

CONTORNANDO LIMITAÇÕES FUNDAMENTAIS DO CONTROLE ADAPTATIVO L1 ATRAVÉS DO CONTROLADOR ADAPTATIVO BINÁRIO POR MODELO REFERÊNCIA ESTENDIDO

LIU HSU, ANDREI BATTISTEL, EDUARDO V.L. NUNES*

*Programa de Engenharia Elétrica
COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, C.P. 68504
21945-970-Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Email: liu@coep.ufrj.br, battistel@ufrj.b, eduardo@coep.ufrj.br

Abstract— Two techniques proposed in the 90's are combined to circumvent the fundamental limitations of the L1 Adaptive Controller (L1-AC). Both the Smooth Sliding Control (SSC), based on sliding mode control; and the Binary Model Reference Adaptive Control (BMRAC), a smooth transition between sliding mode and adaptive control; share common features with the L1-AC. A combination of both techniques, called extended BMRAC (eBMRAC) is shown to overcome fundamental limitations of the L1-AC, such as poor tracking performance to time-varying reference signals, the use of excessive large gains and the need to redesign the algorithm to different applications. The combination leads to a simpler output feedback controller.

Keywords— L1 Adaptive Control, Binary MRAC, Smooth Sliding Control

Resumo— O objetivo deste trabalho é apresentar uma combinação de duas técnicas de controle propostas na década de 90: o Controle Suave por Modos Deslizantes (SSC) e o Controle Adaptativo Binário Por Modelo de Referência (BMRAC). Esta combinação tem características em comum com o Controle Adaptativo L1 (L1-AC) recentemente proposto. Mostra-se que a estrutura básica do L1-AC é similar à do SSC, com exceção de que este usa modos deslizantes ao invés de adaptação. Por outro lado, o BMRAC provê uma transição suave entre os controles adaptativo e por modos deslizantes. Assim, uma combinação natural entre ambas técnicas, chamada BMRAC estendido (eBMRAC) é utilizada para contornar limitações importantes do L1-AC, como a inabilidade de rastrear referências variantes no tempo, a necessidade de ganhos de adaptação excessivamente altos e a dificuldade de estendê-lo para realimentação de saída. Ao contrário do L1-AC, o novo controlador de realimentação de saída obtido não precisa ter sua arquitetura ajustada para diferentes tipos de sistemas.

Palavras-chave— Controle Adaptativo L1, MRAC Binário, Modos Deslizantes

1 Introdução

O recentemente proposto Controle Adaptativo L1 (L1-AC) tem sido objeto de discussão e atraído atenção considerável na literatura nos últimos anos. Primeiramente publicado em (Cao and Hovakimyan, 2006a)-(Cao and Hovakimyan, 2006b) e posteriormente consolidado no livro (Hovakimyan and Cao, 2010), este algoritmo afirma obter rápida adaptação com garantias de desempenho dos transitórios. Basicamente, o controlador consiste em uma modificação do Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC) baseada em uma filtragem da entrada e lei de adaptação tipo projeção.

Embora possam ser encontrados na literatura diversos trabalhos onde o L1-AC é aplicado com sucesso, vide (Hovakimyan et al., 2011) e referências, diversos outros trabalhos questionam a eficiência da técnica, como (Ortega and Panteley, 2014a), (Boskovic and Mehra, 2013).

Críticas comuns ao L1-AC são o uso de ganhos de adaptação excessivamente altos; a incapacidade de rastrear um sinal de referência variante no tempo; e a obtenção de um sinal de controle de um controlador PI de estado completo, sugerindo que a adaptação é desnecessária no algoritmo (Ortega and Panteley, 2013).

É interessante notar que a arquitetura do L1-AC deve ser modificada de acordo com a aplicação. Por exemplo, se o ganho de entrada da planta é desconhecido, o algoritmo tem de ser modificado para uma arquitetura significativamente mais complexa (Hovakimyan and Cao, 2010)[pp.35]. O mesmo

acontece para realimentação de saída.

A ideia de empregar alto ganho e filtragem de entrada não é nova. O Controle Suave por Modos Deslizantes (SSC, *Smooth Sliding Control*), proposto em (Hsu, 1997) como uma solução para evitar *chattering* em sistemas de modos deslizantes, também é baseado em filtragem e malha de predição, assim como o L1-AC. O alto ganho aparece naturalmente, uma vez que o sinal de controle é gerado por um relé de amplitude modulada e então filtrado, provendo um sinal suave. A similaridade entre as duas técnicas, no entanto, não é completa, uma vez que o SSC emprega explicitamente um modelo de referência - o que não ocorre no L1-AC. Assim, é possível seguir uma referência variante no tempo com erro residual.

O uso de projeção nas leis de adaptação, por outro lado, está presente em diversos trabalhos na área de controle adaptativo. Um destes é o MRAC binário (B-MRAC), proposto em (Hsu and Costa, 1994). Sabe-se que a projeção permite obter sistemas adaptativos mais robustos, permitindo resolver, por exemplo, problemas de instabilidade causados por dinâmicas não-modeladas.

