



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

# Progettazione controllo MPC

Controllo di 4 serbatoi interconnessi

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA  
INFORMATICA

Students

More Gabriele  
Olivieri Paolo

PLACE

Università di Bergamo

# Outline

1. Descrizione del problema
2. Simulazione del sistema con ingresso costante
3. Linearizzazione e discretizzazione del Sistema
4. Calcolo del control invariant set
5. Calcolo del N-steps controllable set
6. Simulazione del controllo con vincolo di diseguaglianza e uguaglianza



# 1. Descrizione del problema

- 4 serbatoi interconnessi dei quali si vuole controllare il livello dell'acqua
- Due pompe controllabili in tensione

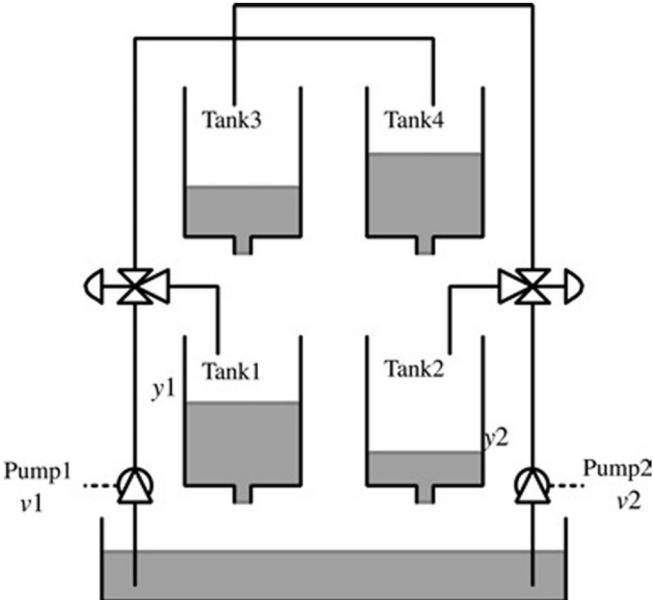
Dinamica del sistema:

$$A_1 \dot{h}_1(t) = -a_1 \sqrt{2gh_1(t)} + a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + \gamma_1 k_1 v_1(t)$$

$$A_2 \dot{h}_2(t) = -a_2 \sqrt{2gh_2(t)} + a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + \gamma_2 k_2 v_2(t)$$

$$A_3 \dot{h}_3(t) = -a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + (1 - \gamma_2) k_2 v_2(t)$$

$$A_4 \dot{h}_4(t) = -a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + (1 - \gamma_1) k_1 v_1(t)$$



Parametro	Valore	Unità
$A_1, A_3$	28	$\text{cm}^2$
$A_2, A_4$	32	$\text{cm}^2$
$a_1, a_3$	0.071	$\text{cm}^2$
$a_2, a_4$	0.057	$\text{cm}^2$
$g$	981	$\text{cm}/\text{s}^2$
$k_1$	2.7	$\text{cm}^3/(\text{s} \cdot \text{V})$
$k_2$	3.2	$\text{cm}^3/(\text{s} \cdot \text{V})$
$\gamma_1$	0.3	/
$\gamma_2$	0.4	/



# Descrizione del problema - Obiettivi

Progettare un controllore MPC in grado di portare il sistema dalla **condizione iniziale**

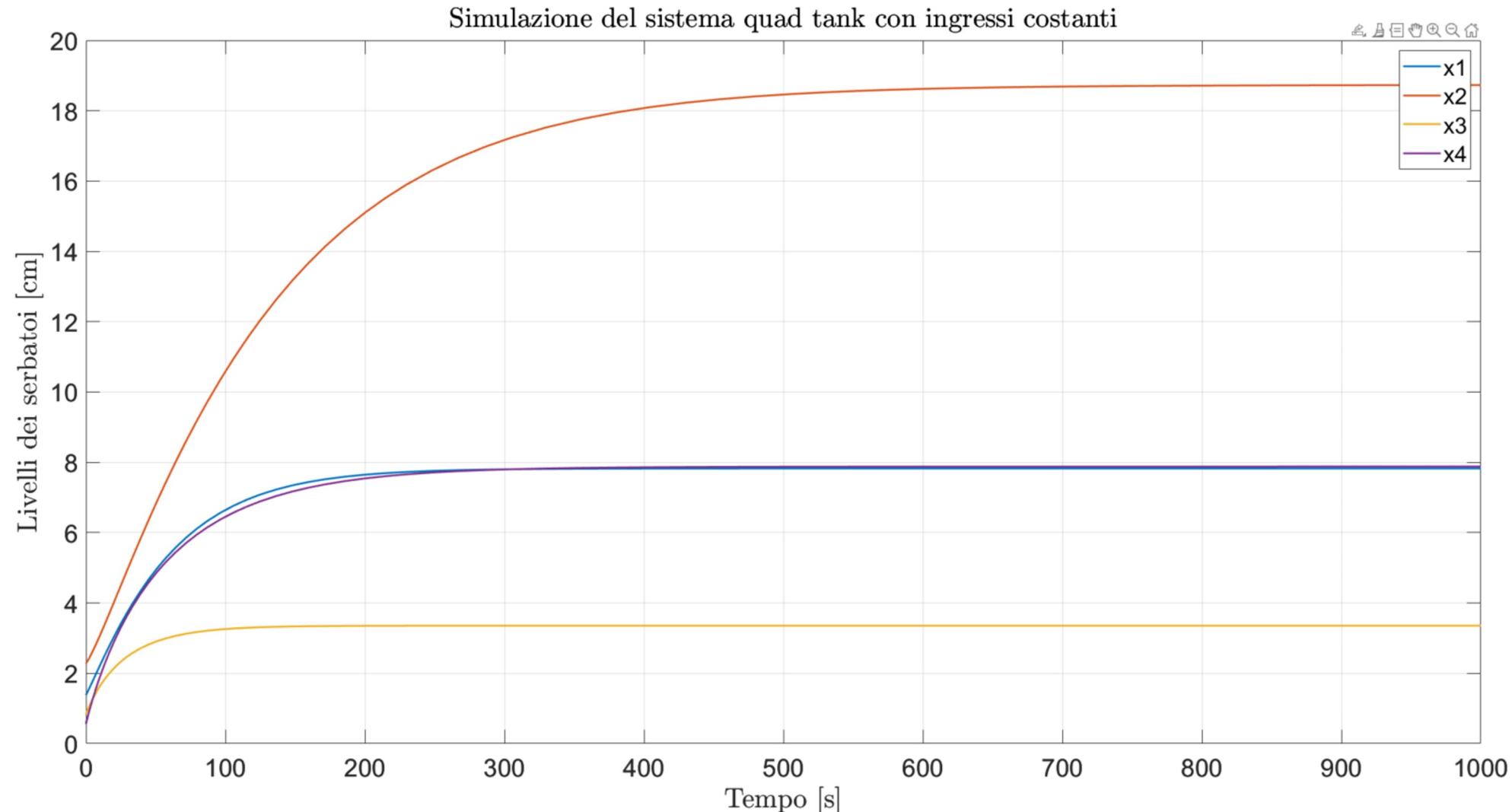
- $(h_1, h_2, h_3, h_4) = (1.3767, 2.2772, 0.8386, 0.5604)$   
**all'equilibrio**
- $(h_1, h_2, h_3, h_4) = (7.8253, 18.7323, 3.3545, 7.8801)$

Vincoli:

- Le tensioni  $v_i$  applicate alle due pompe sono non-negative e non possono essere superiori ai **4.5V** (ingressi del sistema)
- I livelli dell'acqua nei serbatoi devono sempre rimanere nel range **[0.5cm,20cm]**



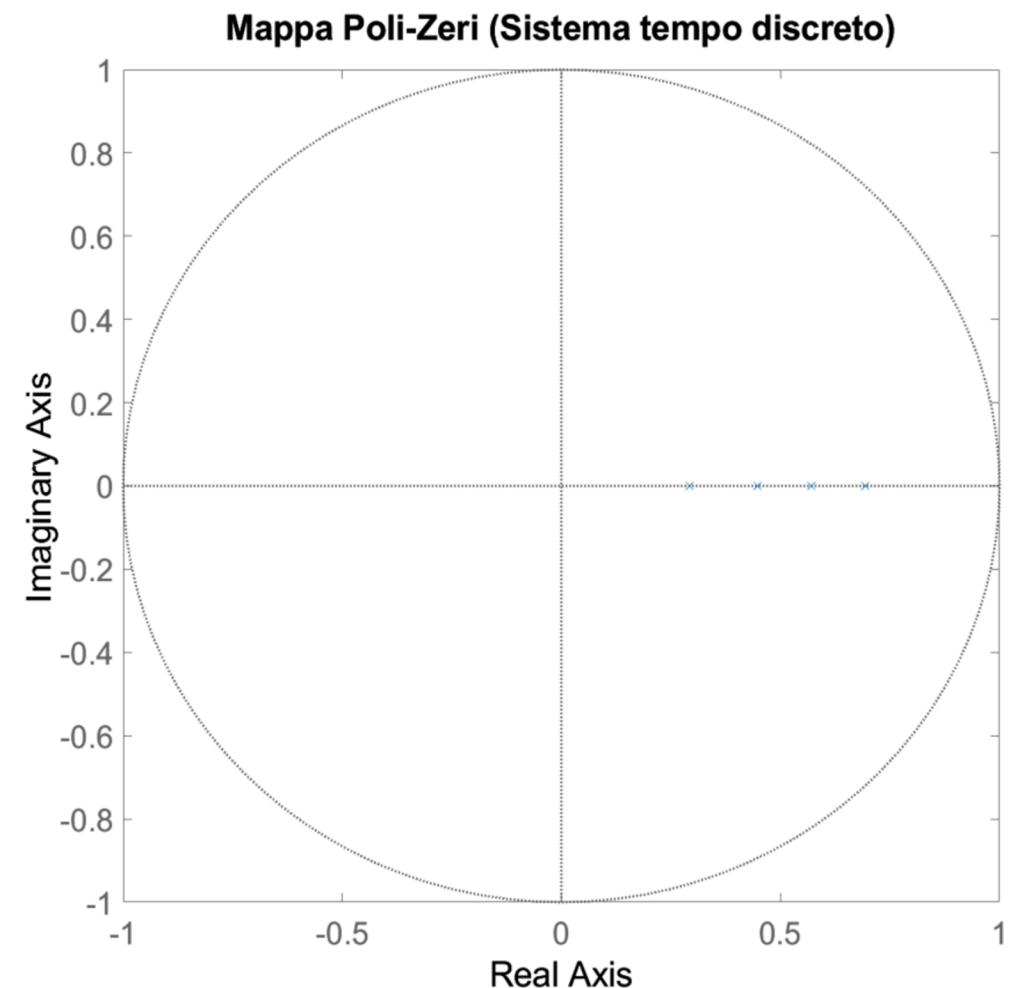
## 2. Simulazione del sistema con ingresso costante



