Inteligência Artificial

Aula 28- Redes Neurais (Simulação Perceptron) [1]

Sílvia M.W. Moraes

Escola Politécnica - PUCRS

October 25, 2018

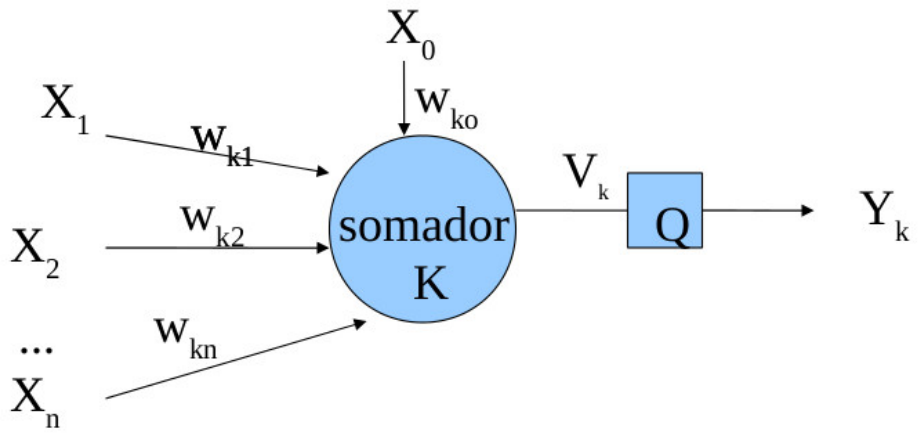
[1] Este material não pode ser reproduzido ou utilizado de forma parcial sem a permissão dos autores.

Sinopse

- Nesta aula, mostramos a simulação de uma **rede neural Perceptron.**
- Este material foi construído usando os algoritmos vistos em aula e disponíveis no moodle.

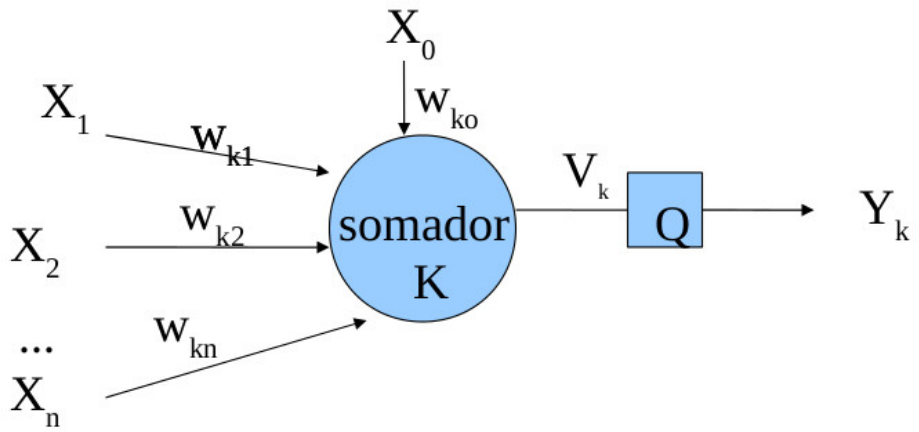
Sumário

Redes Neurais: Neurônio Artificial



- Entradas: x_1, .., x_n: valores do domínio; x_0 : entrada extra, é sempre 1 (bias).
- Pesos sinápticos: armazenam o conhecimento adquirido pela rede.
  - w_{kn}, onde k é o neurônio e o n, a entrada; w_{k0}: peso do bias
- v_k: campo local induzido, corresponde a uma soma ponderada (pelos pesos) das entradas do neurônio
  - $v_k = \sum_{i=0}^{n} w_{ki} \times x_i$

Redes Neurais: Neurônio Artificial



- y_k: saída do neurônio k é definido pela função de transferência, a qual simula a polaridade da membrana pós-sináptica.
  - $y_k = Q(v_k)$, onde a função de transferência pode ser:

    limiar: $Q(v_k) = \begin{array}{ll} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{array}$

Redes Neurais: Treinamento

- Os **ciclos de treinamento** de uma rede são medidos em **épocas**.
- Uma **época corresponde a passagem de todos os padrões do conjunto de treino uma vez pela rede**.
- Para treinar uma rede são necessárias várias épocas.