Neste contexto, este trabalho busca discutir como contornar algumas das dificuldades vistas no L1-AC combinando os esquemas do SSC e do BMRAC. A ideia central é usar a projeção e parametrização do BMRAC com a arquitetura de filtragem e predição do SSC. O algoritmo resultante é chamado de BMRAC Estendido (eBMRAC) e este é comparado com o L1-AC usando exemplos simples. Simulações mostram

que é possível obter uma melhor performance com o eBMRAC em diferentes situações.

Este trabalho é organizado como se segue: a seção 4 apresenta o Controle Suave por Modos Deslizantes, a seção 3 apresenta o algoritmo B-MRAC. A combinação de ambos é discutida na seção 6. A comparação com o L1-AC é discutida na seção 5. Resultados de simulação são mostrados na seção 7 e a seção 8 contém considerações finais.

2 Equação do Erro no MRAC

Considera-se um sistema SISO linear invariante no tempo dada por:

$$\dot{x}_p = A_p x_p + b_p u, \quad y_p = h_p^T x_p, \quad (1)$$

onde $x_p \in \mathbb{R}^n$ é o estado, $u \in \mathbb{R}$ é a entrada e $y_p \in \mathbb{R}$ é a saída. O modelo entrada-saída correspondente é dado por:

$$y_p = G_p(s)u, \quad G_p(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)},$$

onde $K_p \in \mathbb{R}$ é o ganho de alta frequência, $N_p(s)$ e $D_p(s)$ são polinômios mônicos.

Considera-se que os parâmetros da planta são incertos e são conhecidos apenas limitantes finitos. Assume-se que as hipóteses usuais do MRAC se aplicam:

- A1) $G_p(s)$ é de fase mínima.
- A2) A planta é controlável e observável.
- A3) A ordem da planta (n) é conhecida.
- A4) O grau relativo da planta n^* é conhecido.
- A5) O sinal de K_p é conhecido e assumido positivo sem perda de generalidade.

O sinal de referência y_m é gerado pelo seguinte modelo de referência:

$$y_m = M(s)r \quad (2)$$

onde $M(s)$ é estável e tem grau relativo n^* . O objetivo é obter uma lei de controle u tal que o erro de saída $e_0 := y_p - y_m$ tenda assintoticamente para zero, para condições iniciais arbitrárias e sinais de referência contínuos por partes e uniformemente limitados $r(t)$.

Quando a planta é conhecida, uma lei de controle que obtém o casamento entre a função de transferência em malha fechada e $M(s)$ é dada por $u^* = \theta^{*T} \omega$, onde o vetor de parâmetros é escrito como $\theta^* = [\theta_1^{*T} \theta_2^{*T} \theta_3^{*T} \theta_4^{*T}]^T$, com $\theta_1^*, \theta_2^* \in \mathbb{R}^{n-1}, \theta_3^*, \theta_4^* \in \mathbb{R}$ e o vetor regressor $\omega = [\omega_u^T \omega_y^T y_p r]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ é obtido de filtros de entrada-saída dados na forma das equações de estado abaixo:

$$\dot{\omega}_u = \Lambda \omega_u + gu, \quad \dot{\omega}_y = \Lambda \omega_y + gy_p, \quad (3)$$

onde $\Lambda \in \mathbb{R}^{n-1 \times n-1}$ é Hurwitz e $g \in \mathbb{R}^{n-1}$ é escolhido tal que o par (Λ, g) é controlável. A condição de casamento requer que $\theta_4^* = K_m/K_p$, conforme (Ioannou and Sun, 1996), e para $n = 1$ os filtros de entrada-saída não são necessários.

Define-se o vetor de estados $X = [x_p^T, \omega_u^T, \omega_y^T]^T$ cuja dinâmica é descrita por:

$$\dot{X} = A_0 X + b_0 u, \quad y_p = h_c^T X \quad (4)$$

Assim, somando e subtraindo $b_0 \theta^{*T} \omega$ em (4) e notando que existem matrizes Ω_1 and Ω_2 tal que $\omega = \Omega_1 X + \Omega_2 r$, tem-se

$$\dot{X} = A_c X + k^* b_c [\theta_4^* r + u - u^*], \quad y_p = h_c^T X,$$

onde $A_c = A_0 + b_0 \theta^{*T} \Omega_1$, $b_c = \theta_4^* b_0$ e $k^* = 1/\theta_4^*$. Uma vez que (A_c, b_c, h_c^T) é uma realização não mínima de $M(s)$ O modelo de referência pode ser descrito por:

$$\dot{X}_m = A_c X_m + k^* b_c [\theta_4^* r] \quad y_m = h_c^T X_m$$

Assim, a dinâmica do estado do erro ($x_e := X - X_m$) é dada por:

$$\dot{x}_e = A_c x_e + k^* b_c [u - u^*], \quad e_0 = h_c^T x_e, \quad (5)$$

ou na forma entrada-saída (vide (Ioannou and Sun, 1996, section 9.3.3)):

$$e_0 = k^* M(s) [u - u^*] \quad (6)$$

3 Controle Adaptativo Binário por Modelo de Referência (BMRAC)

O MRAC Binário para plantas de grau relativo arbitrário foi proposto em (Hsu and Costa, 1994) e consiste em um MRAC com alto ganho e lei de adaptação do tipo projeção. O sistema resultante apresenta um melhor desempenho transitório e robustez a dinâmica não modelada em comparação a controladores adaptativos convencionais.

