

Progettazione di un MPC per il controllo del livello dell'acqua in quattro serbatoi interconnessi

Il quadruple tank process è un sistema multivariabile composto da serbatoi interconnessi che viene spesso utilizzato come benchmark per controllori MPC, data la non-linearità della sua dinamica e la necessità di definire dei vincoli sulle sue variabili di stato.

1 Descrizione del problema

Si controlli il livello dell'acqua nei quattro serbatoi interconnessi riportati in figura 1.

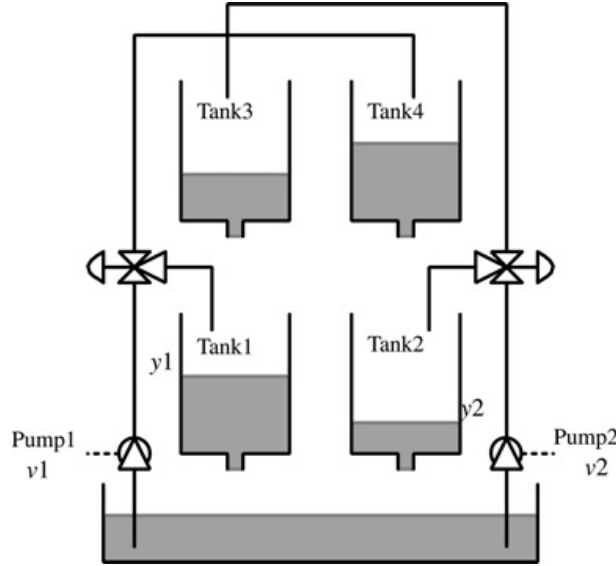


Figure 1: Schema dei quattro serbatoi interconnessi.

Si ipotizzi che le due pompe del sistema siano controllate tramite le tensioni v_1 e v_2 e che la configurazione delle valvole responsabili della divisione dei flussi d'acqua tra i serbatoi sia lasciata inalterata durante il funzionamento dell'impianto.

La dinamica del sistema è definita dalle equazioni

$$\begin{aligned} A_1 \dot{h}_1(t) &= -a_1 \sqrt{2gh_1(t)} + a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + \gamma_1 k_1 v_1(t) \\ A_2 \dot{h}_2(t) &= -a_2 \sqrt{2gh_2(t)} + a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + \gamma_2 k_2 v_2(t) \\ A_3 \dot{h}_3(t) &= -a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + (1 - \gamma_2) k_2 v_2(t) \\ A_4 \dot{h}_4(t) &= -a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + (1 - \gamma_1) k_1 v_1(t) \end{aligned}$$

dove:

- h_i [cm] è il livello dell'acqua nell' i -esimo serbatoio;
- A_i [cm²] è la sezione dell' i -esimo serbatoio;
- a_i [cm²] è la sezione del foro presente nell' i -esimo serbatoio;
- g [cm/s²] è l'accelerazione di gravità;

- $k_i v_i$ [cm³/s] è il flusso d'acqua generato dall'i-esima pompa, controllata tramite la tensione v_i [V];
- γ_i [/] definisce come il flusso generato dall'i-esima pompa viene diviso.

I valori dei parametri presenti nelle precedenti equazioni sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Valore	Unità
A_1, A_3	28	cm ²
A_2, A_4	32	cm ²
a_1, a_3	0.071	cm ²
a_2, a_4	0.057	cm ²
g	981	cm/s ²
k_1	2.7	cm ³ /(s · V)
k_2	3.2	cm ³ /(s · V)
γ_1	0.3	/
γ_2	0.4	/

Le tensioni v_i applicate alle due pompe sono non-negative e non possono essere superiori ai 4.5V. I livelli dell'acqua nei serbatoi devono sempre rimanere nel range [0.5cm, 20cm].

Gli ingressi controllati del sistema sono le tensioni applicate alle due pompe.

2 Obiettivi

L'obiettivo del lavoro è progettare un controllore MPC in grado di portare il sistema dalla condizione iniziale $(h_1, h_2, h_3, h_4) = (1.3767, 2.2772, 0.8386, 0.5604)$ all'equilibrio $(7.8253, 18.7323, 3.3545, 7.8801)$, rispettando sempre i vincoli, e simulare il funzionamento del sistema in anello chiuso.

Si confrontino le prestazioni del controllore progettato al variare di:

- ingredienti terminali (vincolo terminale di uguaglianza vs costo terminale e vincolo terminale di disuguaglianza);
- Q ed R del costo quadratico;
- orizzonte di predizione;
- tempo di campionamento $t_s \geq 1s$.