

# CK0048 - Métodos Numéricos II

## Trabalho 17 - Runge-Kutta de Terceira Ordem

Gabriel Freire do Vale - 418788

Pedro Ernesto de Oliveira Primo - 418465

24 de setembro de 2020

### 1 Modificando PVI-2

Usando os valores  $t_0 = 0s, v_0 = 5m/s, y_0 = 200m, k = 0.25kg/s, m = 2kg$ , temos que a fórmula para a solução exata de PVI-2 é:

$$v(t) = -g \cdot \frac{k}{m} + \left( v_0 + g \cdot \frac{k}{m} \right) \cdot e^{-\left(\frac{k}{m}\right) \cdot \Delta t} = -10 \cdot \frac{0.25}{2} + \left( 5 + 10 \cdot \frac{0.25}{2} \right) \cdot e^{-\left(\frac{0.25}{2}\right) \cdot \Delta t}$$

e

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0 - g \cdot \frac{k}{m} \cdot \Delta t - \left( v_0 + g \cdot \frac{k}{m} \right) \cdot \frac{k}{m} \cdot \left( e^{-\left(\frac{k}{m}\right) \cdot \Delta t} - 1 \right) \\ &= 200 - 10 \cdot \frac{0.25}{2} \cdot \Delta t - \left( 5 + 10 \cdot \frac{0.25}{2} \right) \cdot \frac{0.25}{2} \cdot \left( e^{-\left(\frac{0.25}{2}\right) \cdot \Delta t} - 1 \right) \end{aligned}$$

### 2 Valores aproximados da solução exata $y(5) = 116.022229$ e $v(5) = -34.502779$ para $t = 5s$

| $\Delta t$ | $Y_{aprox}$ | $Y_{erro\_relativo}$ | $V_{aprox}$ | $V_{erro\_relativo}$ |
|------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|
| 0.1        | 116.022247  | -1.6116E-05%         | -34.502781  | -6.7744E-06%         |
| 0.01       | 116.022229* | -1.5972E-08%         | -34.502779* | -6.7136E-09%         |
| 0.001      | 116.022229* | -1.6633E-11%         | -34.502779* | -6.7341E-12%         |
| 0.0001     | 116.022229* | -2.5966E-12%         | -34.502779* | -2.0593E-14%         |

\* O programa arredonda para 6 dígitos decimais

### 3 Valores máximos e no instante do impacto

| $\Delta t$ | $Y_{max}$  | $T_{max}$ | $T_{total}$ | $V_{impacto}$ |
|------------|------------|-----------|-------------|---------------|
| 0.1        | 201.134433 | 0.6000    | 7.8000      | -47.938653    |
| 0.01       | 201.200117 | 0.4900    | 7.7900      | -47.898548    |
| 0.001      | 201.200237 | 0.4860    | 7.7900      | -47.898548    |
| 0.0001     | 201.200242 | 0.4851    | 7.7898      | -47.897746    |