Uma vez que o vetor de parâmetros não é conhecido, a lei de controle utiliza um estimado θ do parâmetro ideal θ^* . O sinal de controle é então dado por:

$$u(t) = \theta^T(t) \omega(t) \quad (7)$$

Onde θ é obtido por uma lei de adaptação com projeção:

$$\dot{\theta}(t) = -\sigma \theta - \gamma e_0 \omega \quad (8)$$

com

$$\sigma = \begin{cases} 0, & \text{se } \|\theta\| < M_\theta \text{ ou } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq}, & \text{se } \|\theta\| \geq M_\theta \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

onde

$$\sigma_{eq} = \frac{-\gamma e_0 \theta^T \omega}{\|\theta\|^2} \quad (10)$$

O esquemático do BMRAC é visto na Fig. 1.

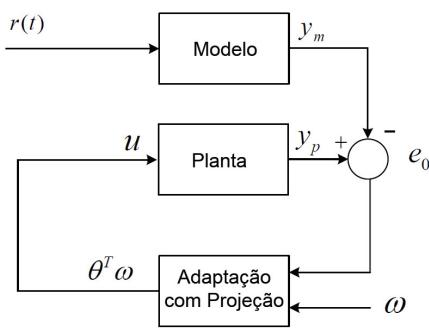


Figura 1: diagrama de blocos do BMRAC

4 Controle Suave por Modos Deslizantes (SSC)

O Controle Suave por Modos Deslizantes foi proposto em (Hsu, 1997) como uma maneira de evitar *chattering* em sistemas de estrutura variável. A arquitetura do L1-AC é bastante similar à do SSC, à exceção de alguns pontos importantes: i) não emprega um modelo de referência explicitamente; ii) utiliza adaptação do tipo projeção ao invés de controle chaveado; iii) necessita de realimentação de estados e conhecimento do ganho de entrada; e iv) é incapaz de seguir um sinal de referência variante no tempo com erro aceitável como será visto na Seção 6.

Neste trabalho, aborda-se o caso $n^* = 1$ por simplicidade, uma vez que apenas pequenas modificações são necessárias para obter a extensão para o caso de grau relativo arbitrário, conforme (Hsu, 1997).

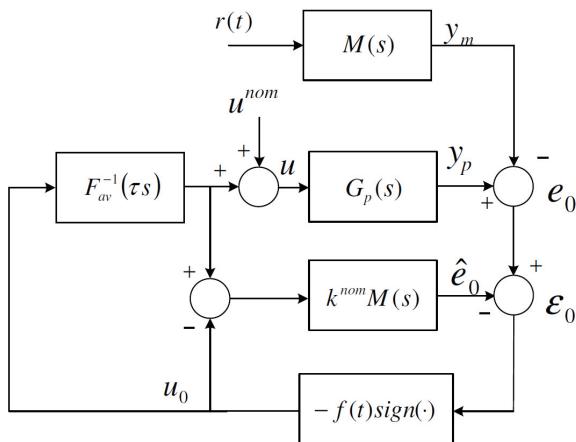


Figura 2: diagrama de blocos do SSC

4.1 O caso $n^* = 1$

O SSC baseia-se no paradigma do MRAC, de modo que as equações do erro são dadas por (5)-(6). O SSC emprega uma entrada filtrada e uma malha de predição, tal como no L1-AC. A lei de controle suave é obtida por meio de uma filtragem com constante de tempo τ suficientemente pequena, tal que o controle

u é substituído por u_0^{av} , uma aproximação do controle equivalente $(u_0)_{eq}$. A lei de controle é:

$$u = u^{nom} - u_0^{av}; \quad u_0^{av} = (1/F_{av}(\tau s))u_0 \quad (11)$$

$$u_0 = f(t)sign(\varepsilon_0) \quad (12)$$

onde ε_0 é um erro de predição de saída associado com a malha de predição

$$\varepsilon_0 = e_0 - \hat{e}_0; \quad \hat{e}_0 = k^{nom} M[u_0 - u_0^{av}]; \quad (13)$$

uma vez que \hat{e}_0 pode ser interpretado como um erro de predição de saída considerando k^{nom} e u_0 como estimativas de k^* e $u^{nom} - u^*$, respectivamente. Com as estimativas corretas, a predição seria exata, conforme a Eq.(7). A função de modulação $f(t)$ é escolhida de maneira que $f(t) \geq |u^*(t) - u^{nom}(t)|; \forall t$. A arquitetura do SSC é vista na Fig. 2

