↳ feed back linearization

- Orientação

$$\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi} I_1 - \frac{L}{I_x} U_2 \\ \dot{\phi}\dot{\psi} I_2 - \frac{L}{I_y} U_3 \\ \dot{\phi}\dot{\theta} I_3 + \frac{1}{I_z} U_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

↳ Se faz necessario encontrar uma entrada do sistema que:

$$U_2 = f_2(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) + V_2$$
$$U_3 = f_3(\dot{\theta}, \dot{\phi}, \dot{\psi}) + V_3$$
$$U_4 = f_4(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) + V_4$$

Novas entradas do sistema

- Por meio das equações (1) temos que:

$$\dot{\theta}\dot{\psi} I_1 + \frac{L}{I_x} f_2(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) = K_2 \dot{\phi}$$

linear após a transformação

⋮ equivalente para as demais orientações

↓ Isolando f_2, f_3, f_4

$$f_2 = \frac{I_x}{L}(K_2 \dot{\phi} - \dot{\theta}\dot{\psi} I_1)$$
$$f_3 = \frac{I_y}{L}(K_3 \dot{\theta} - \dot{\phi}\dot{\psi} I_2)$$
$$f_4 = I_z (K_4 \dot{\psi} - \dot{\phi}\dot{\theta} I_3)$$

↳ Com isso a equação (1) se torna linear e desacoplada:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 \dot{\phi} - \frac{L}{I_x} V_2 \\ K_3 \dot{\theta} - \frac{L}{I_y} V_3 \\ K_4 \dot{\psi} - \frac{1}{I_z} V_4 \end{bmatrix}$$

CamScanner

- Controlador de orientação:
  - A fim de controlar a orientação:

$$V_3 = W_3 (\theta_d - \theta)$$

↳ Ainda temos que

$$\ddot{\theta} = K_3 \dot{\theta} + \frac{L}{I_x} V_3$$

$$\ddot{\theta} = K_3 \dot{\theta} + \frac{L}{I_x} W_3 (\theta_d - \theta)$$

↳ Para Laplace:

$$s^2 \theta = K_3 s \theta + \frac{L}{I_x} W_3 \theta_d - \frac{L}{I_x} W_3 \theta$$

$$\theta \left[s^2 + K_3 s + \frac{L}{I_x} W_3 \right] = \frac{L}{I_x} W_3 \theta_d$$

$$\frac{\theta}{\theta_d} = \frac{\frac{L}{I_x} W_3}{s^2 - K_3 s + \frac{L}{I_x} W_3} = \frac{W_3}{\frac{I_x}{L} s^2 - \frac{I_x K_3}{L} s + W_3}$$

↳ Posição

$$\ddot{x} = -(\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi))\frac{U_1}{m}$$

$$\ddot{y} = -(\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi))\frac{U_1}{m}$$

$$\ddot{z} = g - (\cos(\phi)\cos(\theta))\frac{U_1}{m}$$

↳ Considerando

$$U_1' = \ddot{x} = f_1(\phi, \theta, \psi, U_1);$$

$$U_2' = \ddot{y} = f_2(\phi, \theta, \psi, U_1); \qquad (2)$$

$$U_3' = \ddot{z} = f_3(\phi, \theta, \psi, U_1);$$

↳ Tratando U_1', U_2' e U_3' como as saídas do controlador temos que:

$$U_1' = K_1(x_d - x)$$

$$U_2' = K_2(y_d - y)$$

$$U_3' = K_3(z_d - z)$$

- É possível determinar ϕ, θ, ψ e U_1 por meio da saída do controlador de altitude; considerando $\psi = 0$ para simplificar e $\alpha = \sin(\phi)$ e $\beta = \sin(\theta)$ temos que:

$$U_1' = \mp\sqrt{1-\alpha^2}\cdot\beta\left[\frac{U_1}{m}\right] \quad ; \quad U_2' = \alpha\frac{U_1}{m}$$

$$U_3' = g - (\mp\sqrt{1-\alpha^2}\cdot\pm\sqrt{1-\beta^2}\cdot\left[\frac{U_1}{m}\right]$$