### 3. Linearizzazione e discretizzazione del sistema

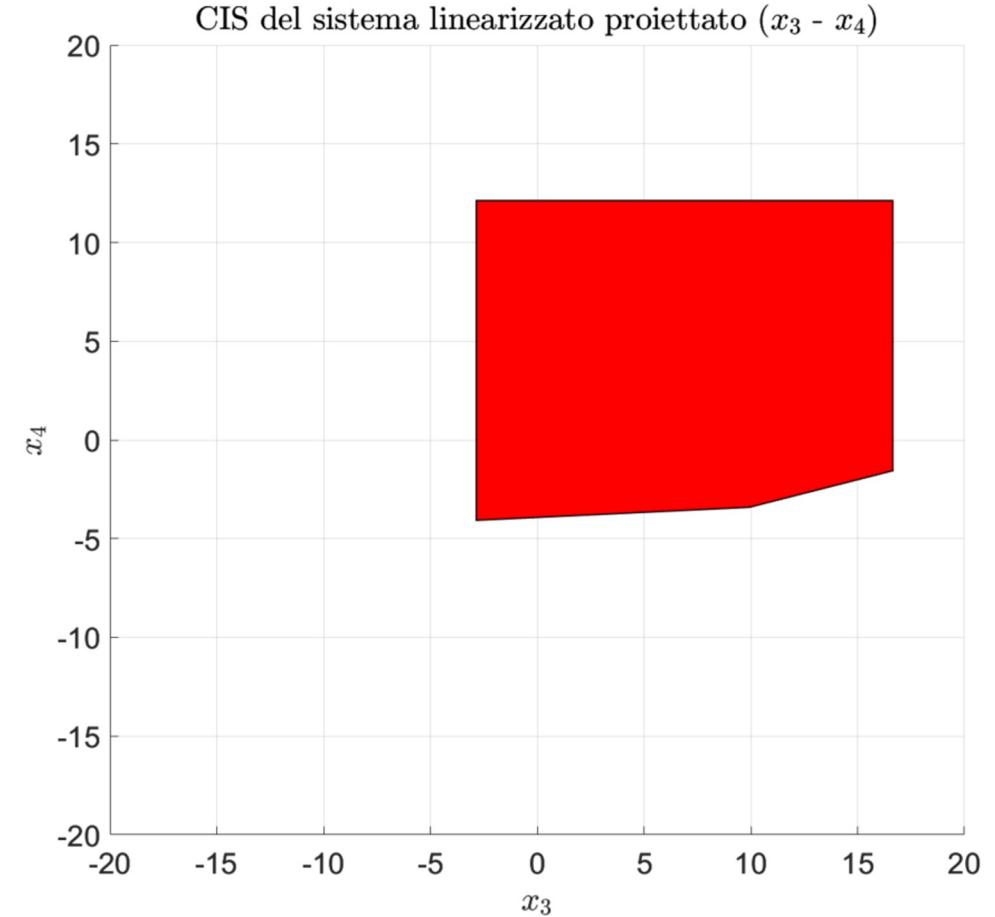
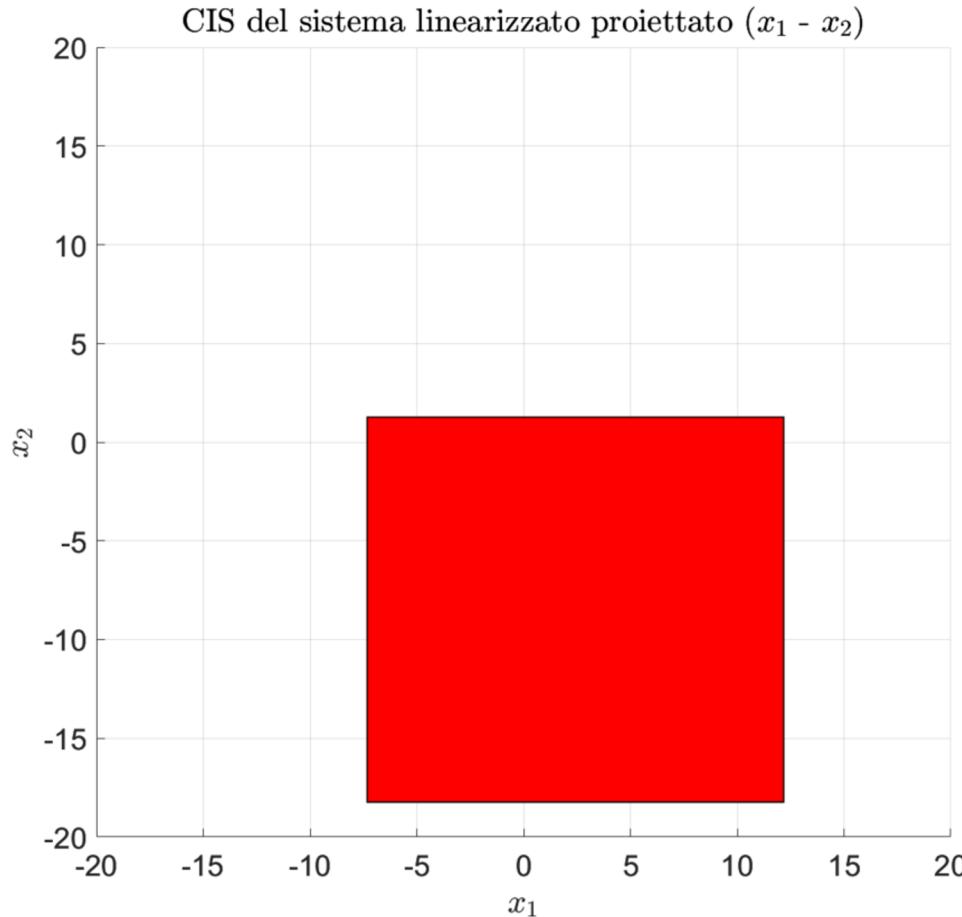
- Tempo di campionamento impostato a 40sec
- Poli del sistema discretizzato interni alla circonferenza immaginaria
- Sistema discreto completamente raggiungibile

**NB:** Al diminuire del tempo di campionamento i poli del sistema tendono ad avvicinarsi ad 1



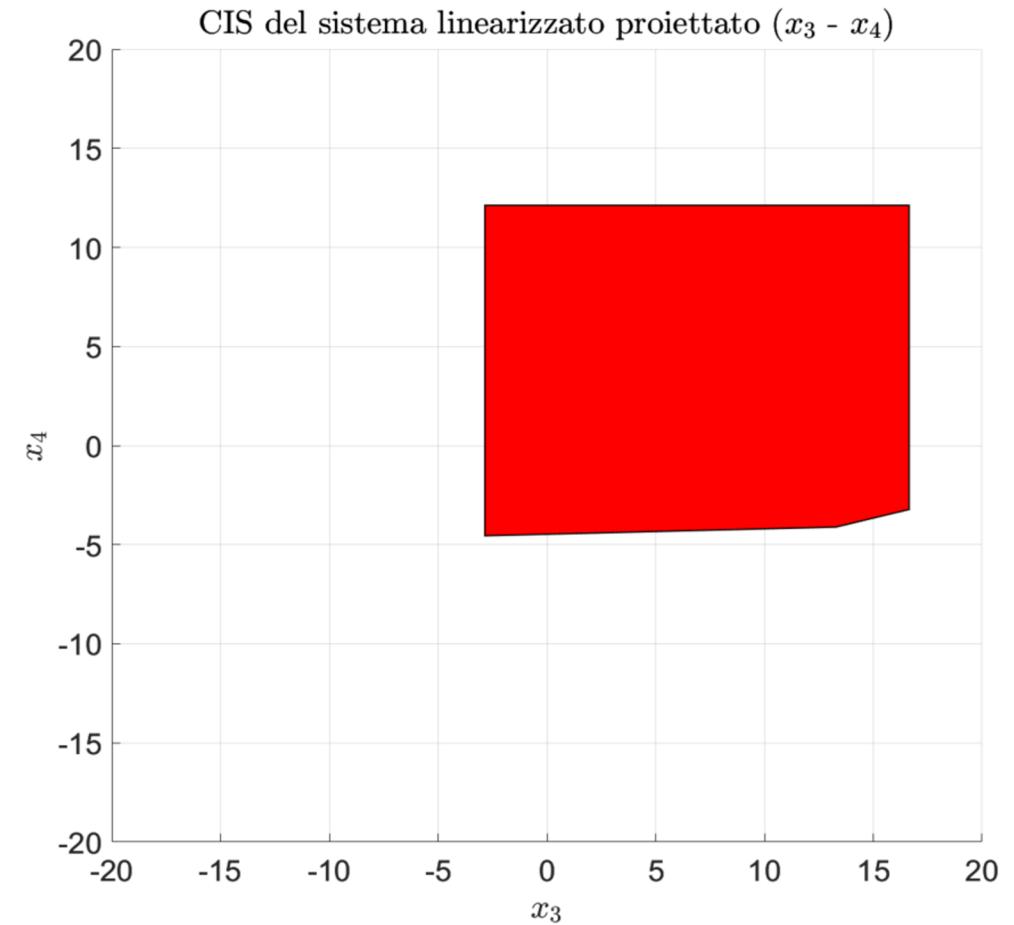
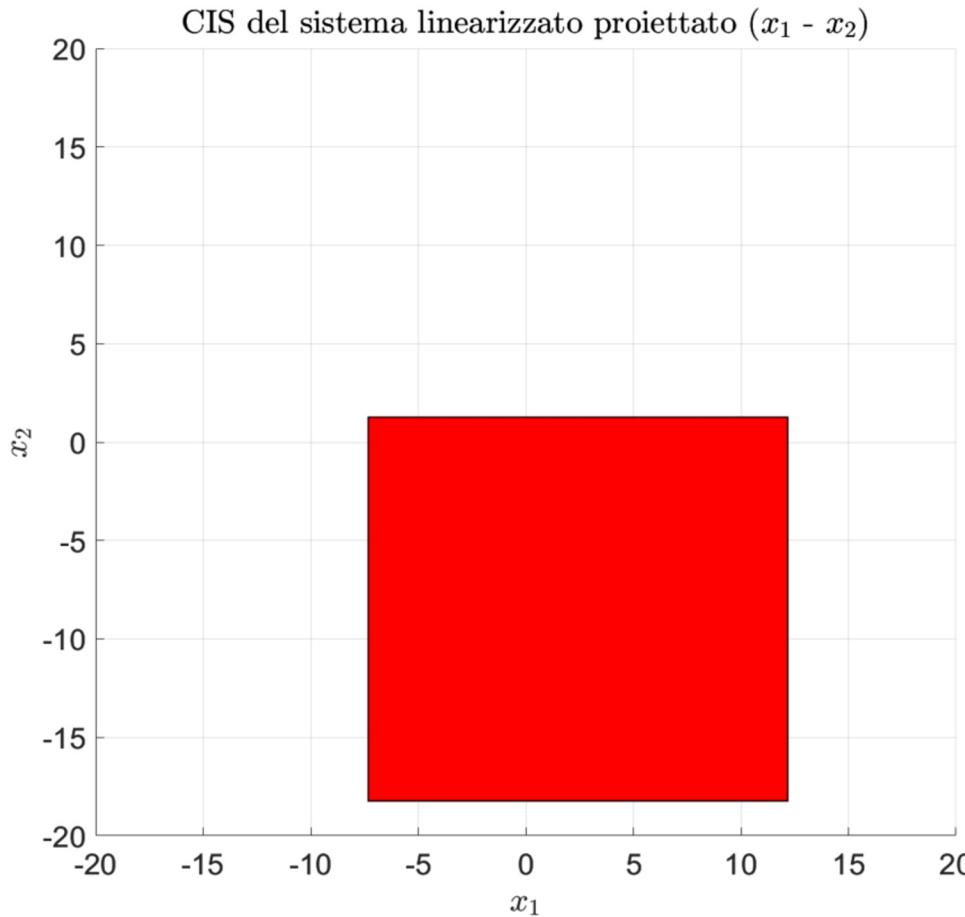
# 4. Control invariant set (CIS)

