

1 Mecanismos de perda de energia

1.1 Perda adiabática

Considerando um universo em expansão, quaisquer dois pontos no espaço ficam cada vez mais distantes com o passar do tempo. Usando a relação de De Broglie para o momento de uma partícula $p = \frac{h}{\lambda}$, o comprimento de onda característico aumenta com a expansão do universo, levando a uma diminuição no momento. Uma partícula, sujeita a um *redshift*, diferente do que será visto para interações com fótons de fundo, perde energia de forma independente da sua energia atual. Seguindo [4] a relação entre a energia E de uma partícula e z é

$$E(z) = \frac{E}{1+z}, \quad (1)$$

tomando a derivada temporal e considerando a relação $z(t) = a_0/a(t) - 1$ é possível obter a expressão para a taxa de variação de energia para perdas adiabáticas, onde $a(t)$ é o fator de escala pelo qual o universo está se expandindo.

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = H(z) = H_0 \sqrt{\omega_M(1+z)^3 + \omega_\Lambda} \quad (2)$$

Para propagação em distâncias próximas [3] mostra que o modelo de Einstein-de Sitter de um universo plano é uma boa aproximação quando comparado a valores observacionais das constantes cosmológicas de matéria e de energia escura. Então as próximas seções consideram $\omega_\Lambda = 0$ e $\omega_m = 1$. A conexão do tempo com *redshift* z para este modelo segue a equação (3) e é utilizada diretamente na propagação dos prótons.

$$t = \frac{2}{3} H_0^{-1} (1+z)^{-3/2}. \quad (3)$$

1.2 Interações com fótons de fundo

1.2.1 Produção de pares

A pesar do decaimento de píons neutros produzirem raios gama, a principal fonte de radiação de altas energias difusa durante a propagação de raios cósmicos são as cascatas eletromagnéticas, iniciadas pela produção de pares entre uma partícula interagindo com a radiação cósmica de fundo. Essas reações são traduzidas em $p + \gamma \rightarrow p + e^+ + e^-$ para a primeira interação e $e^- \rightarrow \gamma + e^-$, $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ para a cascata. Frequentemente esse mecanismo é descrito como em [4], a partir da derivação da energia

$$-\frac{dE}{dt} = \alpha r_0^2 Z^2 (m_e c^2)^2 \int_2^\infty d\xi n \left(\frac{\xi m_e c^2}{2\gamma} \right) \frac{\phi(\xi)}{\xi^2} \quad (4)$$

onde $\phi(\xi)$ vem da integração da função adimensional $A(k, E_-)$, dependente da energia do fóton de fundo e da energia do elétron gerado na interação. Essa integração é feita a partir da seção de choque como exposto em [2].

Com isso definimos a taxa normalizada pela energia $\beta_{pair}(E) = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}$, para a foto-produção de pares. Dada uma partícula se propagando pelo universo, preenchido pela

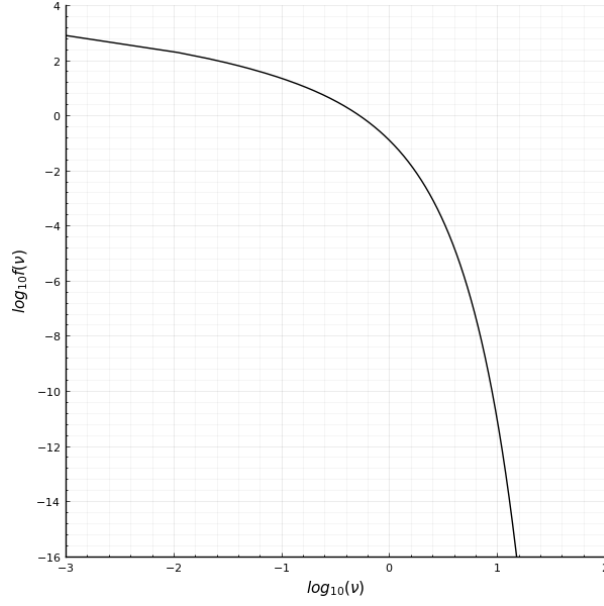


Figura 1: Função $f(\nu)$ utilizada em (6) para resolver a produção de pares.

radiação cósmica de fundo, isotrópica, seguindo o espectro de um corpo negro para temperatura de 2.7 K, pela lei de Planck a densidade é

$$n(\epsilon) = \frac{8\pi}{(hc)^3} \frac{\epsilon^2}{\exp[\frac{\epsilon}{k_b T}] - 1}. \quad (5)$$

Ou seja, a taxa de variação de energia para esse contexto se torna

$$\beta(E) = \frac{\alpha r_0^2 Z^2 (m_e c^2 K T)^2}{\pi^2 \hbar^3 c^2} \frac{1}{E} f(\nu) \quad (6)$$

onde f é a função da variável adimensional $\nu = mc^2/2\gamma kT$

$$f(\nu) = \nu^2 \int_2^\infty d\xi \frac{\phi(\xi)}{\exp[\nu\xi] - 1}. \quad (7)$$

Ambas funções foram resolvidas utilizando a quadratura de Gauss–Kronrod.