5 Limitações do L1-AC

A formulação do L1-AC considera a planta como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b(u(t) + \theta^T x(t)), \quad y(t) = c^T x(t); \quad (14)$$

onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b, c \in \mathbb{R}^n$ são conhecidos (Hovakimyan and Cao, 2010)(pp.18). A estrutura de controle utilizada é

$$u(t) = u_m(t) + u_{ad}(t), \quad u_m(t) = -k_m^T x(t) \quad (15)$$

onde $k_m \in \mathbb{R}^N$ é tal que $A_m \triangleq A - bk_m^T$ é Hurwitz, enquanto $u_{ad}(t)$ corresponde à parte adaptativa, a ser definida a seguir. Com a realimentação estática, o sistema com malha fechada (parcialmente) é dado por.

$$\dot{x}(t) = A_m x(t) + b(\theta^T x(t) + u_{ad}(T)), \quad y = c^T x(t) \quad (16)$$

Utiliza-se o seguinte preditor de estado

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_m \hat{x}(t) + b(\hat{\theta}^T x(t) + u_{ad}(T)), \quad \hat{y} = c^T \hat{x}(t) \quad (17)$$

onde $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o estado do preditor $\hat{\theta}(t) \in \mathbb{R}^n$ e é a estimativa do parâmetro θ , obtida por uma lei de adaptação com projeção.

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma Proj(\hat{\theta}(t), -\tilde{x}^T(t)Pbx(t)), \quad \hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_0 \in \Theta; \quad (18)$$

o erro de predição é definido como $\tilde{x}(t) \triangleq \hat{x}(t) - x(t)$, $\gamma \in \mathbb{R}^+$ é o ganho de adaptação, $P = P^T$ é a solução da equação de Lyapunov $A_m^T P + PA_m = -Q$ para $Q = Q^T > 0$ simétrica e arbitrária. A projeção é restrita ao conjunto Θ . O sinal de controle adaptativo é dado no domínio da frequência como

$$u_{ad}(s) = -C(s)(\hat{\eta}(s) - k_g r(s)) \quad (19)$$

onde $r(s)$ e $\hat{\eta}(s)$ são as transformadas de Laplace de $r(t)$ e $\hat{\eta}(t) = \hat{\theta}^T(t)x(t)$, respectivamente. O ganho de entrada $k_g \triangleq -1/(c^T A_m^{-1} b)$ é suposto conhecido e $C(s)$ é um filtro estável. Tais equações são ilustradas no diagrama de blocos da Fig. 3. É interessante notar

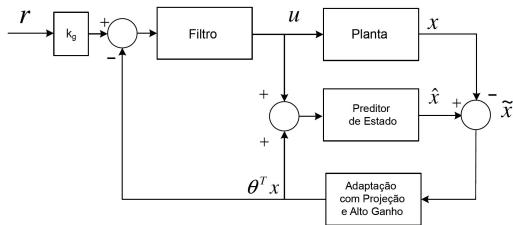


Figura 3: Arquitetura do L1-AC

que a arquitetura do L1-AC deve ser modificada para ser aplicada a sistemas diferentes. Por exemplo, se os estados não são disponíveis, o algoritmo mostrado não pode ser empregado. De maneira similar, se o ganho de entrada é desconhecido a arquitetura de controle deve ser redefinida. Além disso, desvantagens do L1-AC incluem a incapacidade de rastrear uma referência variante no tempo e a não obtenção de convergência paramétrica.

Em (Ortega and Panteley, 2014a) e (Ortega and Panteley, 2014b), mostra-se que o sinal de controle gerado pelo L1-AC é equivalente ao de um controlador PI de estado completo, sugerindo que a adaptação é desnecessária neste contexto.

Tal constatação pode ser ilustrada utilizando um filtro de primeira ordem para o L1-AC, embora também seja válido para filtros quaisquer, de acordo com (Ortega and Panteley, 2013). Note que a entrada filtrada pode ser escrita como

$$\dot{u} = -k(u - \hat{\theta}^T x) \quad (20)$$

o sinal de controle gerado por (20) coincide com a saída de um controlador PI LTI com perturbação

$$\dot{v} = kb^\dagger A_m x - \mu k \tilde{\theta}^T x \quad (21)$$

$$u = v - kb^\dagger x \quad (22)$$

onde b^\dagger é a pseudo-inversa de b , dada por $b^\dagger = (b^T b)^{-1} b^T$. A partir daí pode-se concluir que se o erro paramétrico converge para zero, o controle obtido converge para um controlador LTI que poderia ser obtido sem a necessidade de adaptação.

Cabe também notar que a análise do L1-AC não garante erro zero de rastreamento para sinais de referência variantes no tempo, como mostrado em (Hovakimyan and Cao, 2010). O mesmo se aplica ao erro paramétrico, tal que apenas o erro de predição é uniformemente limitado.

Note que este controlador requer medição de todos os estados e o conhecimento do ganho de entrada, o que é bastante restritivo na prática. Embora a teoria do L1-AC permita estender a ideia para contornar este tipo de problema, convém notar que isto é obtido mediante mudanças na arquitetura de controle.

