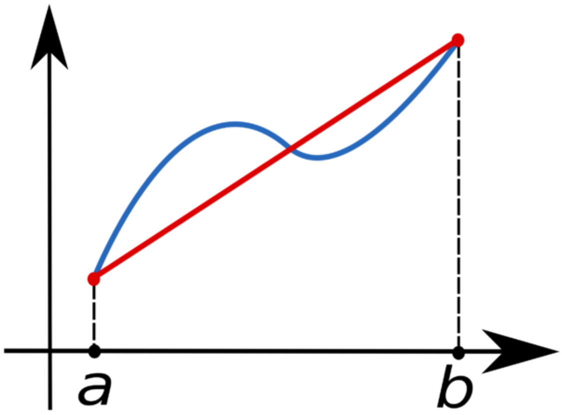
Regla del trapecio



La función f(x) *(en azul) es aproximada por la función lineal (en rojo).*

En análisis numérico la **regla del trapecio** es un método de integración, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de una integral definida. La regla se basa en aproximar el valor de la integral de $f(x)$ por el de la función lineal, que pasa a través de los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$. La integral de ésta es igual al **área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal**.

1 Regla del trapecio Simple

Para realizar la aproximación por esta regla es necesario usar un polinomio de primer orden, y esta es representada por:

$$P_1(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Entonces al sustituir en la integral tenemos:

$$I = \int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b P_1(x)dx$$
$$\approx \int_a^b \left[f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\right]$$

Por último al resolver esa integral nos queda:

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b - a)\frac{f(a) + f(b)}{2}$$

1.1 Cálculo del error

El término de error corresponde a:

$$E_t = -\frac{1}{12}f''(\xi)(b - a)^3$$

Siendo ξ un número perteneciente al intervalo $[a, b]$.

2 Regla del trapecio compuesta

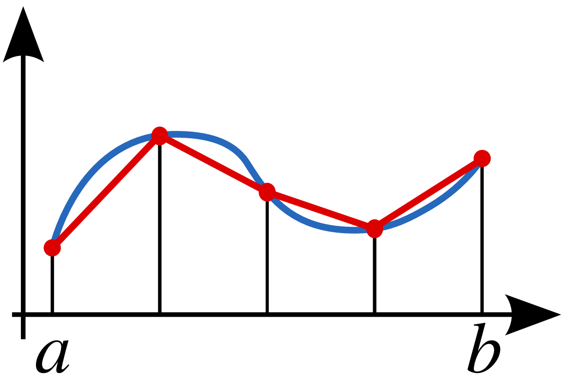


Ilustración de la regla del trapecio compuesta

La **regla del trapecio compuesta** o **regla de los trapecios** es una forma de aproximar una integral definida utilizando *n* trapecios. En la formulación de este método se supone que *f* es continua y positiva en el intervalo [*a*,*b*]. De tal modo la integral definida $\int_a^b f(x)\,dx$ representa el área de la región delimitada por la gráfica de *f* y el eje *x*, desde *x*=*a* hasta *x*=*b*. Primero se divide el intervalo [*a*,*b*] en *n* subintervalos, cada uno de ancho $\Delta x = (b - a)/n$.

Después de realizar todo el proceso matemático se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)\,dx \sim \frac{h}{2}[f(a){+}2f(a{+}h){+}2f(a{+}2h){+}...{+}f(b)]$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$ y *n* es el número de divisiones.

La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{b - a}{n}\left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + k\frac{b - a}{n}\right)\right]$$

El error en esta aproximación se corresponde con :

$$-\frac{(b-a)^3}{12n^2} f^{(2)}(\xi)$$

Siendo n el número de subintervalos

2.1 Ejemplo

$$\int_1^2 3x\,dx$$

Primero se obtiene h, de los límites de la integral que representan a y b y para n=6 queda: $h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6}$.

Y ahora se sustituye en la fórmula

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + ... + f(b)]$$

y queda:

$$\int_1^2 3x\,dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}[3(1)+2[3(1+1\cdot\frac{1}{6})]+2[3(1+2\cdot\frac{1}{6})] + 2[3(1+3\cdot\frac{1}{6})] + 2[3(1+4\cdot\frac{1}{6})] + 2[3(1+5\cdot\frac{1}{6})] + 3(2)] = 4.5$$

En este caso no se comete ningún error en el cálculo (el resultado es exacto) porque la función sujeta a integración es lineal.

3 Véase también

- Regla de Simpson
- Fórmulas de Newton–Cotes

4 Referencias

- Hostetler Edwards, Larson: *Cálculo I* (Octava edición)
- Wikisource contiene obras originales sobre la **Generalización de la fórmula de Simpson**.Wikisource (La regla de los trapecios como caso particular de la generalización de la regla de Simpson)

5 Origen del texto y las imágenes, colaboradores y licencias

5.1 Texto

- **Regla del trapecio** *Fuente:* https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_del_trapecio?oldid=84182008 *Colaboradores:* Technopat, Shooke, Obelix83, HUB, Leonpolanco, Poco a poco, Juan Mayordomo, Raulshc, Luckas-bot, Jkbw, PatruBOT, EmausBot, Vanchelot, ChuispastonBot, Jsilva108, WikitanvirBot, KLBot2, Sqi-ricardo, Mgyugcha, JacobRodrigues y Anónimos: 21

5.2 Imágenes

- **Archivo:Trapezoidal_rule_illustration.png** *Fuente:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/dd/Trapezoidal_rule_illustration.png *Licencia:* Public domain *Colaboradores:* ? *Artista original:* ?
- **Archivo:Trapezoidal_rule_illustration_small.svg** *Fuente:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/05/Trapezoidal_rule_illustration_small.svg *Licencia:* GPLv2 *Colaboradores:*
- Composite_trapezoidal_rule_illustration_small.svg *Artista original:* Composite_trapezoidal_rule_illustration_small.svg: *derivative work: Pbroks13 (talk)
- **Archivo:Wikisource-logo.svg** *Fuente:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4c/Wikisource-logo.svg *Licencia:* CC BY-SA 3.0 *Colaboradores:* Rei-artur *Artista original:* Nicholas Moreau

5.3 Licencia del contenido