

# OPTIMALISASI PORTOFOLIO SAHAM IDX80: PERBANDINGAN PENDEKATAN METAHEURISTIK *WHALE OPTIMIZATION ALGORITHM* (WOA) DAN *GREY WOLF OPTIMIZER* (GWO) TERHADAP *MEAN-VARIANCE* (MV) BERBASIS CLUSTERING *GAUSSIAN MIXTURE MODEL* (GMM)

Gabriella Yoanda Pelawi, Dara Oktavia Risti, dan Nabilah Yasmin Iskandar

Program Studi Statistika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara BLS 21 Depok, Sleman, Yogyakarta, 55281, Indonesia

[gabriellayoandapelawi2303@mail.ugm.ac.id](mailto:gabriellayoandapelawi2303@mail.ugm.ac.id), [daraoktaviaristi@mail.ugm.ac.id](mailto:daraoktaviaristi@mail.ugm.ac.id),  
[nabilahyasminiskandar@mail.ugm.ac.id](mailto:nabilahyasminiskandar@mail.ugm.ac.id)

## Abstrak

Pasar modal menawarkan peluang investasi menarik namun disertai risiko tinggi, sehingga pembentukan portofolio optimal menjadi penting untuk menyeimbangkan risiko dan keuntungan. Penelitian ini membandingkan kinerja tiga metode optimisasi portofolio—*Mean-Variance* (MV), *Whale Optimization Algorithm* (WOA), dan *Grey Wolf Optimizer* (GWO)—berbasis clustering *Gaussian Mixture Model* (GMM) pada saham indeks IDX80. Saham dikelompokkan berdasarkan rasio Sharpe, dan setiap metode optimisasi menentukan bobot portofolio untuk rasio Sharpe tertinggi, tengah, dan terendah di tiap kluster. Hasilnya menunjukkan metode Mid GMM unggul dengan pengembalian tertinggi dan risiko terkendali. GWO lebih efisien dibandingkan WOA, sementara MV kurang adaptif dalam kondisi pasar volatil. Pendekatan GMM dan metaheuristik terbukti efektif dalam membentuk portofolio optimal.

**Kata kunci:** *portfolio, clustering, metaheuristik, GMM, WOA, GWO*

## PENDAHULUAN

Pasar modal merupakan salah satu instrumen investasi yang semakin diminati oleh berbagai kalangan, baik individu maupun institusi. Investasi menjadi salah satu faktor penting dalam pertumbuhan ekonomi suatu negara, karena semakin banyak kegiatan investasi maka semakin tinggi juga pendapatan yang bisa dihasilkan suatu negara. Jenis investasi yang banyak diminati oleh investor adalah saham karena frekuensi transaksi saham yang termasuk sangat tinggi. Namun, tingginya volatilitas dan risiko yang melekat pada saham memerlukan pendekatan yang cermat dalam pembentukan portofolio untuk mencapai keseimbangan antara risiko dan keuntungan. Dalam konteks ini, optimisasi portofolio menjadi aspek penting

yang tidak hanya melibatkan pemilihan aset, tetapi juga pengalokasian bobot yang optimal.

Portofolio merupakan sekumpulan aset yang dimiliki oleh seseorang dan biasanya berkaitan dengan bagaimana mengalokasikan sejumlah kekayaan ke beberapa saham dengan tujuan untuk mendapatkan *return* yang maksimal dengan risiko yang kecil. Konsep risiko portofolio pertama kali diperkenalkan secara formal oleh Harry Markowitz pada tahun 1952 menggunakan ukuran statistik dari data historis harga saham untuk membangun portofolio optimal. Dalam model ini, *return* saham direpresentasikan sebagai mean dari data sedangkan risiko direpresentasikan sebagai variansi, sehingga model ini disebut model portofolio *Mean-Variance* (MV).

Namun setelah dianalisis, metode ini sering menghadapi tantangan ketika diaplikasikan pada pasar nyata dengan banyak aset. Salah satu tantangan utama adalah ketidakakuratan estimasi vektor *mean* dan *variance-covariance matrix*. Hal ini sering terjadi saat data *return* historis terbatas atau terdapat volatilitas pasar yang tinggi, yang membuat *covariance matrix* menjadi tidak stabil. Estimasi yang tidak akurat akan mempengaruhi performa karena hasil optimal yang dihasilkan sensitif terhadap *estimation error*.

Selain itu, asumsi distribusi normal return saham sering kali tidak sepenuhnya terpenuhi. Oleh karena itu, dibutuhkan pendekatan yang lebih adaptif dan robust untuk mengatasi keterbatasan tersebut. Bukan Dalam hal ini, pendekatan metaheuristik seperti *Whale Optimization Algorithm* (WOA) dan *Grey wolf Optimizer* (GWO) telah berkembang sebagai alternatif untuk menyelesaikan masalah optimisasi yang kompleks. Kedua algoritma ini menawarkan fleksibilitas dalam mengeksplorasi ruang solusi, sehingga berpotensi memberikan solusi yang lebih baik dibandingkan pendekatan konvensional, terutama ketika estimasi distribusi return atau kovarians tidak sempurna.

Dalam upaya meningkatkan efisiensi proses pembentukan portofolio, perlu dilakukan pengelompokan saham-saham ke dalam klaster-klaster, kemudian memilih saham representasi dari masing-masing klaster dan menentukan bobot masing-masing saham representasi. Pada penelitian ini, teknik klastering yang digunakan adalah *Gaussian Mixture Model* (GMM). Metode tersebut dipilih karena kemampuannya untuk menangani distribusi data yang lebih kompleks dan tidak terdistribusi secara normal.

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan kinerja dari tiga pendekatan

optimisasi portofolio, yaitu pendekatan *Mean-Variance* (MV), *Whale Optimization Algorithm* (WOA), dan *Grey wolf Optimizer* (GWO), dalam membentuk portofolio saham optimal berbasis clustering GMM. Fokus utama penelitian ini adalah pada saham-saham yang termasuk dalam indeks IDX80, yang terdiri dari saham-saham dengan likuiditas tinggi di pasar modal Indonesia. Penelitian ini akan mengelompokkan saham berdasarkan rasio Sharpe dan kemudian menerapkan ketiga metode optimisasi untuk menentukan bobot optimal dari saham-saham dengan rasio Sharpe tertinggi, tengah, dan terendah dalam setiap klaster. Dengan perbandingan ini, diharapkan dapat memberikan panduan praktis bagi investor dalam mengelola portofolio saham mereka secara lebih efektif, serta memberikan kontribusi pada pengembangan literatur terkait optimisasi portofolio di pasar modal Indonesia.

## METODOLOGI PENELITIAN

### A. Return Saham

*Return* adalah hasil yang didapatkan oleh investor dari investasi yang dilakukan dengan jangka waktu tertentu. Terdapat 2 jenis *return* yaitu keuntungan (*capital gain*) dan kerugian (*capital loss*). Biasanya investor mengharapkan *capital gain* dari investasi yang dilakukan. Untuk menentukan *return* saham berikut adalah formula yang digunakan:

$$R_t = \ln \left( \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \right) \quad (1)$$

Keterangan:

$R_t$  : nilai *return* pada waktu ke  $t$

$S_t$  : harga saham pada waktu ke  $t$

### B. Portofolio

Portofolio adalah kombinasi dari beberapa sekuritas yang dipilih sebagai investasi untuk periode waktu tertentu, dengan bobot tertentu pada masing-

masing sekuritas, yang bertujuan untuk meminimalkan risiko (Iasha et al., 2020). Harry M. Markowitz mengembangkan suatu teori pada dekade 1950-an yang disebut dengan Teori Portofolio Markowitz. Teori Markowitz memanfaatkan berbagai pengukuran statistik dasar untuk menyusun strategi portofolio, termasuk *expected return*, standar deviasi baik untuk sekuritas maupun portofolio, serta korelasi antar-return.