O controlador proposto permite contornar estas dificuldades, uma vez que não requer conhecimento do ganho de entrada, permite rastrear com erro residual um sinal de referência variante no tempo e utiliza rea-

limentação de saída. Tais resultados são obtidos sem a necessidade de modificar o esquema de controle.

6 Combinação do SSC com o BMRAC

A ideia central deste trabalho é discutir um controlador que utiliza a arquitetura do SSC e a adaptação do BMRAC. Para tal, o relé do SSC é substituído por uma lei de adaptação com projeção utilizando realimentação de saída e a parametrização convencional do MRAC. Este esquema é visto na Fig. 4.

Considera-se as equações do erro do MRAC (5)-(6). Assim como o SSC, o eBMRAC emprega um sinal de controle filtrado

$$u = C(s)[u_0]; \quad u_0 = \theta^T \omega \quad (23)$$

onde θ é um parâmetro adaptativo. Por simplicidade, o ganho de alta frequência, K_p é assumido conhecido. O caso onde apenas $\text{sign}(K_p)$ é conhecido pode ser tratado utilizando um desenvolvimento similar a (Hsu, 1997).

$$\hat{e}_0 = k^* M(s)[u - u_0], \quad \varepsilon_0 = e_0 - \hat{e}_0 \quad (24)$$

A lei de adaptação com projeção é

$$\dot{\theta}(t) = -\sigma \theta - \gamma \varepsilon_0 \omega \quad (25)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0, & \text{se } \|\theta\| < M_\theta \text{ ou } \sigma_{eq} < 0 \\ \sigma_{eq}, & \text{se } \|\theta\| \geq M_\theta \text{ e } \sigma_{eq} \geq 0 \end{cases} \quad (26)$$

$$\sigma_{eq} = \frac{-\gamma \varepsilon_0 \theta^T \omega}{\|\theta\|^2} \quad (27)$$

As equações do eBMRAC são $e = y_p - y_m$, Eq. (23)–(27) com ω definido na seção 2. O diagrama de blocos pode ser visto na Fig. 4. A dinâmica do erro

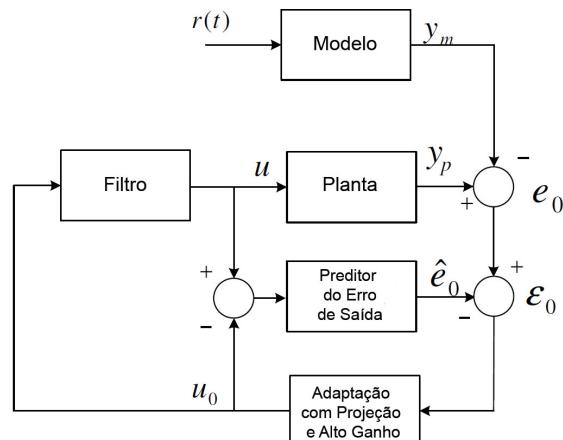


Figura 4: Diagrama de blocos do eBMRAC

predito \hat{e}_0 pode ser escrita como

$$\dot{x}_e = A_c \hat{x}_e + k^* b_c [u - u_0], \quad \hat{e}_0 = h_c^T \hat{x}_e, \quad (28)$$

o que permite obter a dinâmica do estado para o erro de predição

$$\dot{x}_\varepsilon = A_c x_\varepsilon + k^* b_c [u_0 - u^*], \quad \varepsilon_0 = h_c^T x_\varepsilon, \quad (29)$$

$$\varepsilon_0 = k^* M(s)[u_0 - u^*]; \quad (30)$$

Note que o erro de predição não depende da entrada filtrada

As seguintes propriedades são obtidas pelo uso da lei de adaptação com projeção:

Teorema 1 Considere o sistema do erro descrito por (5)–(6) e os erros auxiliares (24),(29). O sinal de controle é dado por (7) com lei de adaptação (25)–(27). Assume-se que as hipóteses (A1)–(A4) são válidas, $\|\theta(0)\| \leq M_\theta$ e K_p é conhecido. Se τ é suficientemente pequeno, tem-se

- i) $\|\theta\| \leq M_\theta, \forall t \geq 0;$
 - ii) $\|x_\varepsilon(t)\|^2 \leq c_1 e^{-\lambda_1 t} \|x_\varepsilon(0)\|^2 + \mathcal{O}(\gamma^{-1}), \forall t \geq 0$
para constantes positivas c_1 and λ_1 ;
 - iii) *O erro de predição ε_0 tende assintoticamente a zero;*
 - iv) *e_0 tende exponencialmente a um resíduo de ordem τ .*

O caso mais geral, quando apenas $sign(K_p)$ é conhecido e há presença de dinâmicas não modeladas (incluindo atrasos), pode ser considerado seguindo o desenvolvimento apresentado em (Hsu, 1997).