Q ed R matrici identità con  $Q >> R (10^2)$



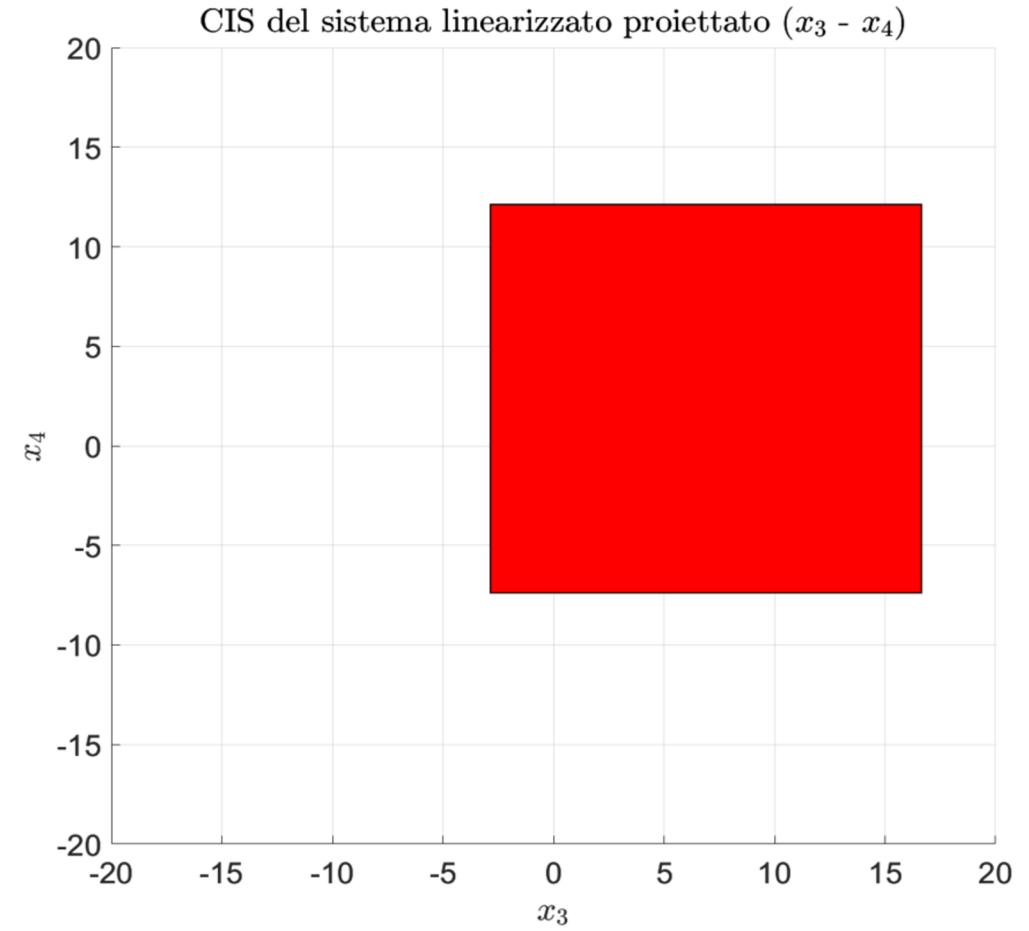
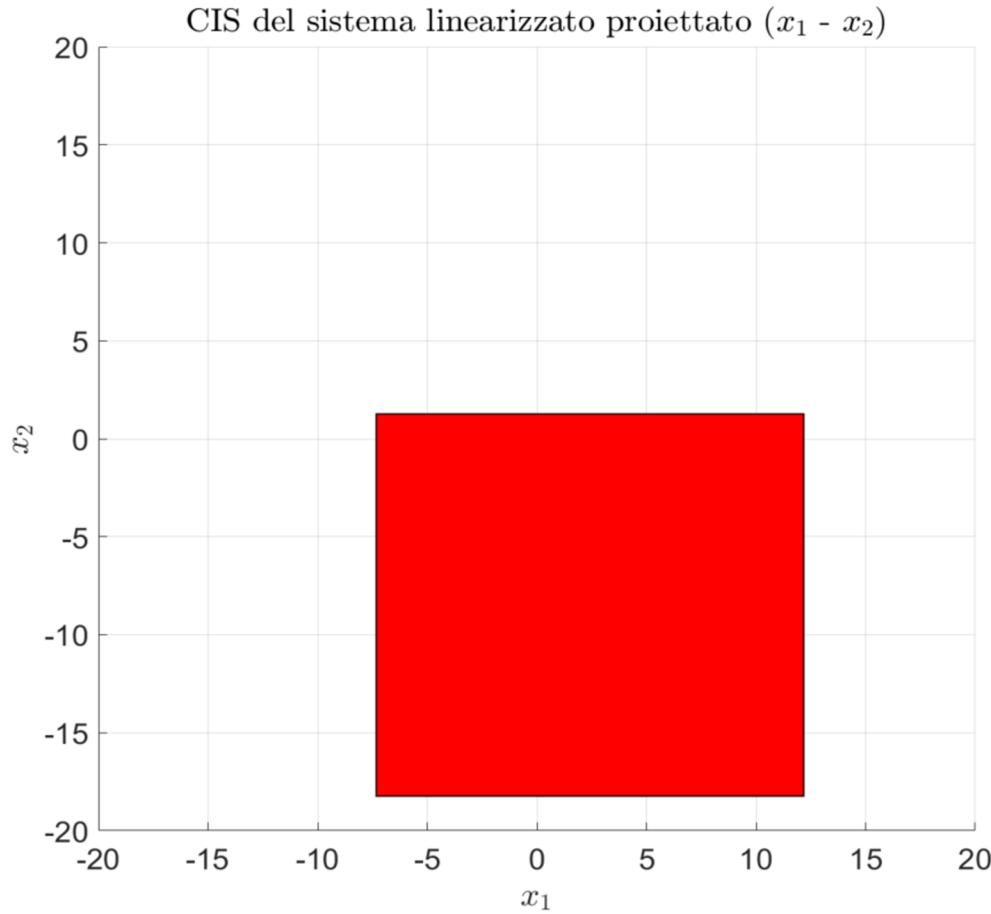
# Control invariant set (CIS)

