CONVOLUZIONE

L'operazione di convoluzione fra due funzioni in 1 dimensione $K(x)$ e $f(x)$ è detta $K(x) * f(x)$ ed è così definita:

$$K(x) * f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x-\tilde{x}) f(\tilde{x}) \, d\tilde{x}$$

Dove la funzione $K(x)$ è detta Kernel o filtro.

L'intuizione dell'operazione di convoluzione è che serve per fare "pattern matching" dove il filtro viene usato per cercare regioni di interesse della funzione $f(x)$. Diffatti produco una nuova immagine dove vengono esaltati i punti di interesse.

PROPRIETÀ

1) Commutativa

$$K(x) * f(x) = f(x) * K(x)$$

2) Associativa

$$[K(x)*f(x)] * [K(x) * g(x)] = K(x) * [f(x) * g(x)]$$

3) Distributiva

$$K(x) * [f(x) + g(x)] = K(x) * f(x) + K(x) * g(x)$$

4) Moltiplicazione scalare

$$\alpha [K(x) * f(x)] = [\alpha K(x)] * f(x)$$

5) Differenziabile

$$\Big(K(x)*f(x)\Big)_x = K_x(x)*f(x) = K(x)*f_x(x)$$

CONVOLUZIONE DI FUNZIONI BIDIMENSIONALI

La convoluzione di due funzioni in 2 DIM $f(x,y)$ e $K(x,y)$, detta $K(x,y)*f(x,y)$.

$$K(x,y)*f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} K(x-\tilde{x}, y-\tilde{y})\, f(\tilde{x},\tilde{y})\, d\tilde{x}\, d\tilde{y}$$

Valgono le stesse proprietà dette in 1D, al netto dei cambiamenti da fare in 2D.