Portofolio optimal merujuk pada portofolio yang dipilih investor dari sejumlah pilihan dalam kumpulan portofolio efisien (Tandelilin, 2010:157). Portofolio optimal dapat diukur dengan menggunakan *sharpe ratio* atau pengukuran portofolio berdasarkan perbandingan antara return (tingkat imbal hasil investasi) dengan standar deviasi untuk mendapatkan rasio portofolio.

### C. Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk menganalisa apakah *return* berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Normalitas dapat diuji menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov yang mempunyai hipotesis sebagai berikut (Sugito et al., 2017 dalam Fadhilah et al., 2023):

- $H_0$  : Data terdistribusi secara normal
- $H_1$  : Data tidak terdistribusi secara normal

Statistik uji pada Kolmogorov-Smirnov yaitu:

$$D_{hitung} = \max |F_n(x) - F_0(x)| \quad (2)$$

Pada Persamaan (3),  $D_{hitung}$  merupakan nilai maksimum untuk semua  $x$  dari nilai mutlak  $F_n(x) - F_0(x)$ , sedangkan  $F_n(x)$  adalah fungsi distribusi kumulatif

dari data sampel dan  $F_0(x)$  merupakan fungsi distribusi kumulatif berdistribusi normal. Kriteria pengujiannya yaitu  $H_0$  ditolak apabila nilai  $D_{hitung} > D_{tabel(\alpha, n)}$ , di mana  $D_{tabel(\alpha, n)}$  merupakan nilai kritis yang diperoleh berdasarkan tabel Kolmogorov-Smirnov dengan  $\alpha$  menunjukkan tingkat signifikansi dan  $n$  menunjukkan jumlah pengamatan. Selain itu,  $H_0$  ditolak apabila nilai *p-value* statistik Kolmogorov-Smirnov  $< \alpha$ .

### D. Sharpe Ratio

Sharpe Ratio digunakan untuk mengukur evaluasi kinerja investasi dengan mempertimbangkan risiko yang terlibat. Rasio ini dikembangkan oleh ekonom William F. Sharpe pada tahun 1966, dan digunakan untuk mengukur seberapa besar rata-rata pengembalian yang diperoleh dibandingkan melebihi tingkat bebas risiko dalam volatilitas tertentu. Sharpe Ratio tinggi menunjukkan kinerja model yang baik karena pengembalian yang didapat lebih tinggi. Secara matematis, formula Sharpe Ratio :

$$Sharpe Ratio = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (3)$$

Dimana :

- $R_p$  : Pengembalian rata-rata portofolio
- $R_f$  : Tingkat pengembalian bebas risiko
- $\sigma_p$  : Volatilitas portofolio

Tujuan utama optimasi adalah untuk memaksimalkan Sharpe Ratio yang diformulasikan dengan :

$$Max. Sharpe Ratio = \max \left[ \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right] \quad (4)$$

### E. Clustering Gaussian Mixture Model (GMM)

Gaussian Mixture Model (GMM) adalah metode *soft-clustering* dalam

*machine learning* yang menggunakan distribusi probabilitas kontinu. GMM merupakan fungsi kepadatan probabilitas parametrik yang direpresentasikan sebagai jumlah bobot dari kepadatan komponen Gaussian (Reynolds, 2009). GMM melibatkan campuran dari beberapa distribusi Gaussian dan digunakan untuk mengelompokkan data ke dalam kluster berdasarkan distribusi probabilitasnya. Model ini sangat efektif untuk kluster yang memiliki bentuk "elips".

GMM terdiri dari dua komponen utama, yaitu vektor rata-rata ( $\mu$ ) dan matriks varians/kovarians ( $\Sigma$ ). Persamaan GMM, yang merupakan jumlah berbobot dari  $M$  komponen kepadatan Gaussian, ditulis sebagai:

$$P(x|\theta) = \sum_{k=1}^M w_k p(x|\theta_k) \quad (5)$$

dengan :

- $\theta_k$ : rata-rata dan kovarians dari komponen ke-k,
- $w_k$  : bobot dari komponen ke-k,
- $p(x|\theta_k)$  : kepadatan Gaussian.

Estimasi parameter dalam GMM dilakukan menggunakan algoritma Expectation-Maximization (EM). Algoritma ini mencari nilai parameter  $\pi_k$ ,  $\mu_k$ , dan  $\Sigma_k$ , yang merepresentasikan bobot campuran, rata-rata, dan kovarians antar distribusi Gaussian, dengan memaksimalkan fungsi log-likelihood secara iteratif melalui dua langkah berikut:

1) *Langkah Expectation* (E-Step)

Pada langkah ini, probabilitas posterior untuk komponen  $z_{ik}$  dihitung dengan:

$$\gamma^{t+1}(z_{ik}) = P_{\pi(t), \mu(t), \Sigma(t)}(z = k|x_i) \quad (6)$$

2) *Langkah Maximization* (M-Step)

Estimasi parameter diperbarui berdasarkan nilai probabilitas posterior dari langkah sebelumnya.

- Bobot campuran

$$\pi_k^{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma^{t+1}(z_{ik}) \quad (7)$$

- Rata-rata

$$\mu_k^{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \gamma^{t+1}(z_{ik})}{\sum_{i=1}^N \gamma^{t+1}(z_{ik})} \quad (8)$$

- Kovarians

$$\Sigma_k^{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^N \gamma^{t+1}(z_{ik}) (x_i - \mu_k^{t+1})(x_i - \mu_k^{t+1})^T}{\sum_{i=1}^N \gamma^{t+1}(z_{ik})} \quad (9)$$

Proses ini diulangi hingga parameter yang diestimasi mencapai konvergensi, yaitu ketika perubahan nilai parameter sangat kecil atau tidak signifikan. Dengan demikian, GMM memungkinkan pengelompokan data secara probabilistik berdasarkan distribusi Gaussian yang mendasari data tersebut.

## F. *Silhouette Score*

*Silhouette analysis* adalah metode yang digunakan untuk mengevaluasi kualitas klusterisasi dengan mengukur seberapa dekat suatu objek dengan klasternya dibandingkan dengan kluster lain. Metode ini memungkinkan identifikasi jumlah kluster yang optimal tanpa memerlukan data pelatihan, menjadikannya sangat berguna dalam tugas klusterisasi, terutama untuk data yang tidak berlabel.

*Silhouette width* ( $s(x_i)$ ) untuk setiap titik data  $x_i$  dihitung berdasarkan dua metrik utama:

1. Jarak dalam kluster ( $a(x_i)$ )

Rata-rata jarak  $x_i$  ke semua titik dalam kluster yang sama. Ini disebut *within-cluster dissimilarity*.

2. Jarak antar kluster

Rata-rata jarak  $x_i$  ke semua titik dalam kluster terdekat yang berbeda. Ini disebut *between-cluster dissimilarity*.