1.2.2 Produção de píons

1.3 Dependência com *redshift*

Conforme z aumenta, a temperatura do universo cresce de forma $T = T(z=0)(1+z)$, isso implica uma dependência da densidade $(1+z)^3$ e da energia $(1+z)$ dos fótons com o *redshift*. Assim, a taxa de variação das interações (6) com fótons se torna

$$\beta_{total}(E, z) = \beta_{\pi^+\pi^0}(E(1+z))(1+z)^3 + \beta_{e^+e^-}(E(1+z))(1+z)^3 + \beta_{rsh}(1+z)^{-3/2}. \quad (8)$$

Para o fluxo universal calculado nas seções seguintes, além da taxa de variação é essencial o termo da derivada db_0/dE , onde $b_0 = b(E, z=0) = -\frac{dE}{dt}$, levando em conta os

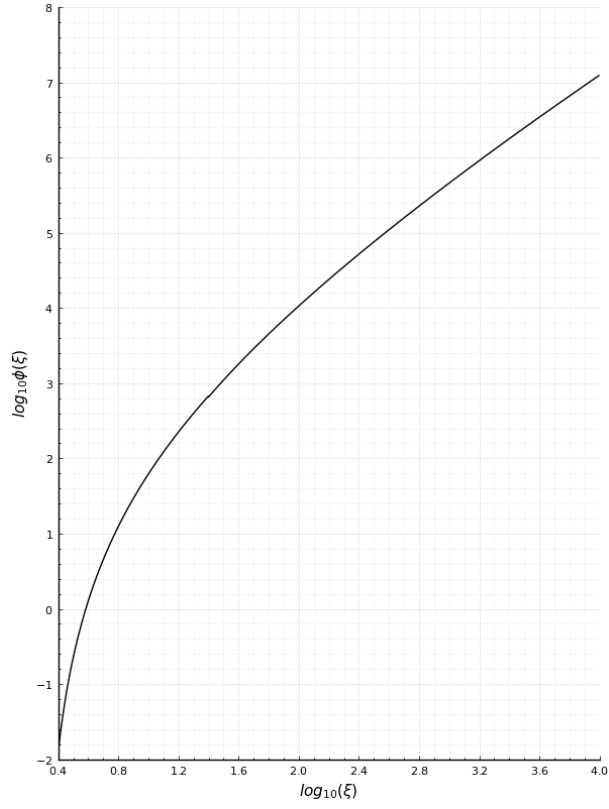


Figura 2: Curva $\phi(\xi)$ utilizada em (7) para resolver a produção de pares.