Redes Neurais: Treinamento

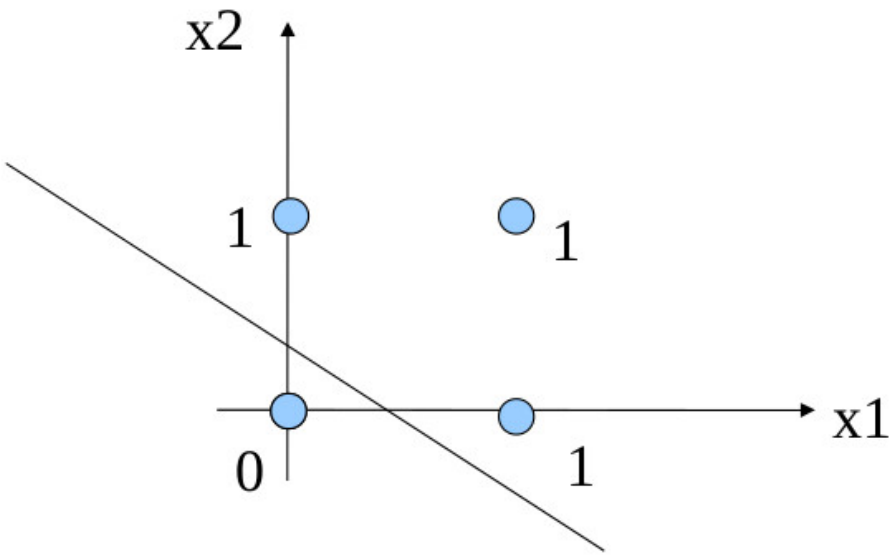
- **Rede Perceptron** (Adaline):
  - **Algoritmo de Treinamento: Regra Delta**
  - Sendo $X = \{(amostra_1, d_1), (amostra_2, d_2), ...\}$o conjunto de treino e η, a taxa de aprendizagem (deve ser positiva).

Inicializa os pesos w da rede com zero
Repetir até encontrar erro zero para todas as amostras{
epocas = epocas + 1
Para cada par de X {
Para cada atributo x_i da amostra, onde i = 1 a n{
Para cada neurônio k da rede{
$v_k = w_{ki} * x_i$
$y_k = Q(v_k)$
$erro_k = d_k - y_k$
$\Delta w_{ki} = \eta * erro_k * x_i$
$wki = w_{ki} + \Delta w_{ki}$
}
}
}
}

Redes Neurais: Treinamento

- **Rede Perceptron** (Adaline):
  - Exemplo: OR

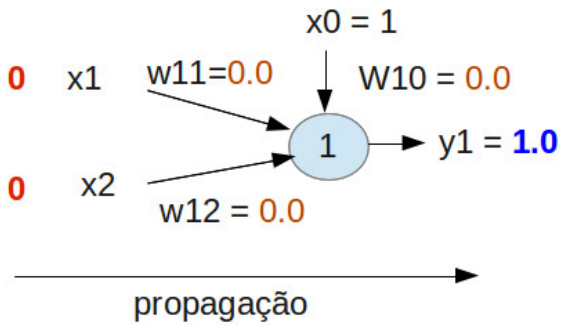
x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Redes Neurais: Treinamento (Época 1)

- **Pesos** inicializados com zero: $w_{10} = 0, w_{11} = 0, w_{12} = 0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



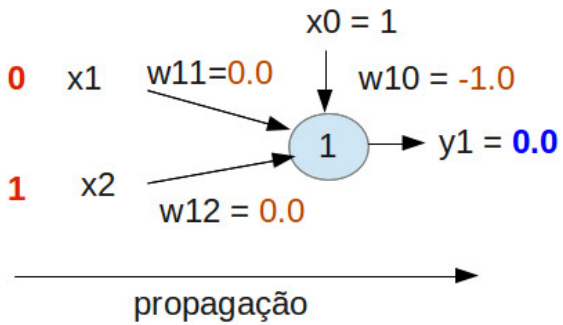
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times 0 + 0 \times 0 + 0 \times 0 = 0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 0 - 1.0 = -1.0$
  - $w_{10} = w_{10} + \eta \times erro_1 \times x_0 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 1 = -1.0$
  - $w_{11} = w_{11} + \eta \times erro_1 \times x_1 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 0.0$
  - $w_{12} = w_{12} + \eta \times erro_1 \times x_2 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 0.0$