Rumus untuk nilai *silhouette width*:

$$s(x_i) = \frac{b(x_i) - a(x_i)}{\max(a(x_i), b(x_i))} \quad (10)$$

Nilai  $s(x_i)$  berada pada rentang  $[-1, 1]$ :

- $s(x_i) > 0$  : Objek  $x_i$  lebih dekat dengan klasternya dibandingkan dengan klaster lain, menandakan klasterisasi yang baik.
- $s(x_i) = 0$  : Objek berada di perbatasan antara dua klaster.
- $s(x_i) < 0$  : Objek lebih dekat dengan klaster lain, menandakan bahwa objek mungkin salah diklasterkan.

Nilai silhouette rata-rata dari seluruh data digunakan untuk mengevaluasi performa keseluruhan klasterisasi.

- Nilai rata-rata tinggi menunjukkan bahwa klasterisasi tersebut sesuai dan jumlah klaster kkk optimal.
- Untuk menentukan jumlah klaster optimal, jumlah klaster dengan rata-rata nilai silhouette tertinggi dipilih.

## G. Metaheuristik

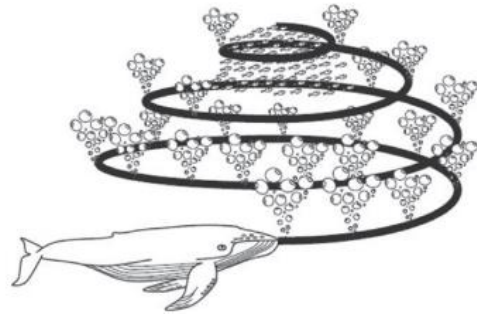
Istilah metaheuristik merujuk pada "tingkat yang lebih tinggi dari heuristik" dan merupakan gabungan dari kata "meta" (yang berarti di luar atau tingkat yang lebih tinggi) dan "heuristik" (yang berarti menemukan solusi melalui percobaan dan kesalahan). Secara historis, metode yang menggunakan mekanisme stokastik sering disebut sebagai "algoritma heuristik."

Algoritma metaheuristik digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah, termasuk dalam bidang keuangan seperti optimisasi portofolio, manajemen risiko, dan perdagangan algoritmik.

## H. Whale Optimization Algorithm (WOA)

*Whale Optimization Algorithm* (WOA) merupakan sebuah algoritma optimisasi yang dikembangkan oleh ilmuwan Australia, Mirjalili dan Lewis, pada tahun 2016. Algoritma WOA terinspirasi dari cara Paus Humpback mencari dan menangkap makanan dengan membuat model matematika. Strategi

serangan jaring gelembung Paus Humpback, di mana paus mengelilingi mangsanya dengan bergerak melingkar sambil menggelembung saat menyelam sekitar 12 meter di bawah permukaan laut. Keunggulan algoritma WOA antara lain model yang sederhana, jumlah parameter yang sedikit, dan kemampuan pencarian yang sangat baik.



**Gambar 1.** Algoritma WOA

Pada algoritma WOA, posisi dari paus ke- $i$  atau agen pencari diformulasikan dengan :

$$P_i = [X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{i-dim}] \quad (11)$$

Dimana  $i$  adalah indeks agen pencari, dan  $dim$  adalah dimensi dari masalah yang dihadapi.

Langkah-langkah algoritma WOA antara lain :

- Posisi Paus dan Pembaruan Agen Pencari

Agen pencari diposisikan pada vektor  $[0, 0, \dots, 0]$ , Kemudian, posisi agen pencari optimal diinisialisasi dengan nilai tertentu, dan skor terbaik (nilai awal dari agen pencari optimal) diset ke  $+\infty$ .

Algoritma memeriksa setiap agen pencari dalam mengawasi apakah terdapat posisi variabel-variabel yang keluar dari batas yang ditentukan. Variabel yang berada di luar batas akan

dikembalikan oleh algoritma ke batas yang sesuai.

b) Hasil Nilai A dan C

Dalam proses pembaruan posisi, nilai-nilai acak  $r_1$  dan  $r_2$  dihasilkan untuk menghitung dua parameter, yaitu A dan C, yang digunakan dalam pembaruan posisi agen pencari. Formula perhitungan nilai A dan C adalah :

$$A = 2 \cdot a \cdot r_1 - a \quad (12)$$

$$C = 2 \cdot r_2 \quad (13)$$

Di mana  $a$  adalah angka riil yang berubah secara linier dari 2 menuju 0 selama iterasi. Nilai-nilai pada proses ini mempengaruhi posisi agen pencari diperbarui selama proses pencarian solusi.

c) Mencari Mangsa Secara Acak

Jika nilai  $p$  kurang dari 0.5 dan nilai absolut dari A lebih besar dari 1, maka algoritma memasuki tahap pencarian mangsa secara acak. Pada tahap ini, agen pencari akan bergerak menjauh dari posisi awalnya dan secara acak berpindah ke lokasi-lokasi lain di ruang pencarian. Tujuannya adalah untuk menemukan posisi yang lebih baik dengan menjelajahi ruang pencarian secara acak. Proses pembaruan posisi pada tahap ini menggunakan rumus:

$$D = C \times P_{rand} - P_i \quad (14)$$

$$P_{i+1} = P_{rand} - A \times D \quad (15)$$

Di mana  $P_{rand}$  adalah posisi acak yang dihasilkan dalam rentang batas yang telah ditentukan. Dengan demikian, agen pencari dipaksa untuk menjauh dari posisi awal dan bergerak lebih bebas dalam ruang pencarian.

d) Tahap Mengelilingi Mangsa

Jika nilai  $p$  kurang dari 0,5 dan nilai absolut dari A kurang dari atau sama dengan 1, maka algoritma memasuki tahap mengelilingi mangsa. Dalam tahap ini, posisi mangsa yang ingin dicapai oleh agen pencari sudah dikenali, dan agen pencari bergerak menuju mangsa tersebut dengan mengelilinginya. Proses pembaruan posisi agen pencari dihitung dengan :

$$D = C \times P_{rand} - P_i \quad (16)$$

$$P_{i+1} = P^* - A \times D \quad (17)$$

Dimana  $P^*$  adalah posisi agen pencari optimal yang ingin dicapai, dan agen pencari akan bergerak lebih dekat ke posisi tersebut dengan menggunakan parameter A dan C yang telah dihitung sebelumnya.

e) Tahap Serangan Jaring Gelembung

Jika nilai  $p$  lebih besar dari atau sama dengan 0,5, maka algoritma memasuki tahap serangan jaring gelembung. Agen pencari melakukan serangan untuk menangkap mangsa dengan mengikuti pola spiral yang menurun. Jarak antara agen pencari dan agen pencari optimal dihitung terlebih dahulu, dan kemudian pembaruan posisi agen pencari dilakukan dengan model spiral yang mengarah ke posisi optimal. Rumus pembaruan posisinya adalah:

$$P_{i+1} = D \cdot e^{b \cdot \cos(2\pi t)} + P^* \quad (18)$$

Dimana  $D$  adalah jarak antara posisi agen pencari waktu tersebut dan posisi agen pencari optimal,  $b$  adalah konstanta yang mengatur bentuk spiral, dan  $t$  adalah bilangan riil acak dalam rentang  $[-1,1][1,1][1,1]$ .