Q ed R matrici identità



# Control invariant set (CIS)

$$Q \ll R (10^2)$$

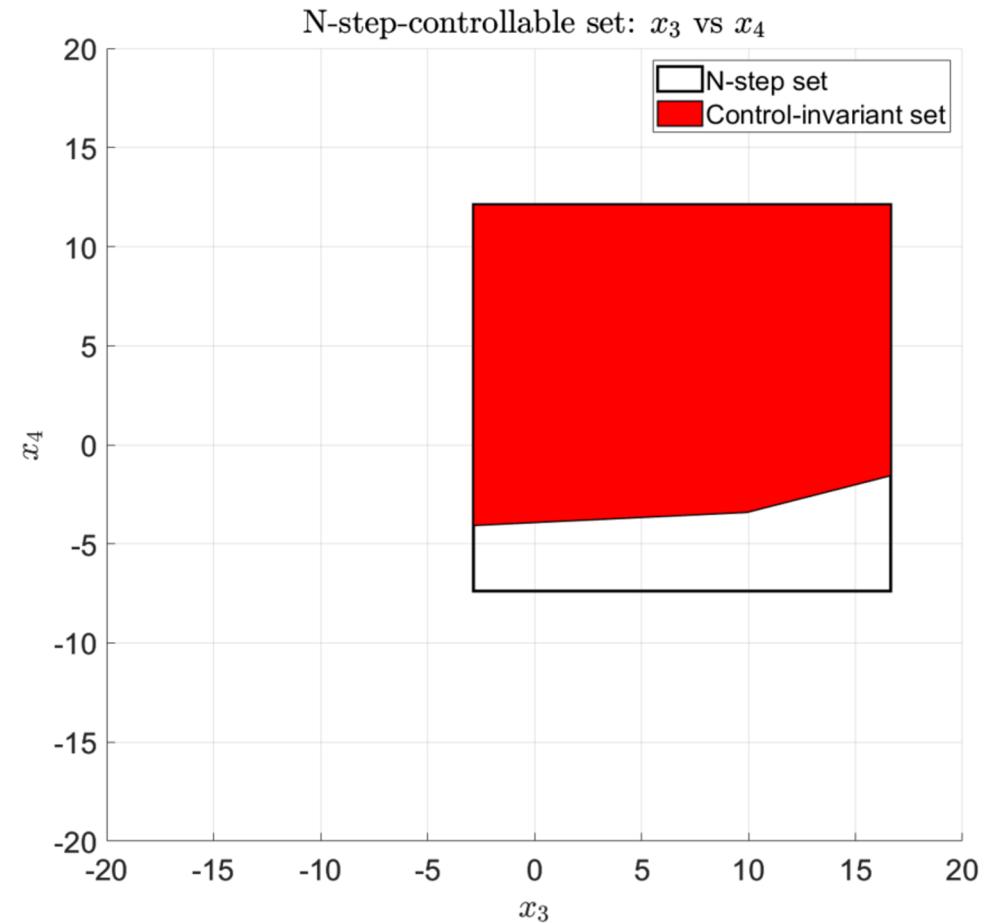
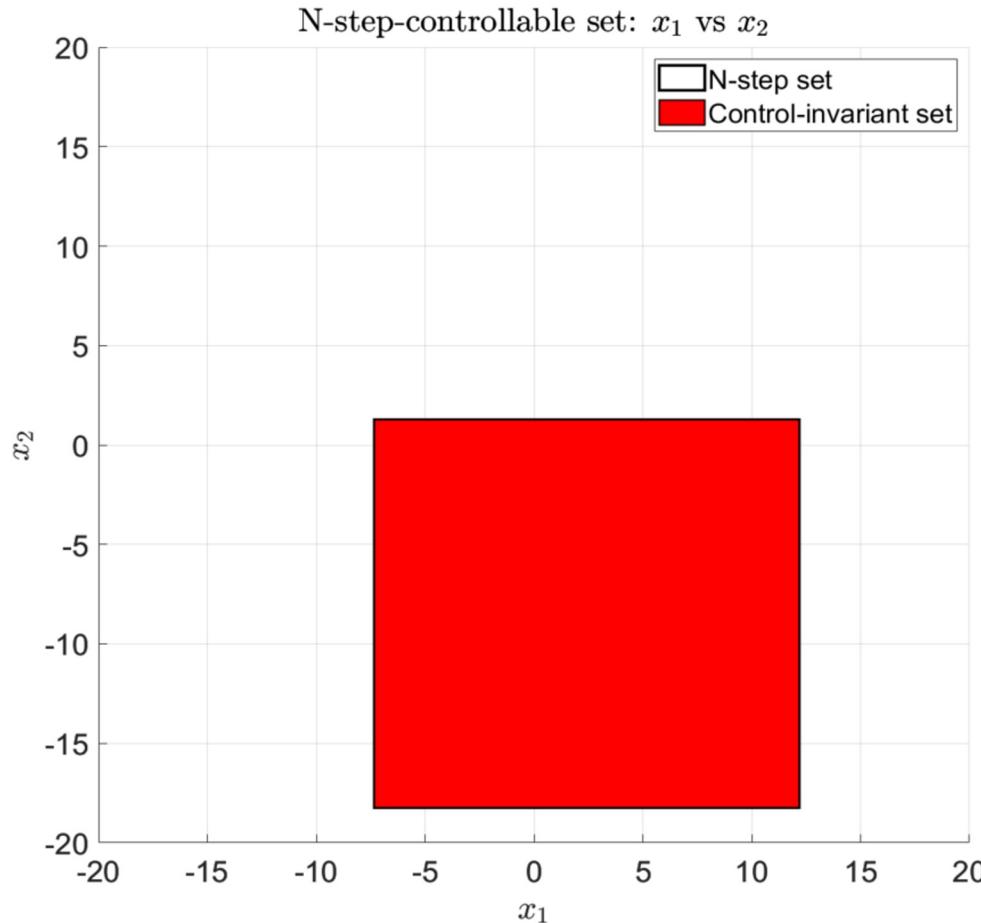


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

# 5. N-Steps controllable set

$$Q >> R \ (10^2) - N_p = 3$$

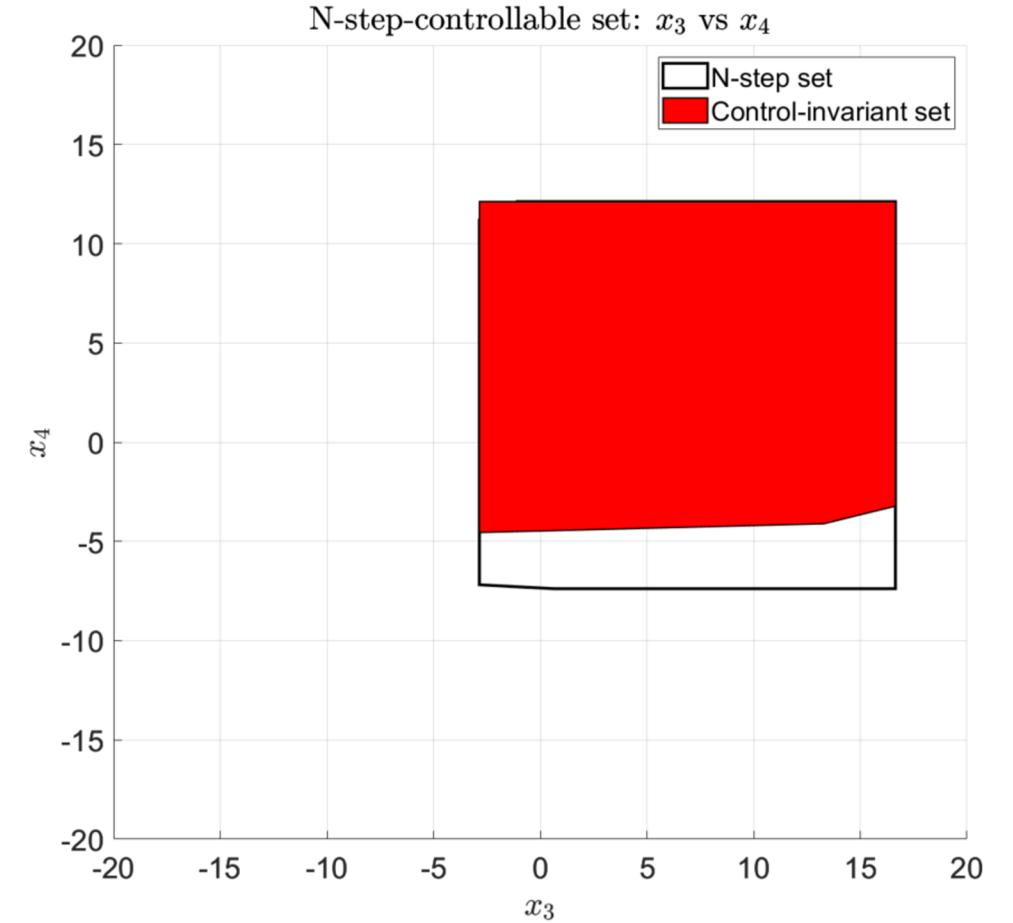
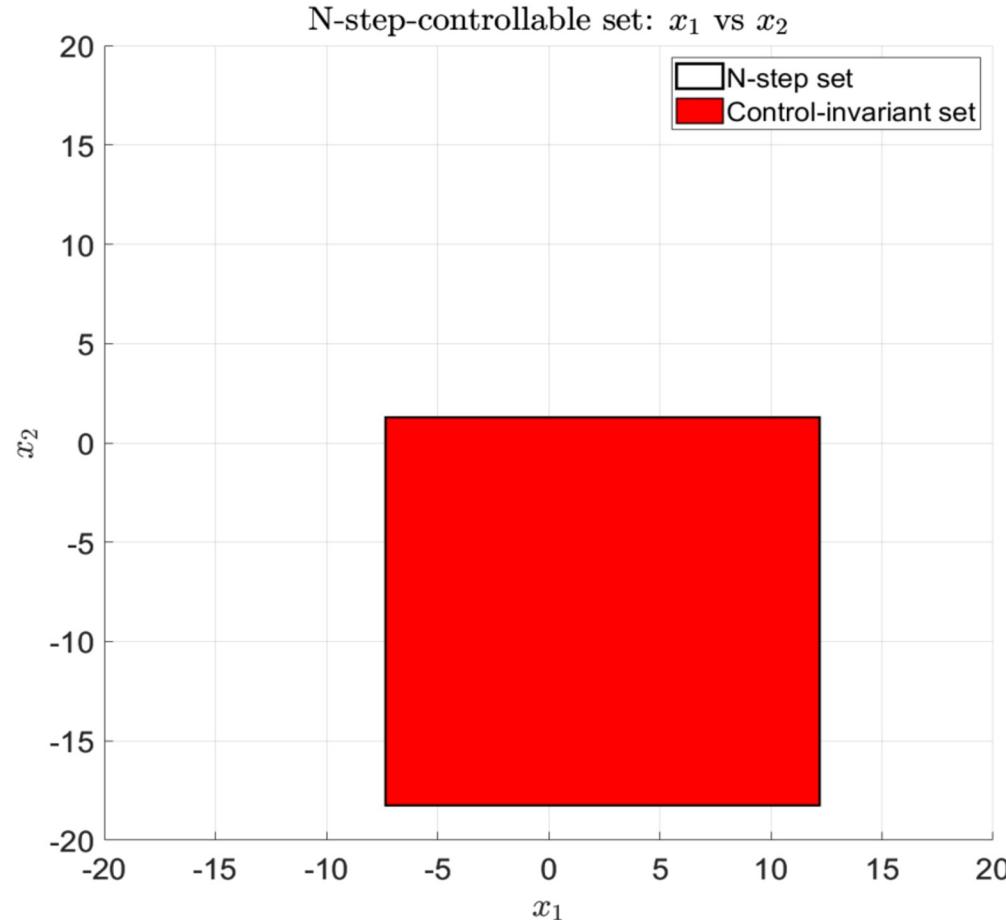