- Com isso é possível resolver da seguinte forma:

$$\beta = \pm \left[\left(\frac{g - U_0'}{U_1'} \right)^2 + 1 \right]^{-1/2}$$

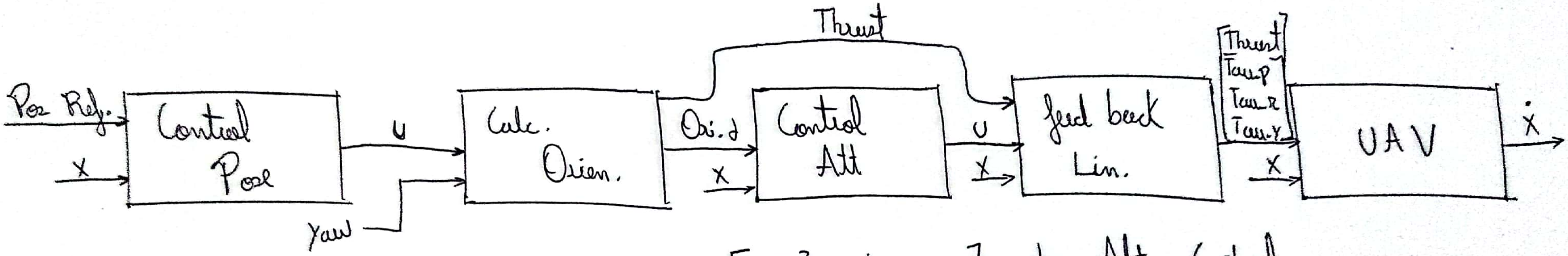
$$U_1 = \pm\, m \sqrt{\frac{U_1'^2}{\beta^2} + U_2'^2}$$ → Considerar sempre positivo

$$\alpha = \frac{U_2'}{U_1} \cdot m$$

→ Com isso:

$$\arcsin(\beta) = \theta d$$ → Para o controlador de attitude

$$\arcsin(\alpha) = \phi d$$ → Para o controlador do attitude



• Att. Control

↳ Temos que para ϕ:

$$\ddot{\phi} = K_2 \dot{\phi} + \frac{L}{I_x} V_2$$

$$V_2 = w_2(\phi_2 - \phi)$$

$$\ddot{\phi} = K_2 \dot{\phi} + \frac{L}{I_x} w_2(\phi_2 - \phi)$$

↳ Laplace:

$$s^2 \phi = K_2 s \phi + \frac{L}{I_x}(\phi_2 - \phi)$$

$$\frac{\phi}{\phi_2} = \frac{w_2}{\frac{I_x}{L} s^2 - \frac{I_x K_2}{L} s + w_2}$$

$$s_{1,2} = \frac{K_2}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{K_2^2}{4} - \frac{L}{I_x} \cdot w_2\right]}$$

negativo para convergencia

$$s_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{1^2 - 4 . K_2}}{2}$$

$$s_{1,2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - K_2}$$

$b > 0$

para convergência

• Alt. Control

↳ Temos que para x:

• No artigo:

Laplace

$$\ddot{x} = K_2(x_2 - x)$$

$$s^2 x = K_2(x_2 - x)$$

$$\frac{x}{x_2} = \frac{K_2}{s^2 + K_2}$$

$$s^2 + K_2 = 0$$

$$s^2 = -K_2$$

$$s = \pm K_2 i$$

sistema oscila.

↳ Correção:

$$\ddot{x} = K_2(x_2 - x) - \dot{x}$$

$$s^2 x = K_2 x_2 - K_2 x - s x$$

$$s^2 x + K_2 x + s x = K_2 x_2$$

$$\frac{x}{x_2} = \frac{K_2}{s^2 + bs + K_2}$$