## I. Grey Wolf Optimization (GWO)

*Grey Wolf Optimization* (GWO) adalah algoritma metaheuristik yang terinspirasi oleh alam (Mirjalili *et al.*, 2014, dalam Nelson *et al.*, 2024). Algoritma ini memodelkan perilaku berburu dan hierarki sosial serigala abu-abu (*Canis lupus*) di alam liar. *Grey wolf* adalah predator puncak dalam rantai makanan yang lebih suka hidup dalam kelompok dengan ukuran 5-12 individu dan memiliki hierarki sosial yang ketat. Dalam kawanan *grey wolf*, terdapat beberapa peran hierarkis yang penting:

- Alpha ( $\alpha$ ): Pemimpin utama yang bertanggung jawab untuk mengambil keputusan tentang berburu, tempat tidur, waktu bangun, dan sebagainya. Alpha juga merupakan serigala terbaik dalam mengelola kawanan, meskipun tidak selalu yang terkuat.
- Beta ( $\beta$ ): Serigala bawahan yang membantu alpha dalam pengambilan keputusan dan berperan sebagai penasihat. Beta juga memimpin serigala tingkat bawah lainnya dan dapat menggantikan alpha jika diperlukan.
- Omega ( $\omega$ ): Serigala dengan peringkat terendah yang tunduk pada semua serigala dominan lainnya dan menjadi yang terakhir diperbolehkan makan. Kehilangan omega dapat menyebabkan ketegangan dalam kawanan, karena omega berfungsi menjaga struktur dominasi dalam kelompok.
- Delta ( $\delta$ ): Serigala di antara alpha, beta, dan omega, yang meliputi pengintai, penjaga, pemburu, dan pengasuh. Delta harus tunduk pada alpha dan beta tetapi mendominasi omega.

Model GWO memanfaatkan hierarki sosial *grey wolf* untuk optimisasi. Solusi terbaik dianggap sebagai alpha ( $\alpha$ ), sementara solusi terbaik kedua dan ketiga disebut beta ( $\beta$ ) dan delta ( $\delta$ ). Solusi lainnya dianggap sebagai omega ( $\omega$ ). Tahapan algoritma GWO adalah sebagai berikut:

a) Melingkari Mangsa (Eksplorasi)

Pada tahap berburu, *grey wolf* akan melingkari mangsanya. Secara matematis, perilaku ini dimodelkan dengan persamaan berikut: Vektor posisi dan perbedaan posisi

$$\vec{D} = c_i \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t) \quad (19)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - a_i \cdot \vec{D}^* \quad (20)$$

Di mana  $t$  adalah iterasi saat ini,  $\vec{X}_p$  adalah posisi mangsa,  $\vec{X}$  adalah posisi *grey wolf*,  $a_i$  dan  $c_i$  adalah koefisien, dan  $\vec{D}^*$  adalah komponen absolut dari  $\vec{D}$ . Koefisien  $a_i$  dan  $c_i$  dihitung sebagai berikut:

$$a_i = 2k \cdot r_i - k \quad (21)$$

$$c_i = 2 \cdot r_2 \quad (22)$$

Di mana  $k$  menurun dari 2 ke 0 selama iterasi dan  $r_1, r_2$  adalah nilai acak dalam rentang  $[0, 1]$ .

b) Posisi dan Perilaku Melingkar *Grey wolf* dalam GWO bergerak di sekitar posisi mangsa menggunakan rumus berikut untuk memodifikasi posisi mereka:

$$D_\alpha = c_1 \cdot X_\alpha - X \quad (23)$$

$$D_\beta = c_2 \cdot X_\beta - X \quad (24)$$

$$D_\delta = c_3 \cdot X_\delta - X \quad (25)$$

Posisi baru dihitung dengan:

$$X_1 = X_\alpha - a_1 \cdot D_\alpha^* \quad (26)$$

$$X_2 = X_\beta - a_2 \cdot D_\beta^* \quad (27)$$

$$X_3 = X_\delta - a_3 \cdot D_\delta^* \quad (28)$$

Posisi akhirnya:

$$X(t+1) = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} \quad (29)$$

- c) Menyerang Mangsa (Eksplotasi)  
Setelah mangsa berhenti bergerak, *grey wolf* akan menyerang. Proses ini dimodelkan dengan memperkecil nilai  $k$  pada setiap iterasi. Penurunan nilai  $k$  mengurangi fluktuasi  $a_i$ , yang berfungsi untuk menekankan eksploitasi. Ketika  $|a_i| < 1$ , serigala akan menyerang mangsanya. Namun, GWO rentan terhadap stagnasi dalam solusi lokal karena perilaku melingkar yang terbatas.
- d) Mencari Mangsa (Eksplorasi)  
GWO memanfaatkan nilai acak pada  $a_i$  untuk memungkinkan agen menyebar menjauh dari mangsa, dengan tujuan eksplorasi global. Jika  $|a_i| > 1$ , serigala akan menjauh dari mangsanya, dan diharapkan menemukan solusi yang lebih baik. Koefisien  $c_i$  juga memberikan bobot acak pada mangsa, yang mempengaruhi jarak antara serigala dan mangsanya. Ini membantu GWO untuk menjelajahi ruang solusi secara lebih luas, menghindari stagnasi pada solusi lokal. Nilai  $c_i$  tidak menurun secara linier, memungkinkan eksplorasi yang berkelanjutan sepanjang proses.
- e) Proses Pencarian dan Pencapaian Solusi Optimal  
Pada awal algoritma, populasi grey wolves (solusi kandidat) diinisialisasi secara acak. Selama iterasi, serigala alpha, beta, dan delta memperkirakan posisi mangsa dan agen lainnya memperbarui posisi mereka berdasarkan posisi ketiga serigala ini. Koefisien  $k$  menurun, dan kandidat solusi cenderung menjauh dari mangsa ketika  $|a_i| > 1$ , dan konvergen ke arah mangsa ketika  $|a_i| < 1$ . Algoritma berakhir ketika batas toleransi tercapai atau setelah iterasi maksimum tercapai.

## J. Mean-Variance (MV)

Pada tahun 1952, Harry Markowitz pertamakali memperkenalkan metode *Mean-Variance*. Pada metode ini para investor ditekankan untuk mencari portofolio dengan *return* yang maksimal dan risiko yang minimal. Dalam optimisasi pemilihan portofolio yang dikemukakan oleh Markowitz, terdapat dua parameter penting untuk menemukan solusi optimal yaitu nilai harapan *return* dan *covariance matrix*. Dimisalkan ada  $N$  aset dengan *return*  $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ . Nilai harapan dan variansi *return* berturut-turut adalah  $E(r) = \mu$  dan  $Var(r) = \Sigma$ . *Return* portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *return* masing-masing aset yaitu:

$$\begin{aligned} R_p &= w_1 R_1 + \dots + w_n R_n \\ &= [w_1 \quad \dots \quad w_n] \begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} \\ &= w^T R \end{aligned} \quad (30)$$

dimana  $w^T = \{w_1, r_2, \dots, r_N\}$ .