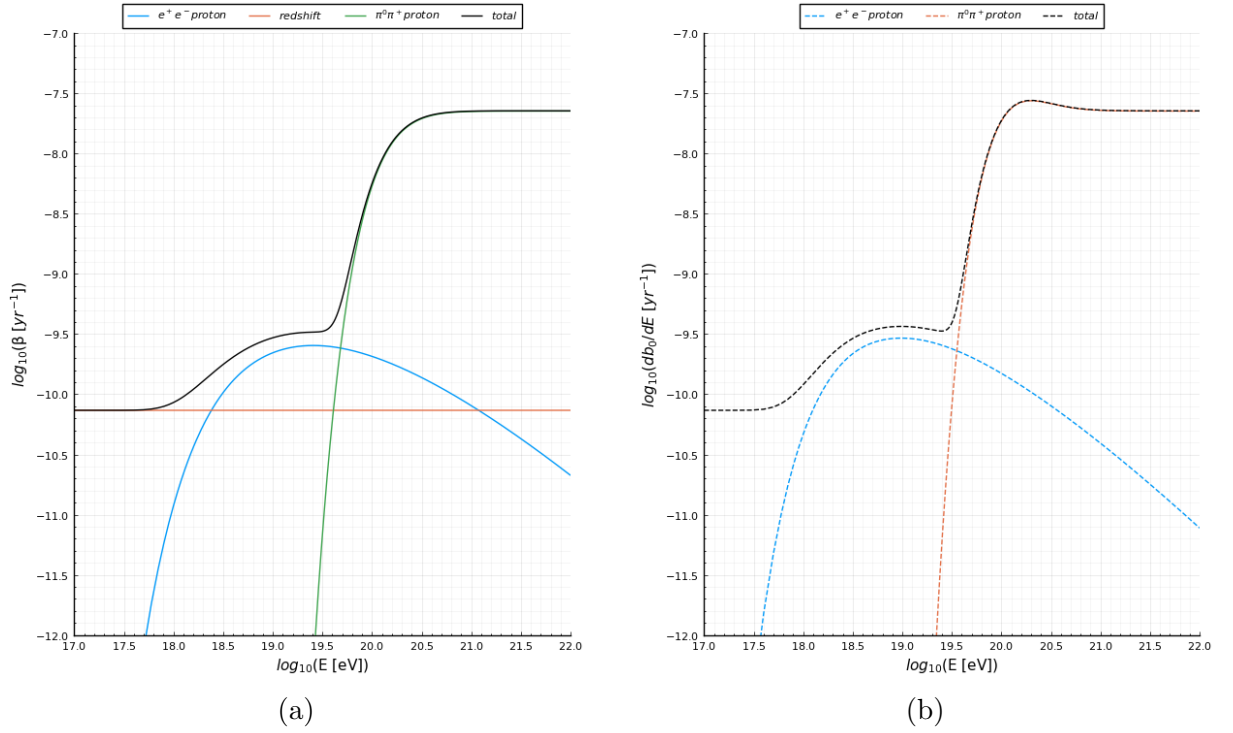


Figura 3: A taxa de variação normalizada para $z = 0$ (3a) e a derivada da taxa de variação para as interações com $t = t_0$ (3b).

mecanismos de perda de energia das partículas para a distribuição de fótons na presente época $t = t_0$. A figura 3 contém os resultados obtidos.

2 Propagação de prótons

Supondo que uma partícula é detectada na Terra com energia E na presente época, para calcular o fluxo de prótons será necessário mapear qual é a chamada energia de geração $E_g(z)$ que a partícula escapou da fonte na época equivalente a um *redshift* z . A medida que a partícula se propaga, sua energia respeita a equação:

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \beta(E, z(t)), \quad (9)$$

onde $\beta(E, z)$ é a soma da taxa de variação para todos os mecanismos de perda de energia considerados (8). A partir disso,

$$-\frac{d}{dz} \frac{dE}{dt} = \frac{dt}{dz} \frac{d\beta(E, z(t))}{dt}, \quad (10)$$

integrando para t_0 até t_g obtemos

$$-\frac{d}{dz} \int_{t_g}^{t_0} dt' \frac{dE}{dt'} = \frac{dt}{dz} \int_{t_g}^{t_0} dt' \frac{d\beta(E, z(t'))}{dt'}, \quad (11)$$

cuja a equação diferencial correspondente, considerando que $z(t_g) = z$ e $z(t_0) = 0$ é

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dz} = \frac{dt}{dz} \beta(E, z). \quad (12)$$

O termo $\frac{dt}{dz}$ em (12) é o fator métrico e para o modelo de universo plano de Einstein de-Sitter, é calculado diretamente a partir de (3)

$$\frac{dt}{dz} = \frac{2}{3} H_0^{-1} (1+z)^{-5/2} \quad (13)$$

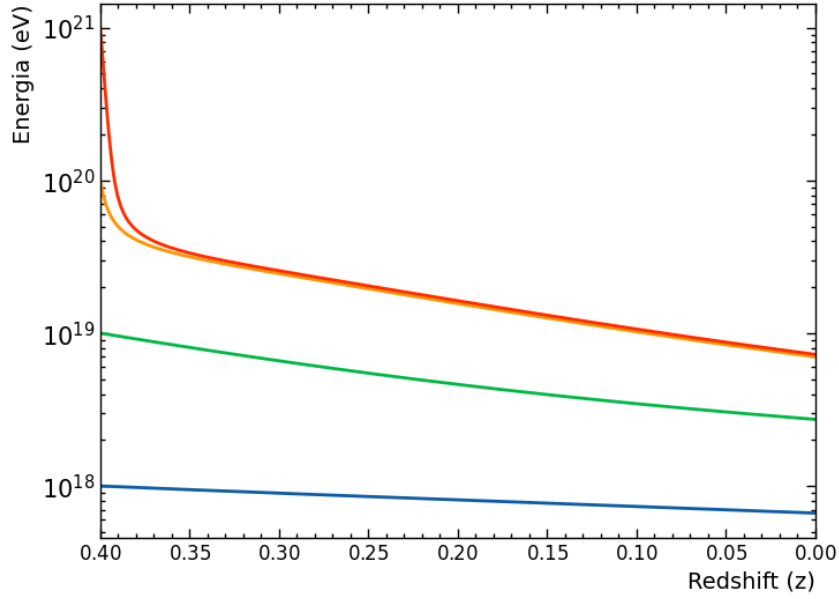


Figura 4: Propagação de prótons para um tempo equivalente a $z = 0.4$.

