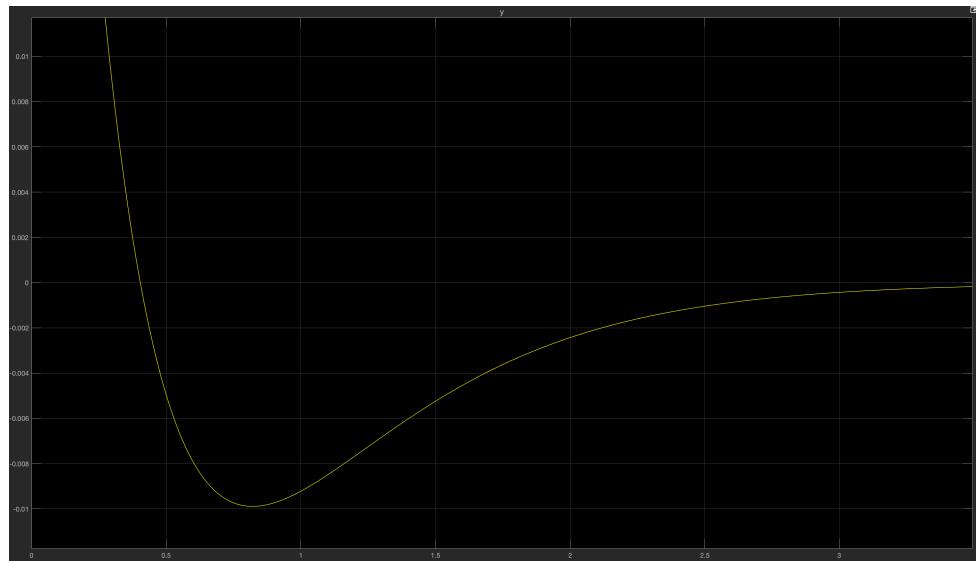
Esplorare il range di condizioni iniziali:

Il range di condizioni iniziali (nell'intorno del punto di equilibrio) del sistema non lineare controllato tali per cui l'uscita converge comunque al punto di equilibrio prefissato risulta essere per le ω , dopo una ricerca sperimentale, circa l'intervallo $\left[-\frac{3\pi}{10}; 10\pi \right]$.

$$\omega_{0,min}$$

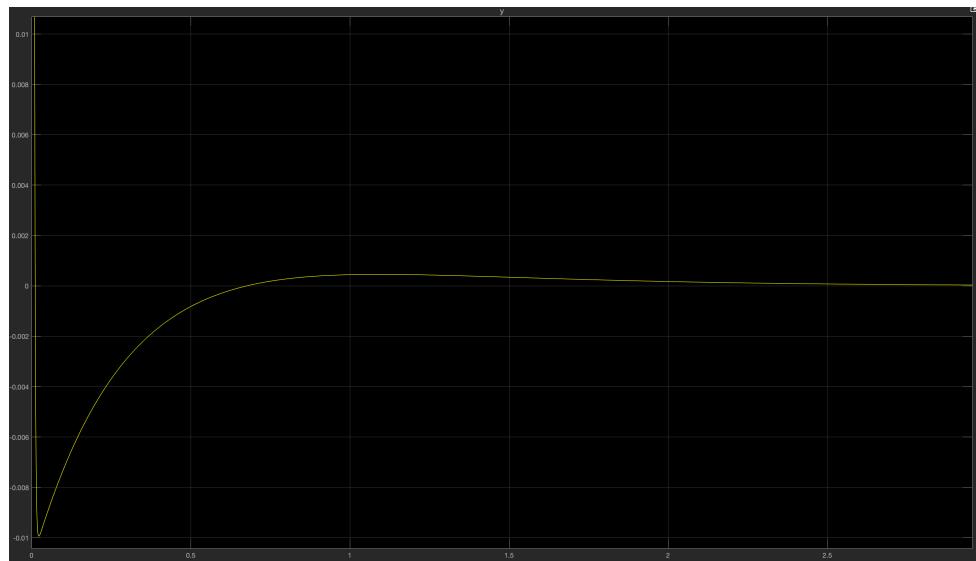


$$\omega_{0,max}$$



Per quanto riguarda l'angolo θ l'intervallo è circa $\left[-\frac{14\pi}{25} + \frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{100} + \frac{\pi}{4} \right]$

$$\theta_{0,min}$$



$$\theta_{0,max}$$