Tingkat keuntungan yang diharapkan dari portofolio dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mu_p &= w_1 \mu_1 + \dots + w_n \mu_n \\ &= [w_1 \quad \dots \quad w_n] \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \\ &= w^T \mu \end{aligned} \quad (31)$$

Risiko portofolio dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= [w_1 \quad \dots \quad w_n] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \\ &= w^T \Sigma w \end{aligned} \quad (32)$$



Dengan persamaan-persamaan diatas, bobot optimal dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$w = \frac{\Sigma^{-1} 1n}{1n^T \Sigma^{-1} 1n} \quad (33)$$

keterangan:

$\Sigma^{-1}$  = invers matriks kovarian

$1n$  = vektor satuan (vektor yang setiap elemennya bernilai 1

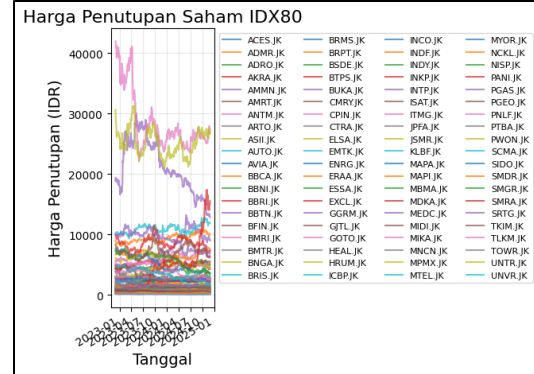
## DESKRIPSI DATA

Data harga saham yang digunakan dalam penelitian ini diambil melalui *website finance.yahoo.com* dengan pustaka 'yfinance' yang memungkinkan pengunduhan data pasar saham secara historis. Ticker yang dipilih meliputi saham dari perusahaan-perusahaan yang termasuk dalam IDX80. Indeks IDX80 yaitu indeks yang terdiri dari 80 saham-saham yang memiliki likuiditas tinggi, kapitalisasi pasar yang besar dan didukung fundamental perusahaan yang baik. Berikut adalah daftar saham dalam indeks IDX80 yang diperoleh dari *website kontan.co.id*.

**Tabel 1.** Daftar Saham IDX80

No	Kode Saham	Nama
1	ACES	Ace Hardware Indonesia Tbk
2	ADMR	PT adaro Minerals Indonesia Tbk
...	...	...
79	UNTR	United Tractors Tbk
80	UNVR	Unilever Indonesia Tbk

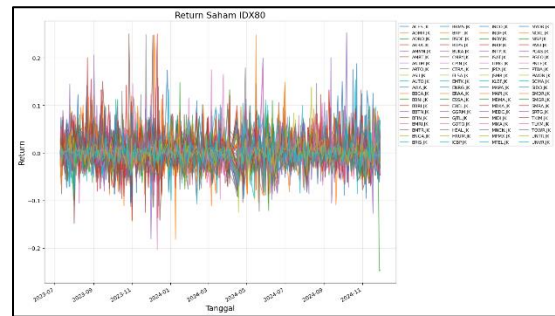
Data yang diambil adalah harga penutupan yang disesuaikan (*Adjusted Close*) untuk periode dari 01 Desember 2022 hingga 01 Desember 2024.



**Gambar 2.** Pergerakan Harga Saham

## ANALISIS DAN PEMBAHASAN

### A. Return Data



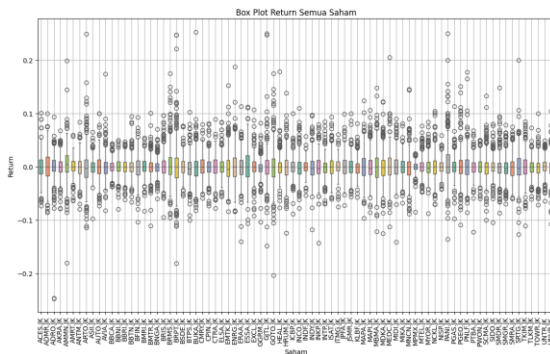
**Gambar 3.** Pergerakan Return Saham IDX80

Pada Gambar 2 menggambarkan grafik log return dari 80 saham IDX80 menunjukkan bahwa volatilitas saham beragam. Beberapa saham tampak menunjukkan volatilitas yang tinggi, ditandai dengan lonjakan signifikan baik ke arah positif maupun negatif. Sebaliknya, saham lain cenderung lebih stabil, dengan fluktuasi yang lebih kecil. Mayoritas log return saham terkonsentrasi di sekitar nol, mencerminkan bahwa perubahan harga saham secara keseluruhan saling mengimbangi dalam jangka pendek. Hal ini juga memberikan gambaran bahwa volatilitas saham tertentu dapat memiliki dampak signifikan pada portofolio, terutama jika tidak terdiversifikasi dengan baik.

### B. Uji Normalitas

Sebelum dilanjutkan pada model, dilakukan uji normalitas Kolmogorov-Smirnov dengan tingkat signifikansi  $\alpha = 5\%$  menggunakan bantuan *software Google Colab*.

Beberapa saham memiliki nilai *p-value* statistik Kolmogorov-smirnov lebih kecil dari tingkat signifikansi  $\alpha = 0,05$ . Selain itu, nilai  $D_{hitung}$  yang dihitung menggunakan Persamaan (3) diperoleh nilai lebih besar daripada nilai  $D_{tabel}$  yaitu  $\frac{1,36}{\sqrt{252}} = 0,0857$ . Berdasarkan hasil tersebut, disimpulkan bahwa  $H_0$  ditolak, sehingga data *return* dari sebagian saham tidak berdistribusi normal. Saham yang berdistribusi normal adalah 'ADMR.JK', 'BBRI.JK', 'CTRA.JK', 'INKP.JK', 'ISAT.JK', 'ITMG.JK', 'MIKA.JK', 'TKIM.JK', dan 'UNTR.JK'. Sedangkan saham lainnya tidak mengikuti distribusi normal.



**Gambar 4 :** Box Plot Return Saham

Box plot pada gambar 4 menunjukkan penyebaran return dari berbagai saham dengan tingkat volatilitas yang berbeda-beda. Mayoritas return saham berada dalam rentang -0,2 hingga 0,2, dengan beberapa saham menunjukkan penyebaran yang lebih luas, mengindikasikan volatilitas yang lebih tinggi. Terdapat banyak outlier, baik positif maupun negatif, yang mencerminkan adanya

return ekstrem pada sebagian saham. Posisi median pada beberapa saham menunjukkan distribusi yang simetris, sementara lainnya menunjukkan kemiringan (*skewness*).

### C. Sharpe Ratio

Untuk mengukur kinerja risiko terhadap return setiap saham dalam indeks IDX80, rasio Sharpe dihitung berdasarkan data historis return harian. Tingkat bebas risiko ( $R_f$ ) yang digunakan dalam perhitungan ini adalah 6% per tahun, yang kemudian dikonversi ke basis harian dengan asumsi terdapat 239 hari perdagangan dalam setahun. Berikut adalah hasil perhitungan rasio Sharpe untuk saham IDX80:

**Tabel 3.** Hasil Perhitungan Sharpe Ratio Saham

Indeks	Mean Return	Standar Deviasi	Sharpe Rato
ACES.JK	0,00048	0,02390	0,00993
AMDR.JK	0,00093	0,02929	0,02327
ADRO.JK	0,00003	0,02789	-
AKRA.JK	-0,00031	0,01862	-
...	...	...	...
TLKM.JK	-0,00099	0,01623	-
TOWR.JK	-0,00112	0,01982	-
UNTR.JK	0,00049	0,01653	0,01496
UNVR.JK	-0,00217	0,02244	-
			0,10778

Hasil pada Tabel 3 menjadi dasar untuk tahap analisis selanjutnya, yaitu klasterisasi saham berdasarkan nilai rasio *Sharpe* dengan metode Gaussian Mixture Model (GMM).