O caráter exponencial para energias maiores que $10^{19.5}$ eV mostram a eficiência da produção de píons em altíssimas energias.

2.1 Espectro universal

O conhecimento do campo magnético intergalático ainda é muito pobre. Técnicas de medição baseadas em rotação de Faraday de emissão em rádio são utilizadas para impor limites e tentar descrevê-los. Um dos objetivos deste trabalho é calcular o fluxo de prótons esperado na Terra e investigar efeitos no espectro diferencial, esta seção será para demonstrar, utilizando de alicerce o *teorema da propagação*, que o fluxo dito *universal* não depende da forma que as partículas são propagadas. Seguindo os cálculos de [1]

$$J(E) = \gamma(\gamma - 1)L_p \frac{H_0^2}{16\pi c^2} E^{-(\gamma+1)} \frac{\lambda(E, z_g)^{-(\gamma+1)}}{(\sqrt{1+z_g}-1)^2} \frac{dE_g}{dE} \quad (14)$$

Ou seja, o fluxo injetado pelas fontes é modificado por efeitos de propagação pelo fator de modificação

$$\eta(E, z_g) = \frac{\lambda(E, z_g)^{-(\gamma+1)}}{(\sqrt{1+z_g}-1)^2} \frac{dE_g}{dE} \quad (15)$$

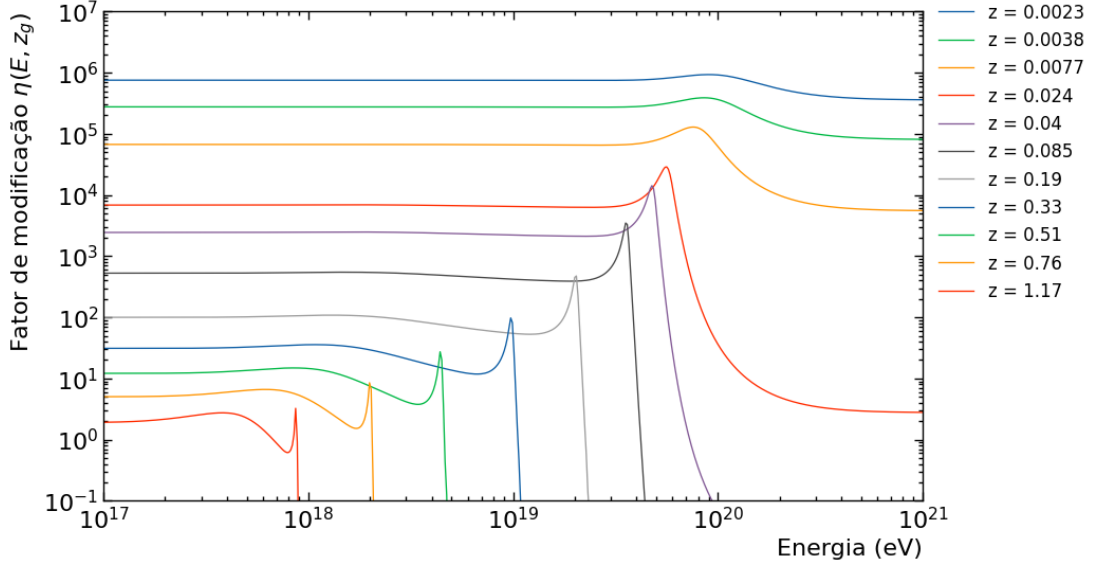


Figura 5: Fator de modificação para fontes de diferentes distâncias.