Redes Neurais: Treinamento (Época 1)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 0.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	**1**	**1**
1	0	1
1	1	1



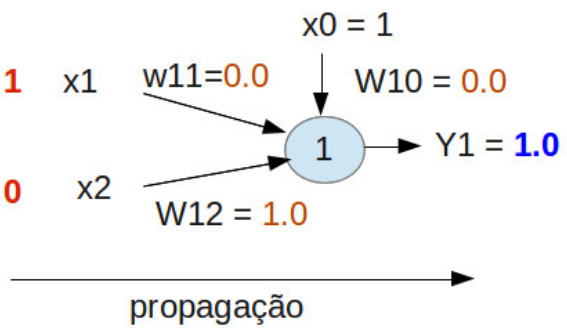
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 0 \times 0.0 + 1 \times 0.0 = -1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(-1.0) = 0.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 0.0 = 1.0$
  - $w_{10} = w_{10} + \eta \times erro_1 \times x_0 = -1.0 + 1 \times 1.0 \times 1 = 0.0$
  - $w_{11} = w_{11} + \eta \times erro_1 \times x_1 = 0.0 + 1 \times 1.0 \times 0 = 0.0$
  - $w_{12} = w_{12} + \eta \times erro_1 \times x_2 = 0.0 + 1 \times 1.0 \times 1 = 1.0$

Redes Neurais: Treinamento (Época 1)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = 0.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	**0**	**1**
1	1	1



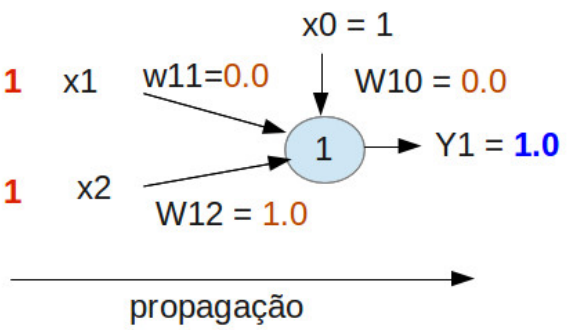
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times 0.0 + 1 \times 0.0 + 0 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 1)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = 0.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	**1**	**1**



- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times 0.0 + 1 \times 0.0 + 1 \times 1.0 = 1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(1.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

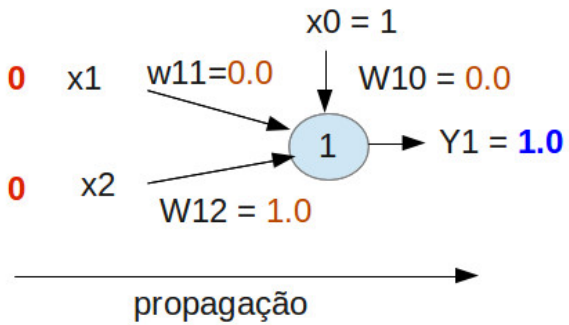
Redes Neurais: Treinamento (Época 1)

- Erro Acumulado para época 1 :
  - Erro Geral:
    - $= abs(erroEntrada1) + abs(erroEntrada2) + abs(erroEntrada3) + abs(erroEntrada4) =$
    - $= abs(-1.0) + abs(1.0) + abs(0.0) + abs(0.0)$
    - $= 2.0$
- Como ainda há erro, o algoritmo prossegue ...