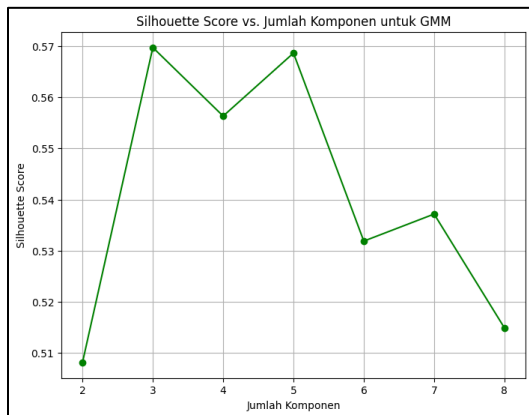
### D. Clustering dengan Metode GAUSSIAN MIXTURE MODEL (GMM)

Tahap selanjutnya dari analisis portofolio saham IDX80 adalah melakukan klasterisasi saham berdasarkan

nilai rasio Sharpe. Dalam penelitian ini, metode *Gaussian Mixture Model* (GMM) digunakan untuk melakukan klusterisasi. Untuk menentukan jumlah klaster yang terbaik, analisis dilakukan dengan menghitung nilai *Silhouette Score* untuk berbagai jumlah komponen (klaster). Nilai *Silhouette Score* menunjukkan kualitas klusterisasi, di mana nilai yang lebih tinggi menandakan pemisahan klaster yang lebih baik. Hasil evaluasi untuk berbagai jumlah komponen GMM adalah sebagai berikut:

**Tabel 4.** Hasil *Silhouette Score*

Berdasarkan Tabel 4, nilai *Silhouette Score* tertinggi adalah 0.5697, yang dicapai dengan 3 klaster. Oleh karena itu, jumlah klaster optimal untuk data ini adalah 3. Grafik *Silhouette Score* untuk berbagai jumlah klaster ditunjukkan pada gambar berikut:



**Gambar 5.** Grafik *Silhouette Score*

Setelah menentukan jumlah klaster optimal, GMM diaplikasikan untuk membentuk 3 klaster pada data saham. Setiap klaster mengelompokkan saham dengan karakteristik rasio Sharpe yang serupa. Tabel berikut menunjukkan pembagian saham ke dalam masing-masing klaster:

**Tabel 5.** Hasil *Clustering*

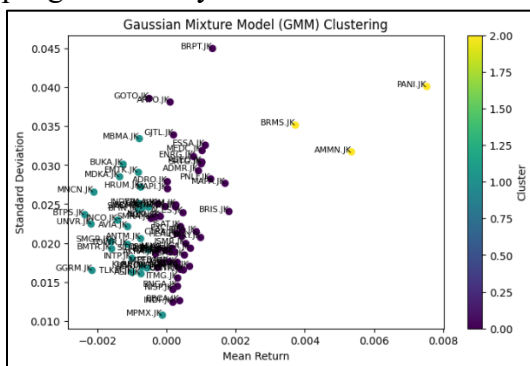
Jumlah Klaster	Silhouette Score
2	0.5082
3	0.5697
4	0.5563
5	0.5686
6	0.5319
7	0.5372
8	0.5149

Klaster	Daftar Saham
1	ACES.JK, EXCL.JK, GJTL.JK, GOTO.JK, HEAL.JK, UNTR.JK, INDF.JK, INKP.JK, ISAT.JK, ITMG.JK, JPFA.JK, JSMR.JK, MAPA.JK, MAPI.JK, ESSA.JK, MEDC.JK, MIKA.JK, MTEL.JK, MYOR.JK, NCKL.JK, NISP.JK, PGAS.JK, PGEO.JK, PNLF.JK, PTBA.JK, PWON.JK, SMRA.JK, SRTG.JK, TKIM.JK, MIDI.JK, ERAA.JK, ICBP.JK, BBTN.JK, AUTO.JK, ENRG.JK, ARTO.JK,

	BMRI.JK, AMRT.JK, BNGA.JK, BRIS.JK, BBCA.JK, BSDE.JK, BRPT.JK, AKRA.JK, ELSA.JK, CTRA.JK, CMRY.JK, CPIN.JK, ADRO.JK, ADMR.JK, BBNI.JK
2	TLKM.JK, SCMA.JK, SIDO.JK, SMGR.JK, ANTM.JK, ASII.JK, TOWR.JK, SMDR.JK, AVIA.JK, EMTK.JK, MNCN.JK, GGRM.JK, HRUM.JK, BUKA.JK, INCO.JK, BTPS.JK, INDY.JK, INTP.JK, MPMX.JK, UNVR.JK, BMTR.JK, MBMA.JK, MDKA.JK, BFIN.JK, BBRI.JK, KLBF.JK
3	AMMN.JK, PANI.JK, BRMS.JK

Visualisasi berikut dapat membantu dalam memahami pola pengelompokan saham berdasarkan karakteristik risiko-pengembaliannya.



**Gambar 3.** Plot GMM Clustering

Klaster 1 (ungu) mencakup sebagian besar saham dengan kinerja moderat, sementara Klaster 2 (hijau) didominasi oleh saham dengan pengembalian negatif.

Klaster 3 (kuning) berisi saham dengan pengembalian tinggi meskipun memiliki risiko yang lebih besar.

Selanjutnya dilakukan identifikasi saham dengan rasio Sharpe tertinggi, terendah, dan tengah di setiap klaster. Hal ini bertujuan untuk memberikan gambaran tentang kinerja saham berdasarkan pengelompokan risiko dan pengembalian.

**Tabel 6.** Ticker dengan Rasio Sharpe

Klaster	Tertinggi	Tengah	Terendah
1	BRIS.JK	AMRT.JK	AKRA.JK
2	MBMA.JK	KLBF.JK	GGRM.JK
3	PANI.JK	AMMN.JK	BRMS.JK

Saham dengan Rasio Sharpe tertinggi, seperti BRIS.JK di Klaster 1 dan PANI.JK di Klaster 3, menunjukkan kinerja terbaik dalam hal pengembalian risiko-terkoreksi. Sebaliknya, saham dengan rasio Sharpe terendah, seperti AKRA.JK di Klaster 1 dan GGRM.JK di Klaster 2, memiliki kinerja paling tidak efisien. Saham dengan rasio Sharpe tengah, seperti AMRT.JK di Klaster 1 dan AMMN.JK di Klaster 3, mewakili kinerja rata-rata di masing-masing klaster.

### E. Kinerja Saham pada Setiap Klaster

Selanjutnya dilakukan analisis lebih dalam kinerja saham di masing-masing klaster, baik dari segi matriks kovarians maupun rata-rata return. Analisis ini memberikan gambaran tentang hubungan antara risiko dan pengembalian untuk saham-saham dengan rasio Sharpe tertinggi, tengah, dan terendah di setiap klaster, serta implikasinya dalam pengambilan keputusan investasi.