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

# N-Steps controllable set

Q ed R matrici identità - Np=2

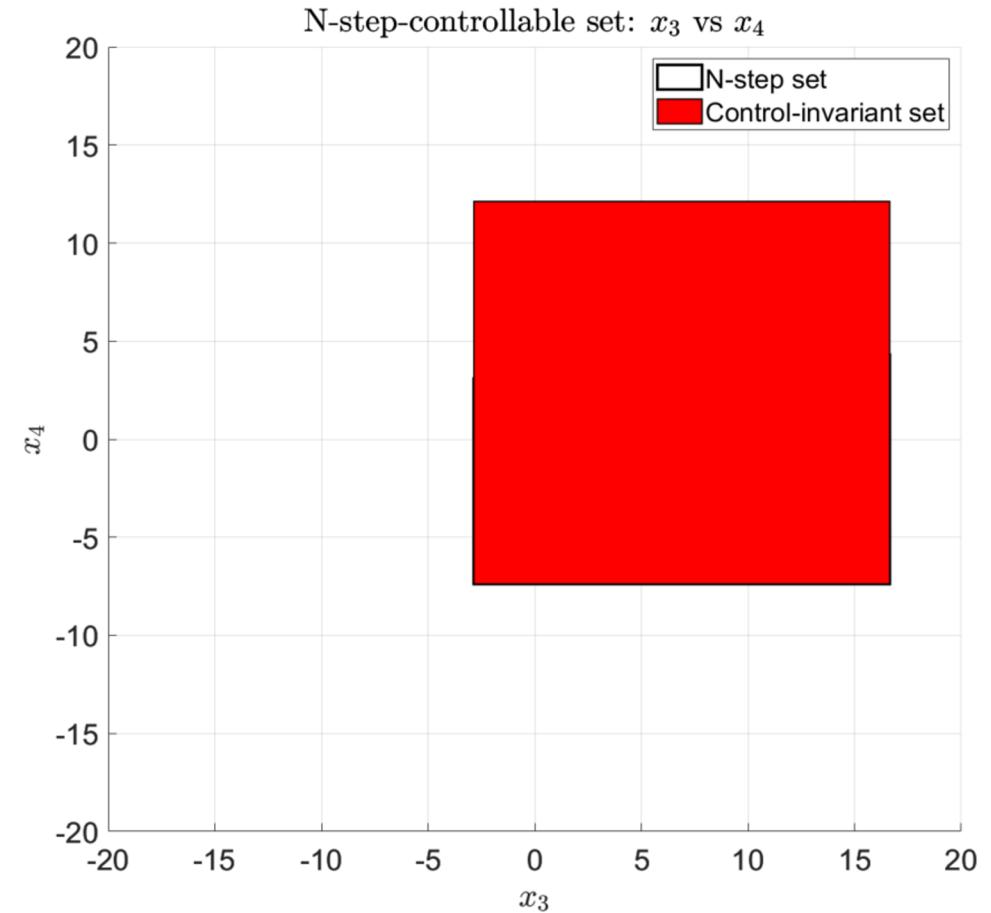
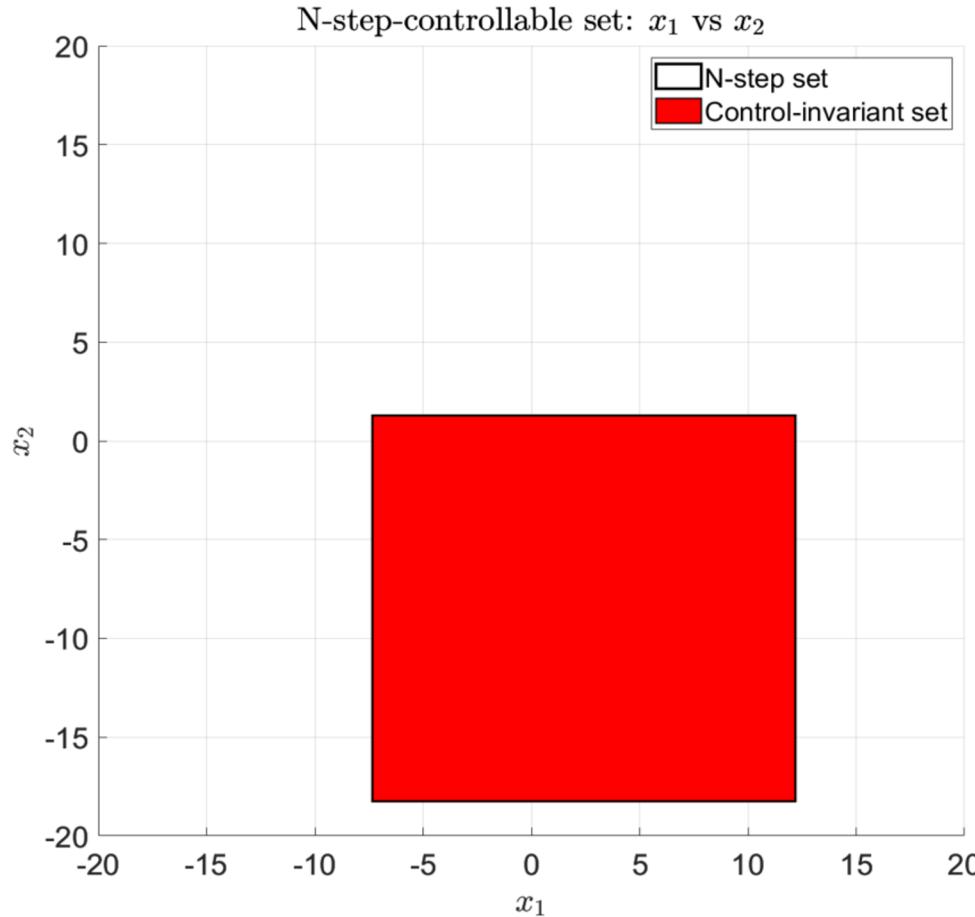


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

# N-Steps controllable set

$$Q \ll R (10^2) - N_p = 1$$

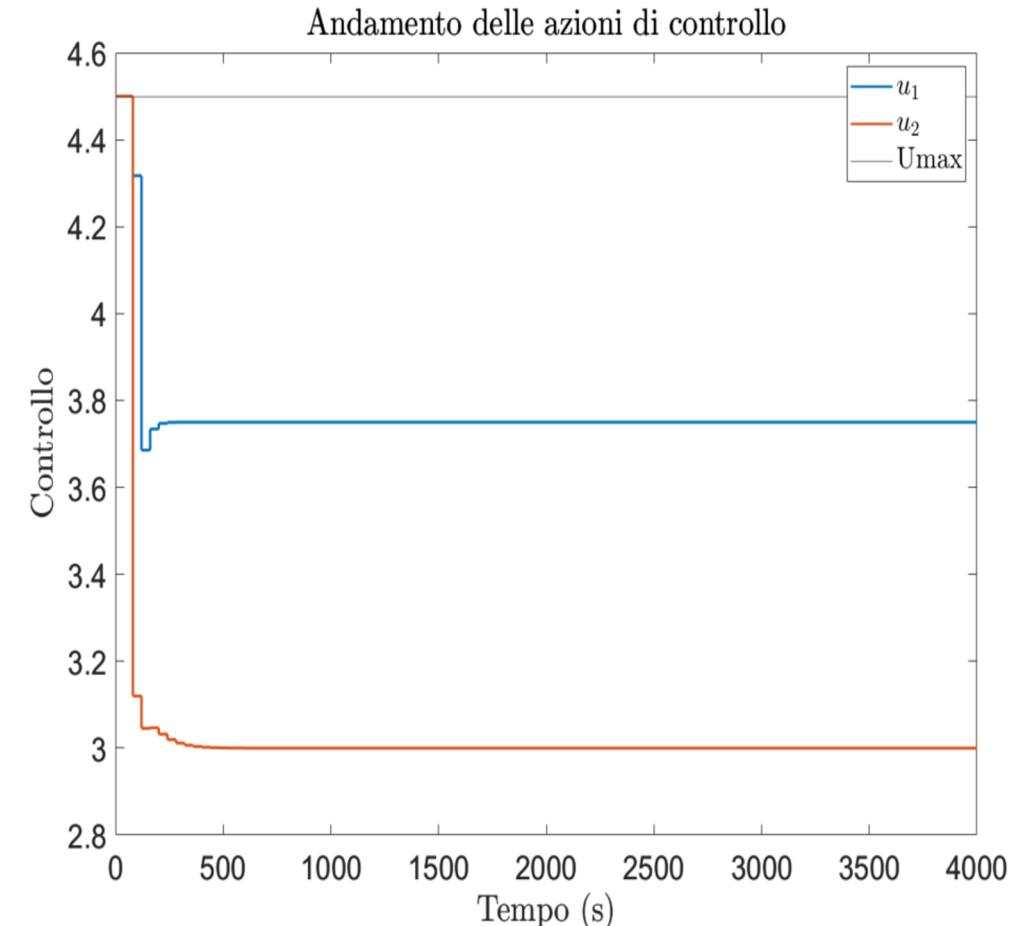
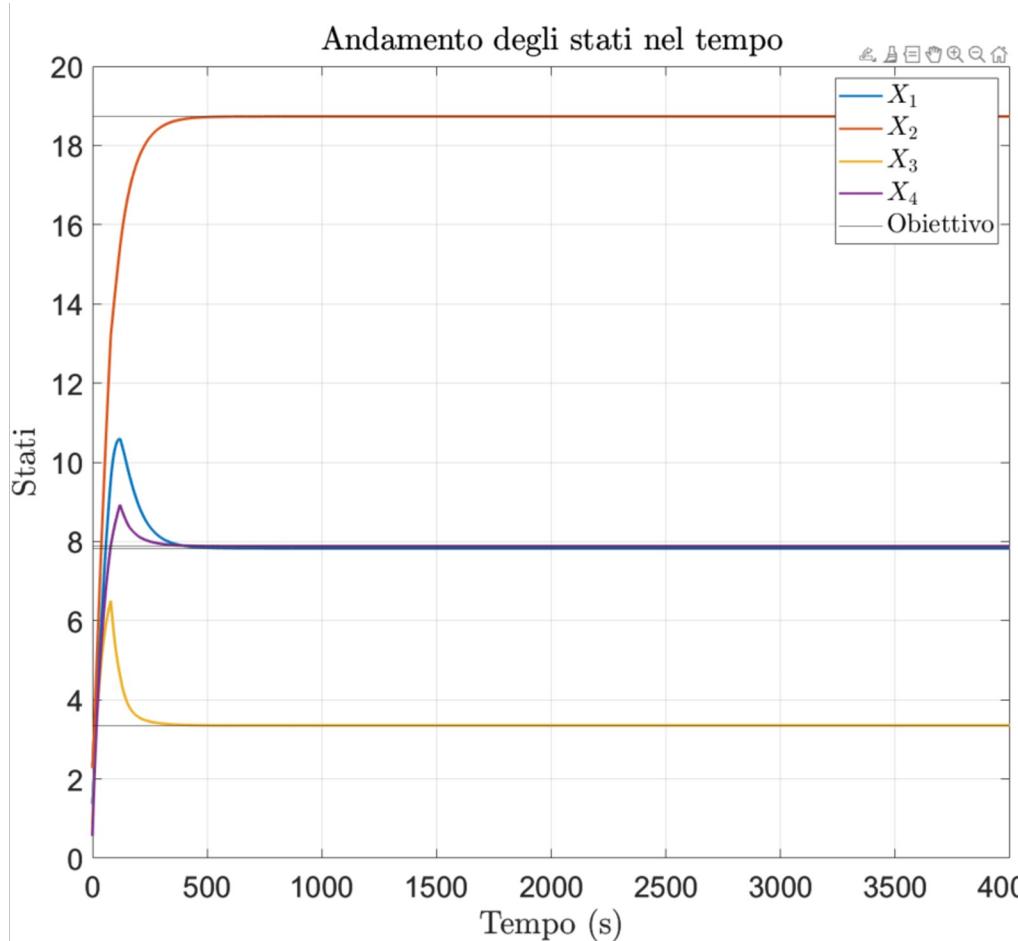