Redes Neurais: Treinamento (Época 2)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = 0.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



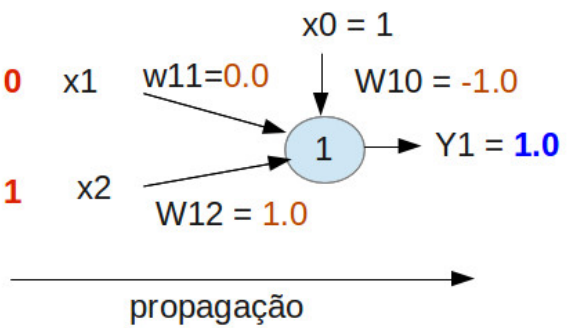
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 0 \times 0.0 + 0 \times 1.0 + 1 \times 0.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 0 - 1.0 = -1.0$
  - $w_{10} = w_{10} + \eta \times erro_1 \times x_0 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 1 = -1.0$
  - $w_{11} = w_{11} + \eta \times erro_1 \times x_1 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 0.0$
  - $w_{12} = w_{12} + \eta \times erro_1 \times x_2 = 1.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 1.0$

Redes Neurais: Treinamento (Época 2)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	**1**	**1**
1	0	1
1	1	1



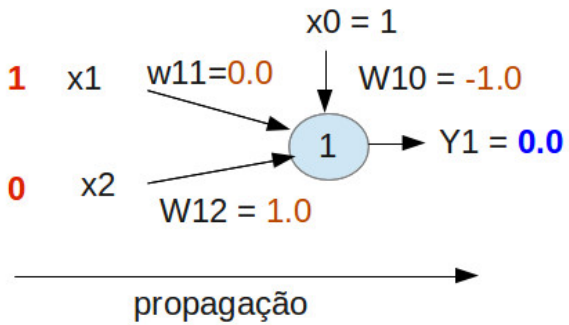
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 0 \times 0.0 + 1 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 2)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 0.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	**0**	**1**
1	1	1



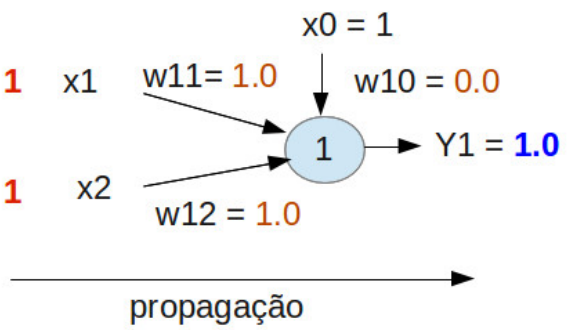
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 1 \times 0.0 + 0 \times 1.0 = -1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(-1.0) = 0.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 0.0 = 1.0$
  - $w_{10} = w_{10} + \eta \times erro_1 \times x_0 = -1.0 + 1 \times 1.0 \times 1 = 0.0$
  - $w_{11} = w_{11} + \eta \times erro_1 \times x_1 = 0.0 + 1 \times 1.0 \times 1 = 1.0$
  - $w_{12} = w_{12} + \eta \times erro_1 \times x_2 = 1.0 + 1 \times 1.0 \times 0 = 1.0$

Redes Neurais: Treinamento (Época 2)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = 0.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	**1**	**1**



- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times 0.0 + 1 \times 1.0 + 1 \times 1.0 = 2.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(2.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

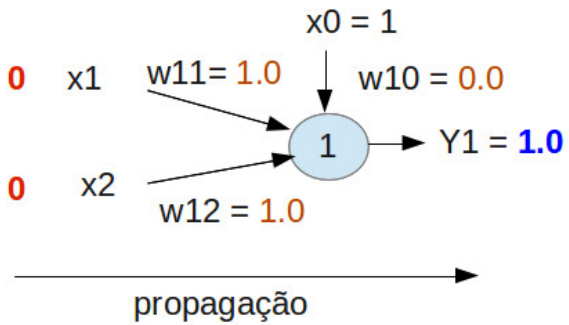
Redes Neurais: Treinamento (Época 2)

- Erro Acumulado para época 2 :
  - Erro Geral:
    - $= abs(erroEntrada1) + abs(erroEntrada2) + abs(erroEntrada3) + abs(erroEntrada4) =$
    - $= abs(-1.0) + abs(0.0) + abs(1.0) + abs(0.0)$
    - $= 2.0$
- Como ainda há erro, o algoritmo prossegue ...