**Tabel 7.** Matriks Kovarians dan Rata-rata Return

Kategori	Saham	Kovarians Terbesar	Kovarians Terkecil	Mean Return
	BRIS.JK	0.00058	0.00008	0.00181

<b>Rasio Sharpe Tertinggi</b>	MBMA.JK	0.00112	0.00013	-0.00078
	PANI.JK	0.00161	0.00008	0.00752
<b>Rasio Sharpe Tengah</b>	AMRT.JK	0.00029	-0.00000	0.00033
	KLBF.JK	0.00029	-0.00003	-0.00069
	AMMN.JK	0.00101	-0.00003	0.00535
<b>Rasio Sharpe Terendah</b>	AKRA.JK	0.00035	0.00001	-0.00031
	GGRM.JK	0.00027	0.00001	-0.00215
	BRMS.JK	0.00124	0.00003	0.00373

Saham dengan rasio Sharpe tertinggi menunjukkan peluang besar untuk memperoleh keuntungan, seperti yang terlihat pada PANI.JK, yang memiliki rata-rata return tertinggi namun juga diiringi oleh risiko yang relatif besar. Di sisi lain, saham dalam kategori rasio Sharpe tengah, seperti AMMN.JK, menawarkan kombinasi antara pengembalian yang baik dan risiko moderat, sehingga lebih sesuai untuk investor dengan toleransi risiko menengah. Sementara itu, pada klaster dengan rasio Sharpe terendah, saham seperti BRMS.JK tetap memberikan return positif meskipun tergolong dalam kelompok risiko rendah, berbeda dengan GGRM.JK yang mencatatkan rata-rata return terendah dalam klaster ini. Analisis ini mengindikasikan bahwa setiap klaster memiliki profil risiko dan pengembalian yang khas, sehingga dapat menjadi acuan dalam strategi investasi yang disesuaikan dengan preferensi investor.

#### F. Optimisasi Portofolio dengan *Whale Optimization Algorithm* (WOA)

Proses optimisasi portofolio dengan metode *Whale Optimization Algorithm* (WOA) untuk menentukan bobot portofolio optimal pada tiga kelompok saham, yaitu saham dengan rasio Sharpe tertinggi, tengah, dan terendah berdasarkan klasterisasi GMM. Setiap kelompok mewakili saham yang memiliki performa terbaik sesuai dengan rasio Sharpe yang dioptimalkan. Parameter

optimisasi WOA melibatkan iterasi sebanyak 100 *epoch*, ukuran populasi sebesar 100, dan tingkat probabilitas (*pr*) yang disesuaikan untuk masing-masing kelompok saham.

**Tabel 8.** Bobot *Weight High* WOA

<b>Index</b>	<b><i>weight</i></b>
<b>BRIS.JK</b>	0.46446
<b>MBMA.JK</b>	0.37176
<b>PANI.JK</b>	0.16378

Dalam Tabel 8, kelompok saham dengan rasio Sharpe tertinggi dan memiliki bobot paling besar dalam portofolio. BRIS.JK 46.446%, MBMA.JK 37.176%, dan PANI.JK 16.378% adalah saham dengan rasio Sharpe tertinggi, menunjukkan bahwa kelompok ini memberikan pengembalian terbaik dengan tingkat risiko yang relatif terkendali.

**Tabel 9.** Bobot *Weight Mid* WOA

<b>Index</b>	<b><i>weight</i></b>
<b>AMRT.JK</b>	0.46954
<b>KLBF.JK</b>	0.37594
<b>AMMN.JK</b>	0.15451

Dalam Tabel 9, kelompok saham dengan rasio Sharpe dan bobot menengah, yang berarti memberikan hasil yang lebih stabil, meskipun tidak setinggi kelompok pertama. Saham dalam kategori ini adalah AMRT.JK 46.954%, KLBF.JK 37.594%, dan AMMN.JK 15.451%.

**Tabel 10.** Bobot *Weight Low* WOA

<b>Index</b>	<b><i>weight</i></b>
<b>AKRA.JK</b>	0.23577
<b>GGRM.JK</b>	0.57051
<b>BRMS.JK</b>	0.19373

Dalam Tabel 10, kelompok saham dengan rasio Sharpe dan bobot yang lebih

kecil, yang kemungkinan memiliki risiko lebih tinggi atau pengembalian yang lebih rendah. Saham dalam kategori ini adalah AKRA.JK 23.577%, GGRM.JK 57.051%, dan BRMS.JK 19.373%.

#### G. Optimisasi Portofolio dengan *Grey Wolf Optimizer* (GWO)

Proses optimisasi portofolio kedua dilakukan menggunakan algoritma *Grey Wolf Optimizer* (GWO) tertinggi, tengah, dan terendah berdasarkan klasterisasi GMM. Parameter optimisasi GWO melibatkan iterasi sebanyak 100 *epoch*, ukuran populasi sebesar 100, dan tingkat probabilitas (*pr*) yang disesuaikan untuk masing-masing kelompok saham.

**Tabel 11.** Bobot *Weight High* GWO

Index	weight
BRIS.JK	0,56718
MBMA.JK	0,24851
PANI.JK	0,18432

Tabel 11 menunjukkan bobot masing-masing kelompok saham dengan rasio Sharpe tertinggi (*High* GWO). Saham BRIS.JK memiliki bobot dominan sebesar 56,718%, diikuti oleh MBMA.JK dengan 24,851%, dan PANI.JK sebesar 18,432%.

**Tabel 12.** Bobot *Weight Mid* GWO

Index	weight
AMRT.JK	0,41723
KLBF.JK	0,43489
AMMN.JK	0,14792

Tabel 12 menunjukkan bobot masing-masing kelompok saham dengan rasio Sharpe tengah (*Mid* GWO). Saham KLBF.JK memiliki bobot tertinggi sebesar 43,489%, diikuti oleh AMRT.JK sebesar 41,723%, dan AMMN.JK dengan alokasi yang lebih kecil sebesar 14,792%.

**Tabel 13.** Bobot *Weight Low* GWO

Index	weight
AKRA.JK	0,39510
GGRM.JK	0,53700
BRMS.JK	0,06797

Tabel 13 menunjukkan bobot masing-masing kelompok saham dengan rasio Sharpe terendah (*Low* GWO). Bobot portofolio didominasi oleh saham GGRM.JK dengan 53,700%, diikuti oleh AKRA.JK sebesar 39,510%, dan BRMS.JK yang memiliki bobot terkecil yaitu 6,797%.

#### H. Optimisasi Portofolio dengan *Mean-Variance* (MV)

Proses optimisasi portofolio ketiga dilakukan dengan pendekatan *Mean-Variance* (MV) yang meminimalkan risiko portofolio dengan mempertimbangkan rata-rata return. Metode ini menggunakan matriks kovarians return saham ( $\Sigma$ ) dan rata-rata return ( $\mu$ ) sebagai input utama untuk menentukan bobot portofolio optimal pada tiga kelompok saham, yaitu saham dengan rasio Sharpe tertinggi, tengah, dan terendah

**Tabel 14.** Bobot *Weight High* MV

Index	weight
BRIS.JK	0,567
MBMA.JK	0,246
PANI.JK	0,187

Tabel 14 menunjukkan bobot optimal portofolio untuk kelompok saham dengan rasio Sharpe tertinggi (*High*) yang dioptimalkan menggunakan pendekatan *Mean-Variance* (MV). Saham BRIS.JK memiliki bobot tertinggi sebesar 56,7%,

diikuti oleh MBMA.JK dengan bobot 24,6%, dan PANI.JK dengan bobot 18,7%.

**Tabel 15.** Bobot *Weight Mid MV*

Index	weight
AMRT.JK	0,415
KLBF.JK	0,435
AMMN.JK	0,150

Tabel 15 menyajikan hasil optimisasi bobot untuk kelompok saham dengan rasio Sharpe tengah (Mid) menggunakan pendekatan MV. Saham KLBF.JK memiliki bobot terbesar sebesar 43,5%, diikuti oleh AMRT.JK sebesar 41,5%, dan AMMN.JK dengan bobot 15%.