A partir do fator de modificação, considerando a forma geral do fluxo universal, é possível calcular o fluxo de prótons detectado na Terra, normalizando (14) para $E = 1 \times 10^{17}$ eV o fluxo se torna

$$J(E) = \left(\frac{E}{10^{17} \text{eV}} \right)^{-(\gamma+1)} \frac{\eta(E, z_g)}{\eta(10^{17} \text{eV}, z_g)}. \quad (16)$$

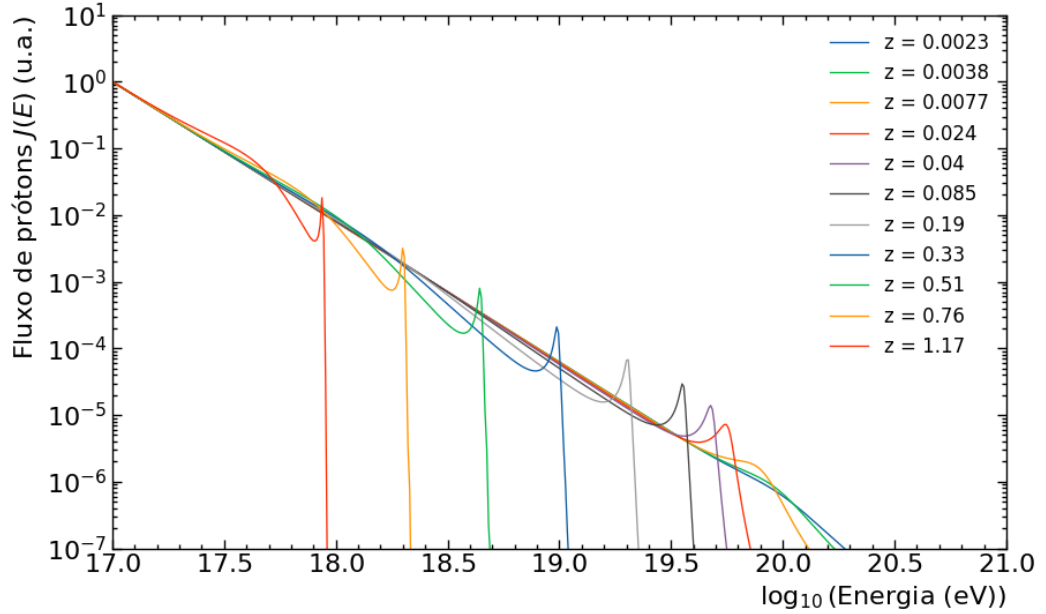


Figura 6: Fluxo de próton para fontes astrofísicas.

2.2 Várias fontes

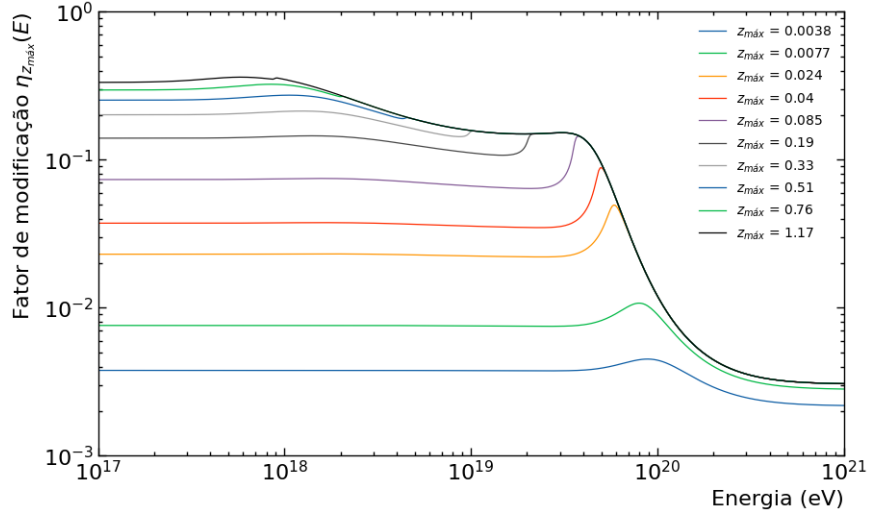


Figura 7: Fator de modificação para o modelo de muitas fontes.

Referências

- [1] V. S. Berezinsky and S. I. Grigor'eva. A Bump in the ultrahigh-energy cosmic ray spectrum. *Astron. Astrophys.*, 199:1–12, 1988.
- [2] George R. Blumenthal. Energy loss of high-energy cosmic rays in pair-producing collisions with ambient photons. *Physical Review D*, 1(6):1596–1602, 1970.
- [3] Cainã de Oliveira. Fontes locais de raios cósmicos ultra energéticos. 2018.
- [4] Ingvid Lundanes. *The propagation and energy losses of ultra high energy cosmic rays*. PhD thesis, Institutt for fysikk, 2011.