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

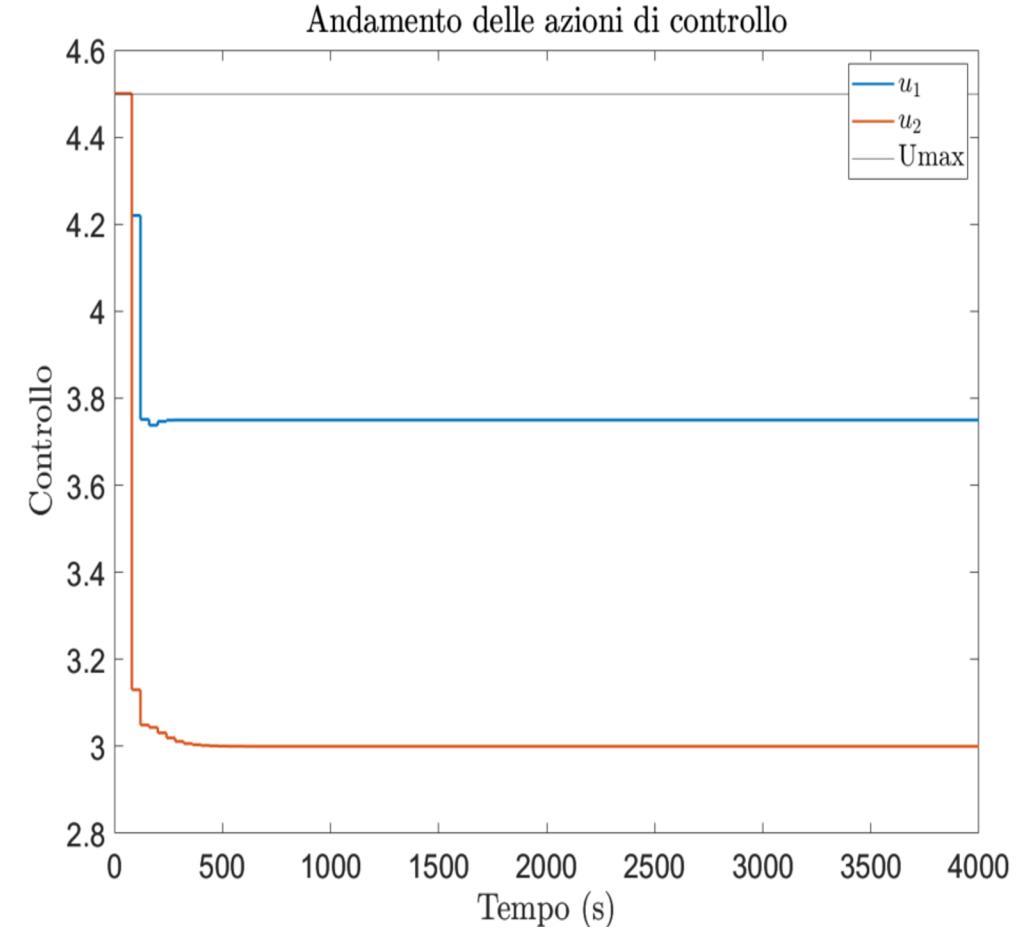
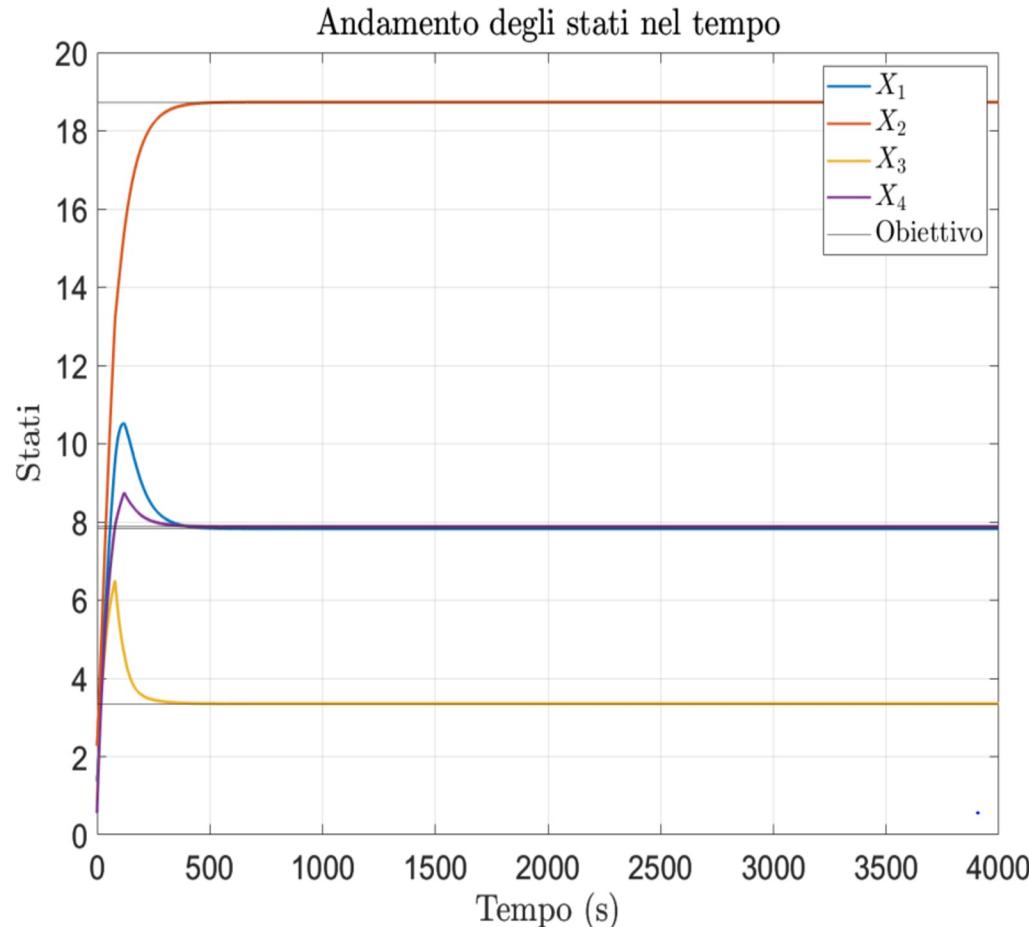
# 6. Controllo con vincolo di disuguaglianza

Caso  $Q >> R$  ( $10^2$ ) -  $N_p = 3$



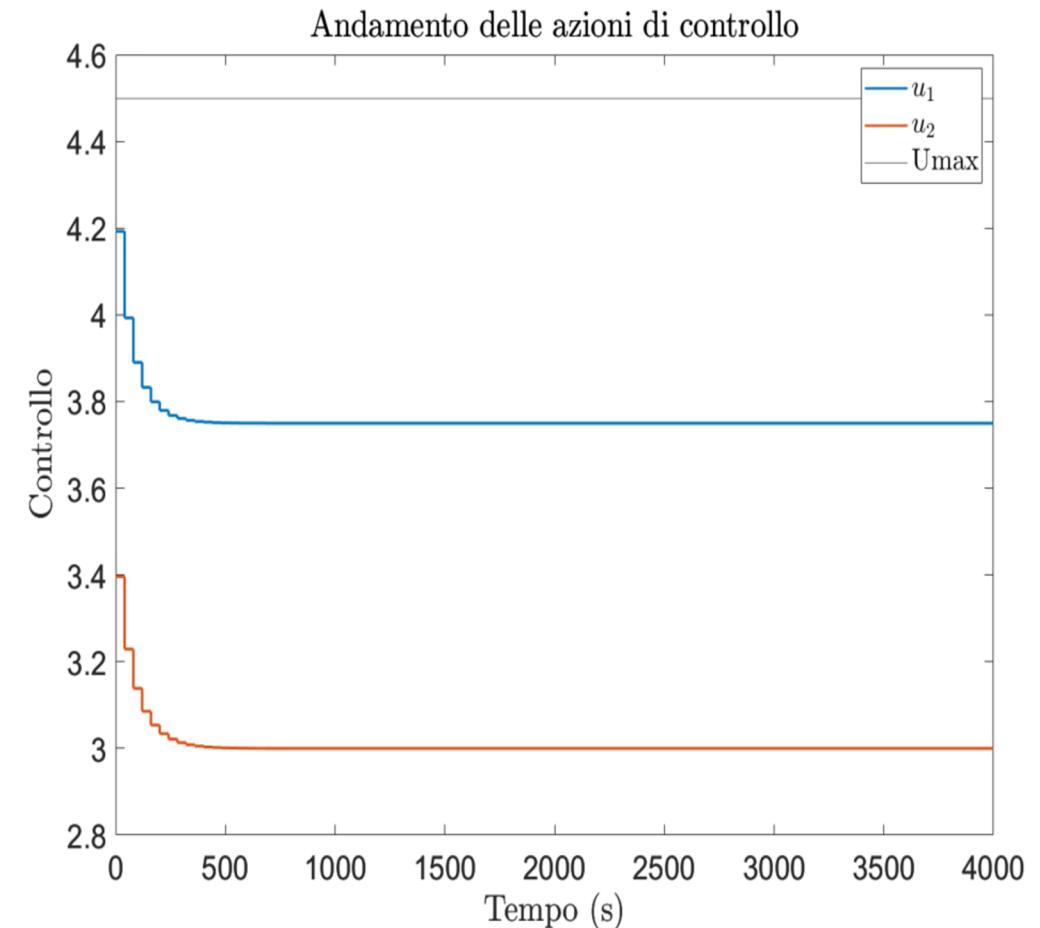
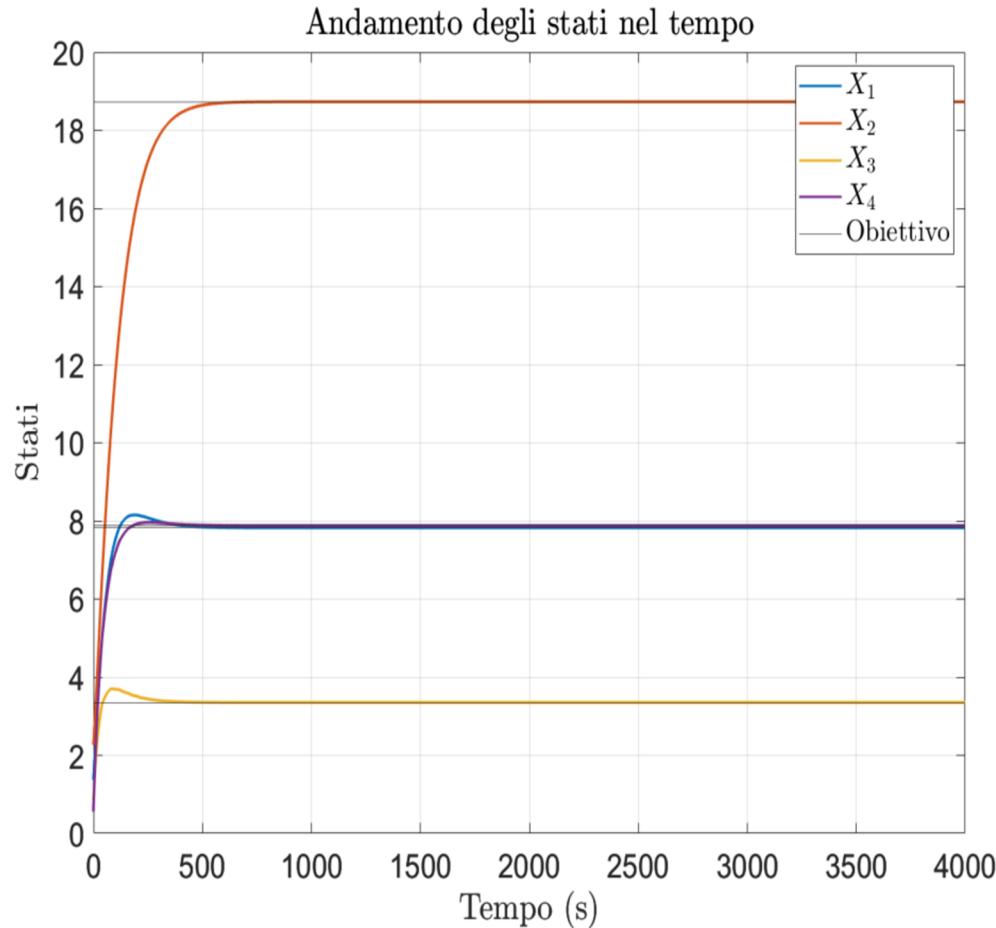
# Controllo con vincolo di disuguaglianza

