SMOOTHING VS DIFFERENTIATING

In image process si usano principalmente due Kernel:

1) SMOOTHING KERNEL

Gli elementi di questa famiglia si sommano fino a 1

Sono filtri passa basso.

2) DIFFERENTIATING KERNEL

Gli elementi di questa famiglia si sommano fino a $\emptyset$

Sono filtri passa alto.

SEPARABLE KERNEL

Un Kernel bi-dimensionale $h \in \mathbb{R}^{m \times n}$ è separabile se esistono due Kernel in 1D $h_1 \in \mathbb{R}^m$ e $h_2 \in \mathbb{R}^n$ tale per cui:

$$h[x,y] = h_1[x] * h_2[y]$$

Possiamo dunque scrivere l'operazione di convoluzione

$$h_1[x] * h_2[y] = \begin{bmatrix} \uparrow \\ h_1[x] \\ \downarrow \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \leftarrow h_2[y] \rightarrow \end{bmatrix}$$

Esempio

1) $$h[x,y] = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 12 & 15 & 18 \end{bmatrix}$

Da notare che il rango di quest'ultima matrice è 1 perché le sue colonne sono linearmente indipendenti.

Definizione

Un Kernel in 2D è **separable** SSE tutte le sue righe (e colonne) sono linearmente dipendenti.

Questa proprietà ci permette di abbassare la complessità della convoluzione con questo Kernel a $O(m+n)$.