7 Resultados de Simulação

7.1 Exemplo 1

A fim de comparar o controlador proposto com o L1-AC, utiliza-se inicialmente uma planta simples de primeira ordem. Considera-se a seguinte planta, preditor de estado e filtro:

$$\dot{x} = 3x + u + \theta x; \quad \dot{\hat{x}} = -2\hat{x} + u; \quad C(s) = \frac{c}{s + c}$$

Deseja-se seguir uma referência senoidal, dada por $r(t) = 10 \sin(0.5t)$. Utiliza-se alto ganho, conforme sugerido em (Hovakimyan and Cao, 2010). Neste caso, $\Gamma = 10^4$ e $c = 160$. Assume-se que parâmetro desconhecido pertence ao conjunto $\theta = [-10, 10]$. Para $\theta = -5$ o resultado é visto na Fig. 5. Note que a saída não segue a referência. A mesma planta, modelo de referência e filtro são usados para o eBMRAC, isto é

$$G(s) = \frac{1}{s - 3 - \theta}; \quad M(s) = \frac{1}{s + 1}; \quad F_{av} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Parâmetros de projeto são escolhidos como $\gamma = 10$; $M_\theta = 10$ e $\tau = 0.02$. O resultado é mostrado na Fig. 6 e pode-se notar um bom desempenho de rastreamento.

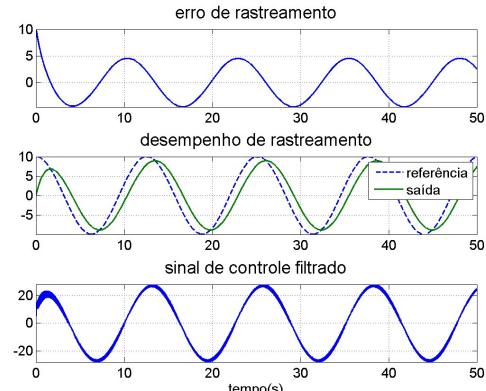


Figura 5: desempenho do L1-AC para o Exemplo 1

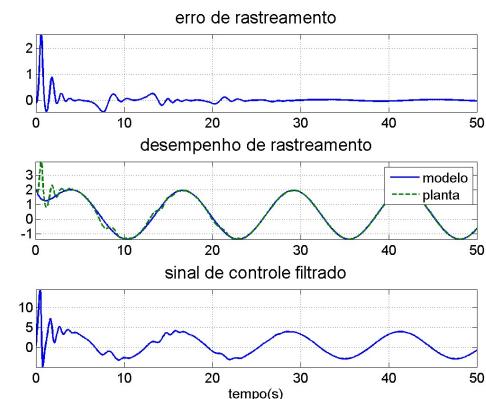


Figura 6: desempenho do eBMRAC para o Exemplo 1

7.2 Exemplo 2

7.2.1 L1-AC:

Considera-se agora o sistema de segunda ordem apresentado em (Cao and Hovakimyan, 2006a; Cao and Hovakimyan, 2006b), incluindo o parâmetro desconhecido θ da Eq. (14), isto é:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1.4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \quad y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

O sinal de referência é $r(t) = 100\cos(0.2t)$ e o filtro escolhido é $C(s) = 160/(s + 160)$. O ganho de adaptação é $\Gamma = 10^4$ e assume-se que θ pertence ao conjunto $\theta_i = [-10, 10]$, $i = 1, 2$.

Note que a função de transferência desta planta tem grau relativo $n^* = 2$. Porém, tratando-se de realimentação de saída, é possível obter uma saída de grau relativo $n^* = 1$. Os resultados da Fig. 7 reproduzem os resultados de (Cao and Hovakimyan, 2006b), onde é possível notar um mau desempenho de rastreamento e comportamento oscilatório nos parâmetros.

As limitações do L1-AC ficam mais evidentes em dois outros casos: i) aumentando-se a frequência, o desempenho é bastante deteriorado, conforme visto na Fig. 8 quando o sinal é $r(t) = 100\cos(t)$; e ii) se o ganho de entrada é desconhecido. Neste caso, a arquitetura do L1-AC deve ser modificada, o que torna o algoritmo mais restritivo. A Fig. 8 mostra que o L1-AC sequer segue um degrau unitário nesta condição.

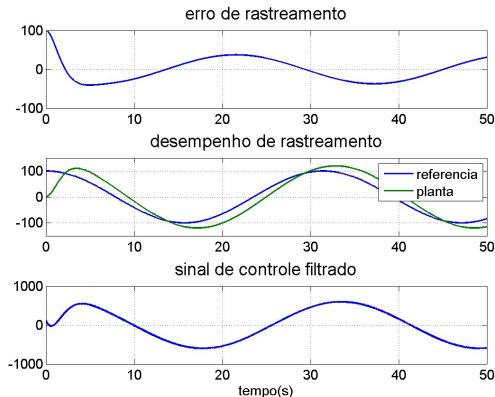


Figura 7: L1-AC: Exemplo 2 com $r(t) = 100\cos(0.2t)$

7.2.2 eBMRAC:

A mesma planta da Eq. (33) é utilizada assumindo que há conhecimento prévio suficiente dos estados do sistema para a obtenção de uma saída de grau relativo $n^* = 1$. Considerando que ambos estados são mensuráveis, uma saída de grau relativo unitário é obtida combinando os estados de maneira que a saída é $\bar{y}_p = Pb_p x_p$.