Redes Neurais: Treinamento (Época 3)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = 0.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



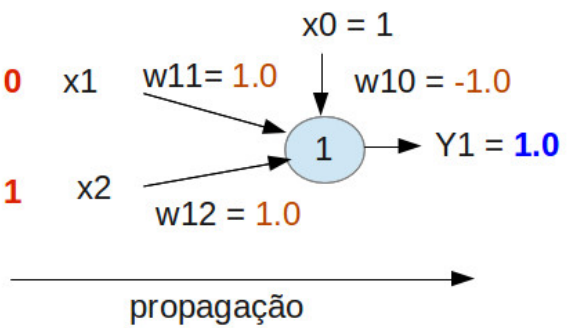
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times 0.0 + 0 \times 1.0 + 0 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 0 - 1.0 = -1.0$
  - $w_{10} = w_{10} + \eta \times erro_1 \times x_0 = 0.0 + 1 \times -1.0 \times 1 = -1.0$
  - $w_{11} = w_{11} + \eta \times erro_1 \times x_1 = 1.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 1.0$
  - $w_{12} = w_{12} + \eta \times erro_1 \times x_2 = 1.0 + 1 \times -1.0 \times 0 = 1.0$

Redes Neurais: Treinamento (Época 3)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	**1**	**1**
1	0	1
1	1	1



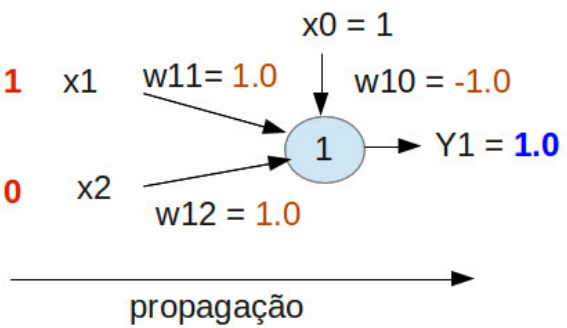
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 0 \times 1.0 + 1 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 3)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	**0**	**1**
1	1	1



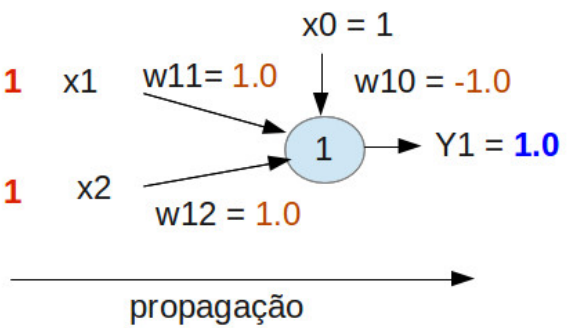
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 1 \times 1.0 + 0 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 3)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	**1**	**1**



- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 1 \times 1.0 + 1 \times 1.0 = 1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(1.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

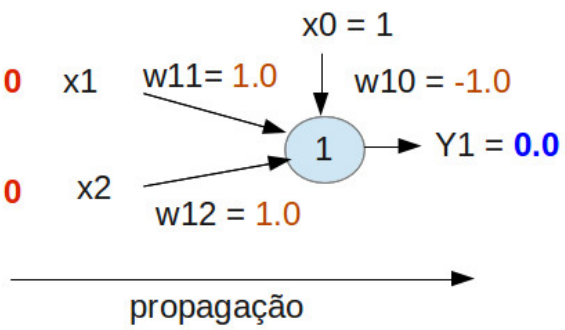
Redes Neurais: Treinamento (Época 3)

- Erro Acumulado para época 3 :
  - Erro Geral:
    - $= abs(erroEntrada1) + abs(erroEntrada2) + abs(erroEntrada3) + abs(erroEntrada4) =$
    - $= abs(-1.0) + abs(0.0) + abs(0.0) + abs(0.0)$
    - $= 1.0$
- Como ainda há erro, o algoritmo prossegue ...