Caso Q ed R identità -  $N_p = 2$



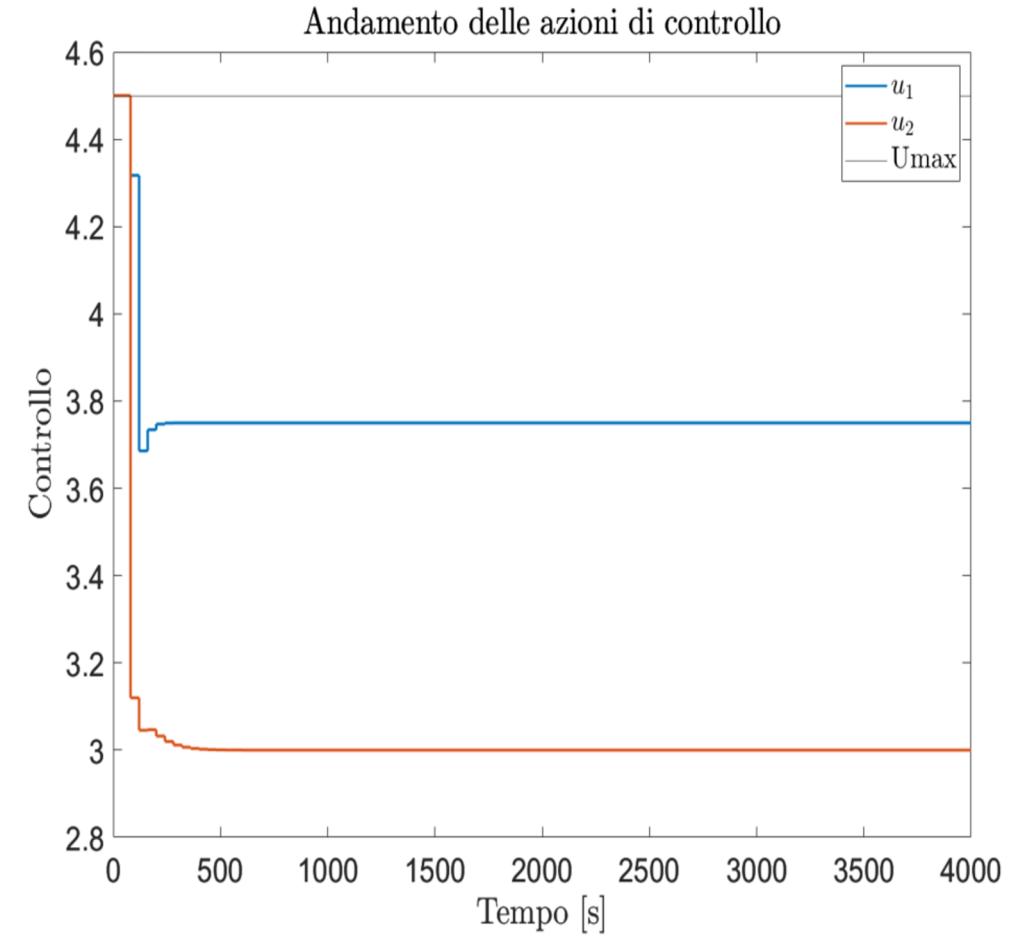
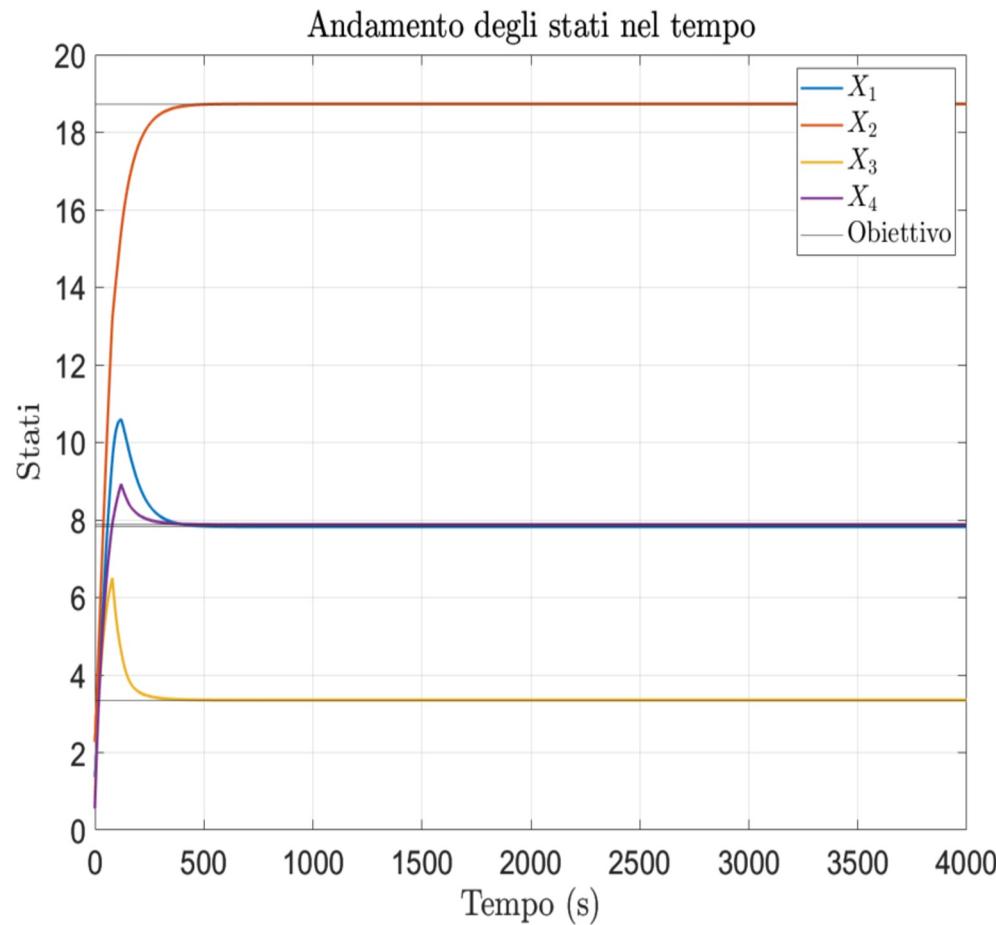
# Controllo con vincolo di diseguaglianza