Cabe salientar que este procedimento é adotado apenas para fins de comparação, uma vez que o L1-AC utiliza realimentação de estado. Embora a versão mais geral do eBMRAC permite tratar sistemas

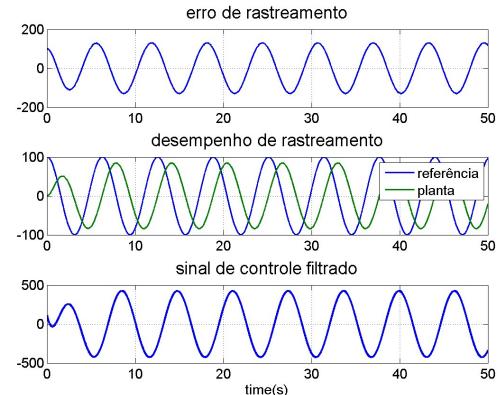


Figura 8: L1-AC: Exemplo 2 com $r(t) = 100\cos(t)$

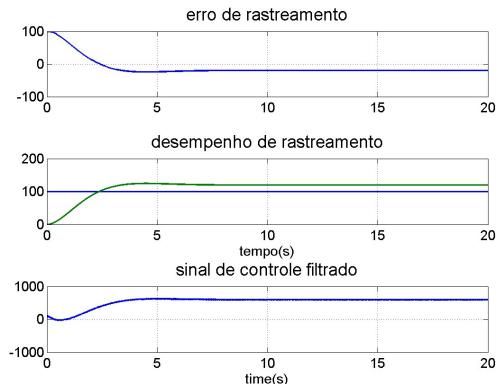


Figura 9: Resposta ao degrau do L1-AC quando o ganho de entrada é desconhecido no Exemplo 2

de grau relativo superior, este trabalho trata de sistemas com grau relativo unitário a fim de prover uma comparação mais simples e ilustrativa com o L1-AC.

O filtro é projetado com $\tau = 0.02$, e os filtros de entrada-saída são $\Lambda(s) = 1/(s + 1)$. Os parâmetros da adaptação com projeção são $\gamma = 10$ e $M_\theta = 10$.

Conforme se vê nas Figs. 10, um bom desempenho de rastreamento é obtido com erro residual. Quando a frequência é aumentada, o resultado é similar, visto na Fig. 11. Erro de rastreamento nulo é obtido também quando k_p é desconhecido. Quando $k^{nom} = 1.2$, o resultado é visto na Fig. 12. Note que não é necessária a utilização de ganhos excessivamente altos e que o erro pode ser reduzido diminuindo-se τ .

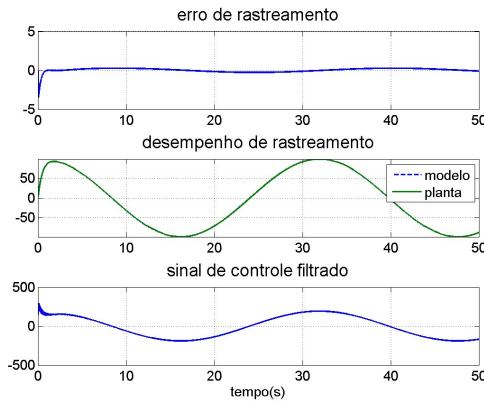


Figura 10: eBMRAC: Exemplo 2 com $r(t) = 100\cos(0.2t)$

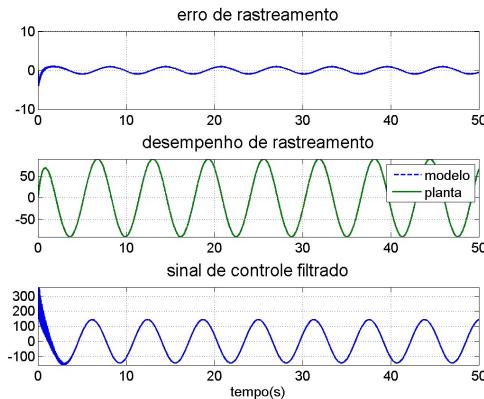


Figura 11: eBMRAC: Exemplo 2 com $r(t) = 100\cos(t)$

Cabe frisar que o eBMRAC mantém a característica de robustez do SSC a dinâmicas não modeladas, como atrasos e dinâmicas de fase não-mínima.

8 Conclusão

Este trabalho apresenta a combinação de duas estratégias de controle, o Smooth Sliding Control e o

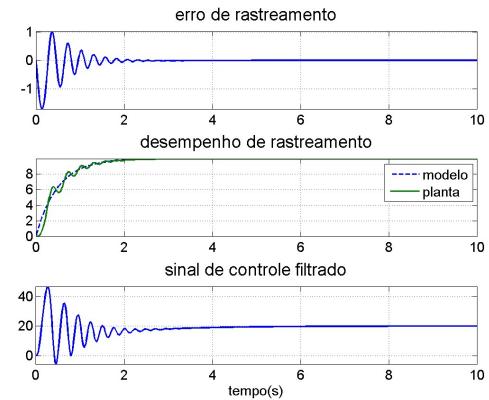


Figura 12: resposta ao degrau do eBMRAC quando K_p é desconhecido no Exemplo 2

MRAC Binário. O resultado é um controlador adaptativo capaz de contornar as limitações fundamentais do L1-AC, como o uso de ganho de adaptação excessivamente alto e o mau desempenho de rastreamento. Ainda, ao contrário do L1-AC, o novo controlador é simples e sua arquitetura não precisa ser modificada para aplicação em problemas de diferentes complexidades.