Redes Neurais: Treinamento (Época 4)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



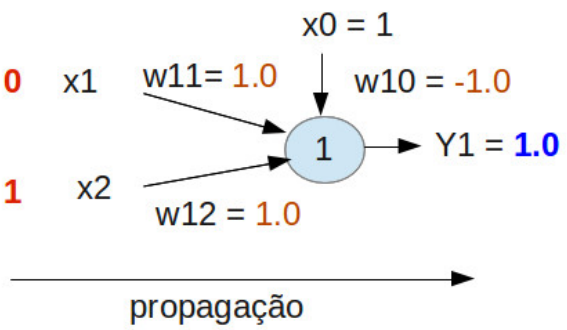
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 0 \times 1.0 + 0 \times 1.0 = -1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(-1.0) = 0.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 0 - 0.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 4)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	**1**	**1**
1	0	1
1	1	1



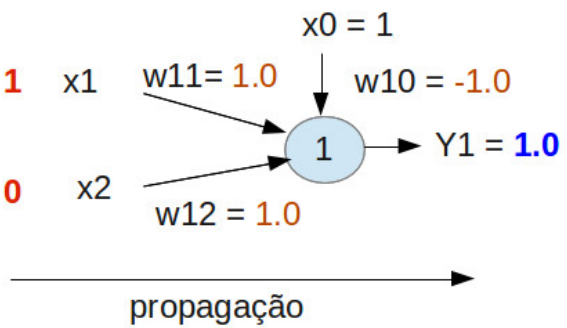
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 0 \times 1.0 + 1 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 4)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	**0**	**1**
1	1	1



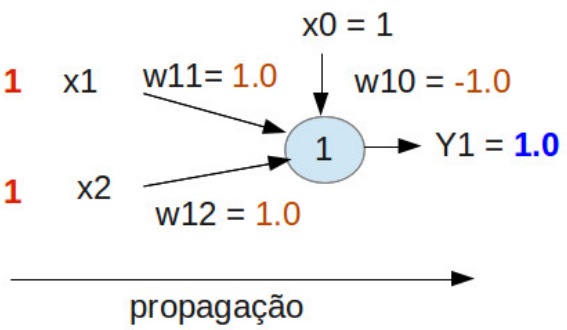
- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 1 \times 1.0 + 0 \times 1.0 = 0.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(0.0) = 1.0$

- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 4)

- **Pesos atuais:** $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$
- limiar: $Q(v_k) = \begin{matrix} 1 & se\ v_k \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{matrix}$, taxa de aprendizagem: $\eta = 1$

x1	x2	d
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	**1**	**1**



- $v_1 = x_0 \times w_{10} + x_1 \times w_{11} + x_2 \times w_{12}$
- $v_1 = 1 \times -1.0 + 1 \times 1.0 + 1 \times 1.0 = 1.0$
- $y_1 = Q(v_1) = Q(1.0) = 1.0$

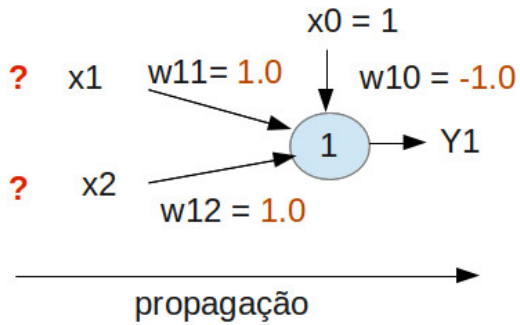
- Ajuste dos pesos (Aplicando a regra delta)
  - $erro_1 = d_1 - y_1 = 1 - 1.0 = 0.0$
    - quando o erro é zero, não há ajuste de pesos.

Redes Neurais: Treinamento (Época 4)

- Erro Acumulado para época 4 :
  - Erro Geral:
    - $= abs(erroEntrada1) + abs(erroEntrada2) + abs(erroEntrada3) + abs(erroEntrada4) =$
    - $= abs(0.0) + abs(0.0) + abs(0.0) + abs(0.0)$
    - $= 0.0$
  - O algoritmo pára.
- Resultado:
  - O algoritmo encontrou os pesos adequados: $w_{10} = -1.0, w_{11} = 1.0, w_{12} = 1.0$

Redes Neurais: Generalização

- A rede está pronta para ser testada (ou usada).
  1. Carrega-se, na topologia da rede, os pesos encontrados na fase de treinamento.



  2. Esta fase implementa apenas a propagação. Informa-se novos valores para as entradas e a rede gera a saída correspondente.