Caso  $Q \ll R$  ( $10^2$ ) -  $N_p = 1$



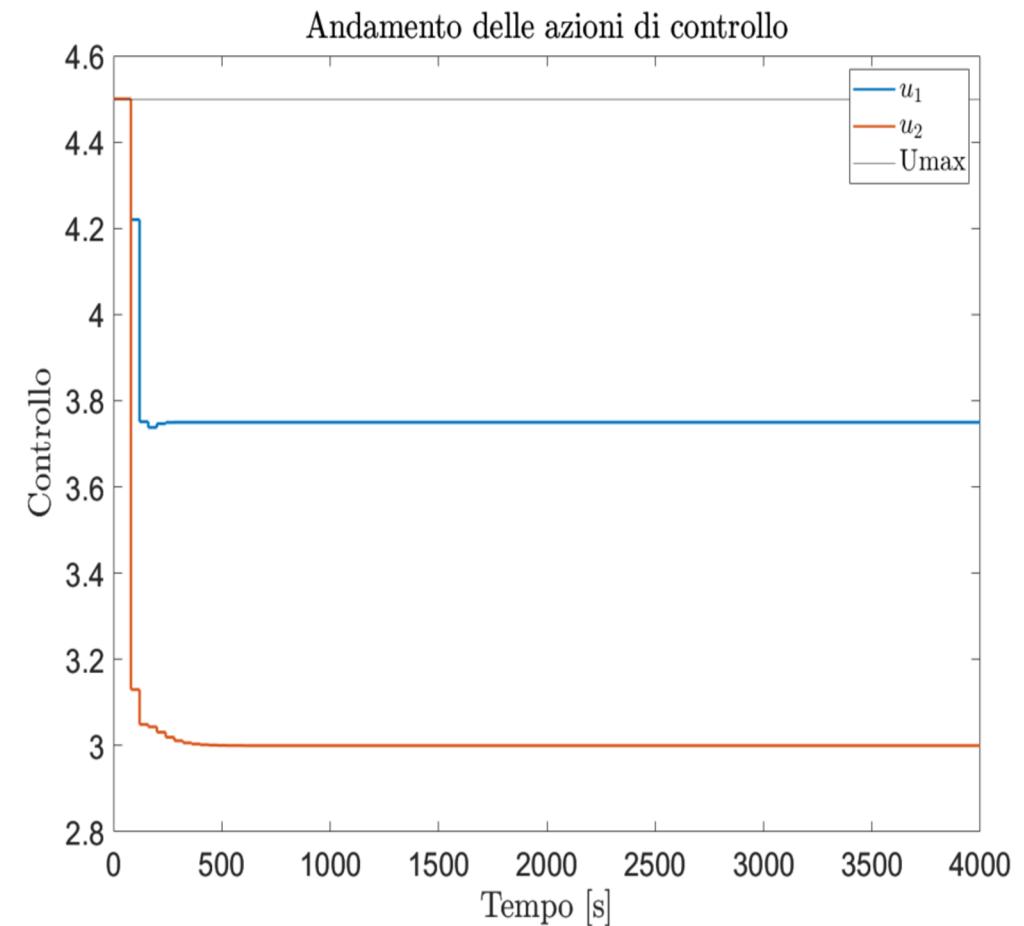
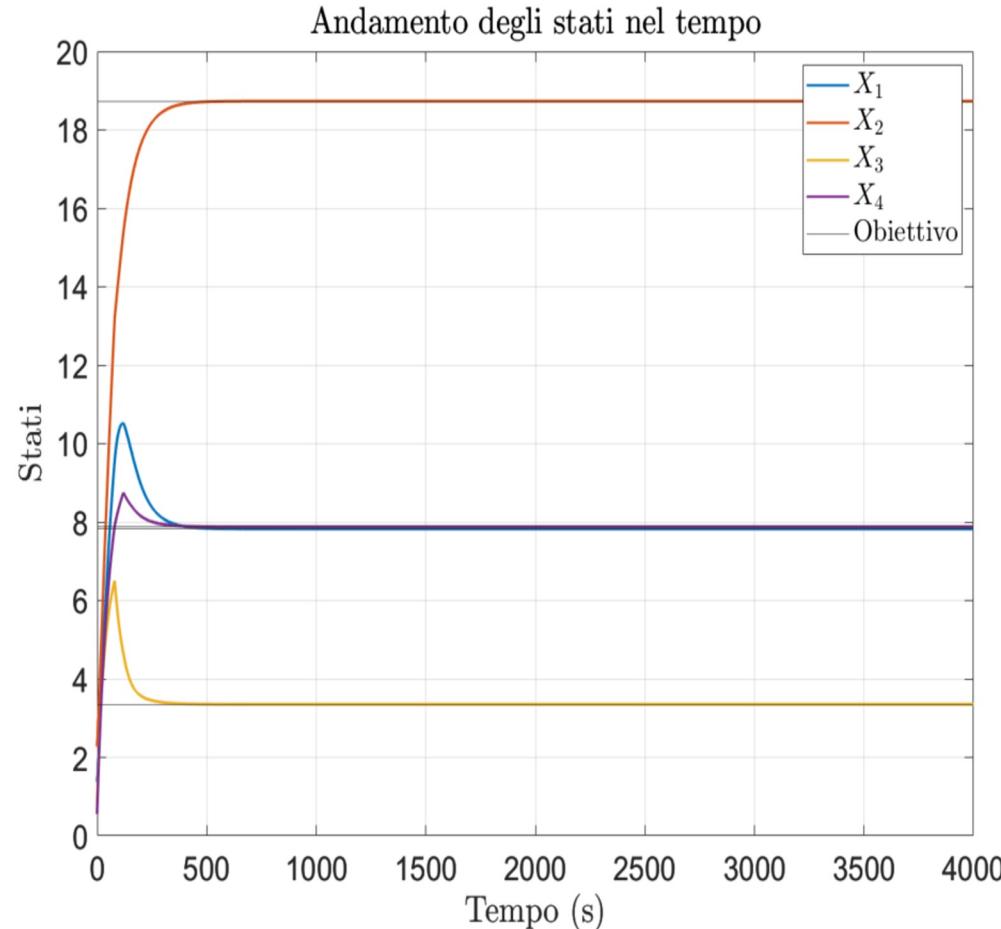
# Controllo con vincolo di uguaglianza

Caso  $Q >> R (10^2)$  -  $N_p$  forzato a 20



# Controllo con vincolo di uguaglianza

Caso Q ed R identità - Np forzato a 20

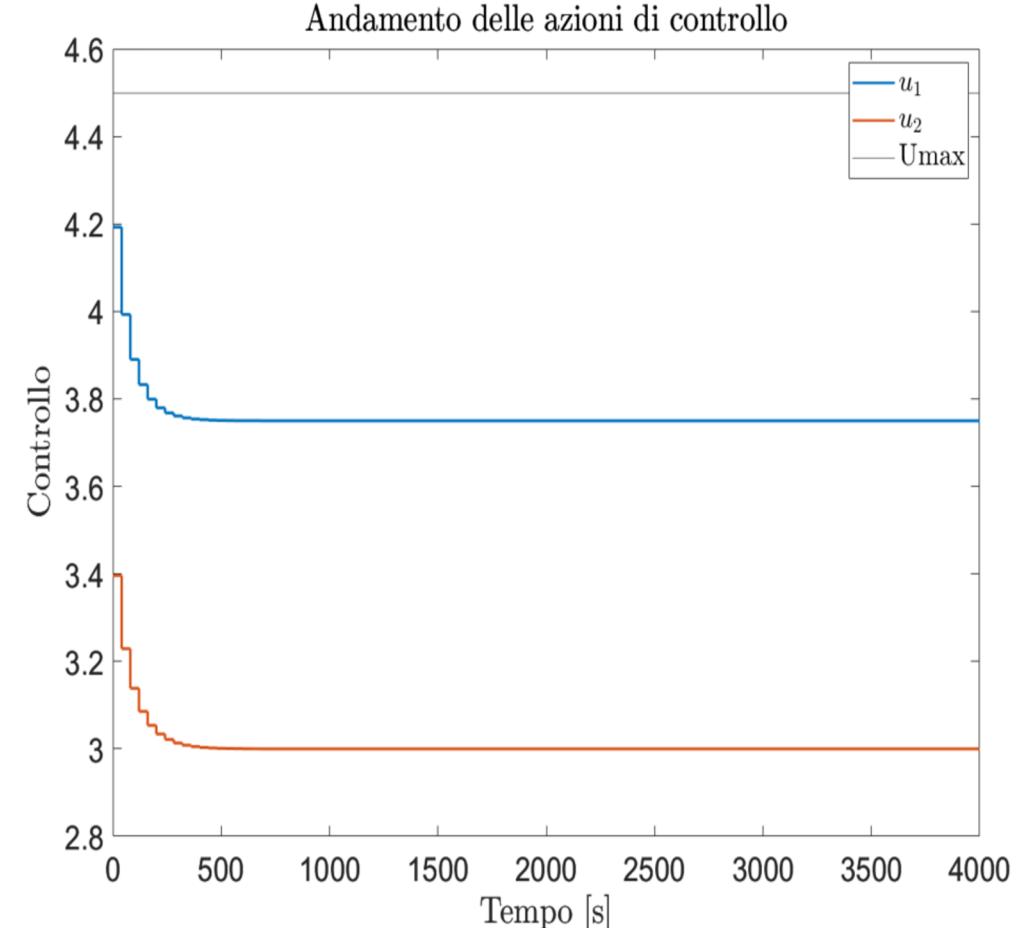
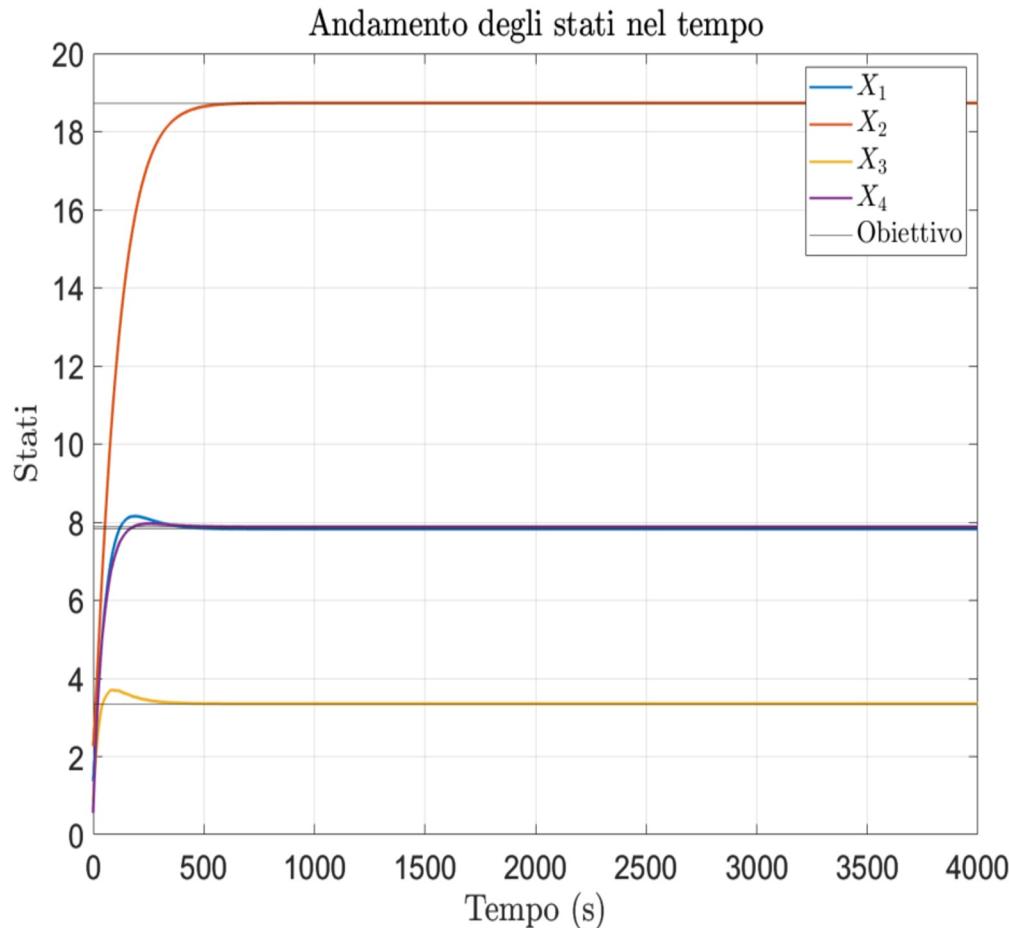


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione

# Controllo con vincolo di uguaglianza

Caso  $Q \ll R$  ( $10^2$ ) - Np forzato a 20



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI BERGAMO**

Dipartimento  
di Ingegneria Gestionale,  
dell'Informazione e della Produzione