9 Prova do Teorema 1

Prova: A propriedade (i) é obtida considerando a seguinte candidata a função de Lyapunov: $2V_\theta = \theta^T \theta$. A derivada é:

$$\dot{V} = (\sigma_{eq} - \sigma) \|\theta\|^2 = (\sigma_{eq} - \sigma)V/2 \quad (34)$$

de (9) tem-se que $(\sigma_{eq} - \sigma) \leq 0$ para $\|\theta\| \geq M_\theta$, tal que $\|\theta\| \leq M_\theta$ é positivamente invariante e $\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$ é uniformemente limitado.

A propriedade (ii) é obtida através da seguinte candidata a função de Lyapunov: $V = x_\varepsilon^T P x_\varepsilon + \frac{1}{\gamma} \theta^T \tilde{\theta}$. A derivada é:

$$\dot{V} = -x_\varepsilon^T Q x_\varepsilon - \frac{2\sigma}{\gamma} \tilde{\theta}^T \theta \quad (35)$$

Uma vez que $\|\theta\|$ é uniformemente limitada $V \leq x_\varepsilon^T P x_\varepsilon + \mathcal{O}(\gamma^{-1})$. A partir do qual é possível estabelecer que $\dot{V} \leq -\lambda_1 [V - \mathcal{O}(\gamma^{-1})]$ onde $\lambda_1 = \lambda_{min}(Q) \lambda_{max}(P)$, com $\lambda_{min}(Q)$ e $\lambda_{max}(P)$ sendo os autovalores mínimo e máximo de Q e P , respectivamente. A prova de (ii) é então estabelecida através de um lema de comparação.

Seguindo os mesmos argumentos de (Ioannou and Sun, 1996)(pp. 205), conclui-se que $\varepsilon_0 \rightarrow 0$. Assim, visto que $\varepsilon_0 = k^* M(s)[u_0 - u^*]$, é possível estabelecer que $u_0 \rightarrow u^*$. Consequentemente, para o erro de rastreamento: $e_0 = k^* M(s) \left[\frac{u^*}{\tau s + 1} - u^* \right]$. O que equivale a $e_0 = k^* M(s) \left[\frac{-\tau s}{\tau s + 1} \right] u^*$. Seguindo passos similares aos da prova do Teorema 2 em (Hsu, 1997), pode-se mostrar que w é limitado e assim u^* também é limitado. Como $M(s)$ é de fase mínima, segue-se que $\left\| k^* M \frac{-\tau s}{\tau s + 1} \right\| \leq \tau K_1$. assim $\|e_0\| \leq \tau K + c_2 e^{-\lambda_2 t}$ para constantes positivas c_2 and λ_2

Referências

- Boskovic, J. and Mehra, R. K. (2013). Performance analysis of a simple L_1 adaptive controller, *2013 American Control Conference*.
- Cao, C. and Hovakimyan, N. (2006a). Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, part i: Control signal and asymptotic stability, *2006 American Control Conference*, Minneapolis, pp. 3403–3408.
- Cao, C. and Hovakimyan, N. (2006b). Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, part ii: Guaranteed transient performance, *2006 American Control Conference*, Minneapolis, pp. 3403–3408.
- Hovakimyan, N. and Cao, C. (2010). *L_1 Adaptive Control Theory: Guaranteed Robustness with Fast Adaptation*, Philadelphia, PA: SIAM.
- Hovakimyan, N., Cao, C., Kharisov, E., Xargay, E. and Gregory, I. (2011). L_1 adaptive control for safety-critical systems, *IEEE Control Systems Magazine* **31**(5): 54–104.
- Hsu, L. (1997). Smooth sliding control of uncertain systems based on a prediction error, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **7**: 353–372.
- Hsu, L. and Costa, R. R. (1994). B-MRAC: Global exponential stability with a new model reference adaptive controller based on binary control theory, *C-TAT - Control-Theory and Advance Technology* **10**(04): 649–668. Special Issue on Sliding Mode Control (invited paper).
- Ioannou, P. and Sun, K. (1996). *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall PTR.
- Ortega, R. and Panteley, E. (2013). Adaptation is unnecessary in \mathcal{L}_1 "adaptive" control, *Internal LSS report*.
- Ortega, R. and Panteley, E. (2014a). Comments on \mathcal{L}_1 adaptive control: Stabilization mechanism, existing conditions for stability and performance limitations, *International Journal of Control* **87**(3): 581–588.
- Ortega, R. and Panteley, E. V. (2014b). L_1 -“adaptive”control is a linear pi control, *2014 IFAC World Congress*, Cape Town.