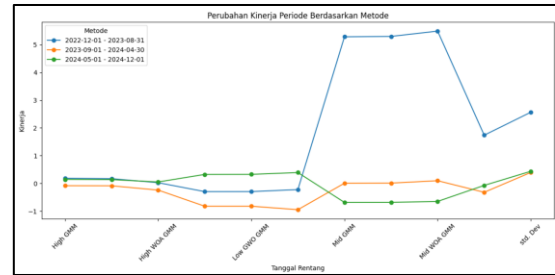
**Tabel 16.** Bobot *Weight Low MV*

Index	weight
AKRA.JK	0,397
GGRM.JK	0,536
BRMS.JK	0,067

Tabel 16 menunjukkan bobot masing-masing kelompok saham dengan rasio Sharpe terendah (*Low*) yang dioptimalkan menggunakan pendekatan *Mean-Variance* (MV). Saham GGRM.JK memiliki bobot terbesar sebesar 53,6%, diikuti oleh AKRA.JK sebesar 39,7%, sementara BRMS.JK hanya mendapatkan alokasi bobot sebesar 6,7%.

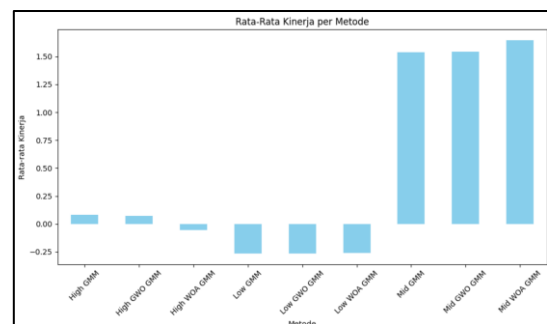
## I. Perbandingan Portofolio Performance

Hasil optimisasi portofolio menggunakan metode Whale Optimization Algorithm (WOA), Grey Wolf Optimization (GWO), dan Gaussian Mixture Model (GMM) menunjukkan perbedaan yang signifikan dalam kinerja setiap metode.



**Gambar 4.** Perubahan Kinerja Periode

Pada Gambar 4, terlihat grafik perubahan kinerja periode berdasarkan metode, terlihat adanya lonjakan signifikan pada Mid GMM pada periode 2023-2024, dengan nilai kinerja yang sangat tinggi pada periode tersebut. Metode Low WOA GMM dan Low GWO GMM menunjukkan kinerja yang lebih konsisten rendah, meskipun terdapat fluktuasi. Hal ini menunjukkan bahwa Mid GMM lebih mampu beradaptasi dengan perubahan kondisi pasar dibandingkan dengan metode lainnya.



**Gambar 5.** Rata-Rata Kinerja per Metode

Berdasarkan grafik rata-rata kinerja per metode pada Gambar 5, terlihat bahwa metode Mid GMM memberikan kinerja yang paling optimal dibandingkan dengan metode lainnya. Nilai rata-rata kinerja Mid GMM yang lebih tinggi, yaitu 1.536, yang menunjukkan pengembalian yang lebih tinggi dibandingkan dengan risiko yang diambil. Sementara itu, High WOA



GMM dan Low WOA GMM memiliki kinerja yang lebih rendah, dengan nilai rata-rata 0.082 dan -0.054, yang menunjukkan bahwa metode WOA tidak memberikan pengembalian yang sebanding dengan tingkat volatilitas yang dihasilkan.

**Tabel 17.** Perbandingan Hasil Performance

Method	Mean	Std. Dev	Sharpe Ratio
High GMM	0.082	0.118	0.697
Mid GMM	1.536	2.666	0.576
Low GMM	-0.265	0.468	-0.565
High GWO GMM	2.60	15.42	26.81
Mid GWO GMM	1.542	2.672	0.577
Low GWO GMM	-0.264	0.469	-0.562
High WOA GMM	-0.054	0.132	-0.410
Mid WOA GMM	1.646	2.735	0.602
Low WOA GMM	-0.260	0.547	-0.475

Dalam analisis statistik deskriptif dari seluruh metode, Mid GMM memiliki nilai tertinggi dengan Mean = 1.536 dan Sharpe Ratio = 0.576, yang menunjukkan bahwa metode ini memberikan pengembalian yang lebih tinggi relatif terhadap risiko yang ditanggung.

Metode WOA memiliki Sharpe Ratio negatif (-0.410) dan Mean = -0.054, yang menandakan bahwa metode ini kurang efektif dalam menghasilkan pengembalian optimal. Low WOA GMM

dan Low GWO GMM memiliki kinerja yang kurang baik, dengan Mean negatif dan Sharpe Ratio negatif, menunjukkan bahwa kedua metode ini tidak memberikan pengembalian yang memadai untuk tingkat risiko yang ditanggung.

Terdapat metode dengan hasil lebih tinggi yaitu Mid WOA GMM dengan Mean = 1.646 dan Sharpe Ratio = 0.602, tetapi volatilitasnya lebih tinggi (Standard Deviation = 2.735) membuat metode ini kurang stabil dibandingkan dengan Mid GMM.

**Tabel 18.** Perbandingan Performance Metode

Method	Mean	Std. Dev	Sharpe Ratio
<b>GMM</b>	0.451	1.084	0.236
<b>GWO</b>	0.451	1.085	0.221
<b>WOA</b>	0.444	1.138	-0.094

Berdasarkan Tabel 18, seluruh metode memberikan nilai rata-rata Mean ≈ 0.45, namun Sharpe Ratio untuk WOA negatif (-0.094), yang menunjukkan bahwa meskipun ada pengembalian positif, tingkat risiko yang ditanggung terlalu tinggi.

GMM dan GWO memiliki Sharpe Ratio yang lebih baik, yaitu 0.236 dan 0.221, yang menunjukkan bahwa kedua metode ini lebih efisien dalam mengelola pengembalian relatif terhadap risiko dibandingkan dengan WOA.

### KESIMPULAN

Analisis ini menggunakan data harga saham historis IDX80 dari 1 Desember 2022 hingga 1 Desember 2024 yang diperoleh melalui *finance.yahoo.com* dengan pustaka *yfinance*. Data berupa harga penutupan yang disesuaikan digunakan untuk



mengelompokkan saham berdasarkan rasio Sharpe menggunakan metode *Gaussian Mixture Model* (GMM). Selanjutnya, tiga metode optimisasi portofolio, yaitu *Whale Optimization Algorithm* (WOA), *Grey Wolf Optimizer* (GWO), dibandingkan dengan *Mean-Variance* (MV) yang diterapkan untuk membentuk portofolio optimal.

Hasil analisis menunjukkan bahwa metode GMM mampu mengelompokkan saham secara efektif ke dalam tiga klaster berdasarkan rasio Sharpe. Saham dalam klaster dengan rasio Sharpe tertinggi menawarkan peluang return terbaik, meskipun sering kali diiringi dengan risiko yang lebih besar. Sebaliknya, saham dengan rasio Sharpe terendah menunjukkan risiko yang lebih tinggi dan kinerja yang kurang efisien. Pendekatan metaheuristik seperti WOA dan GWO menghasilkan hasil yang lebih fleksibel dan adaptif dibandingkan dengan pendekatan konvensional MV, terutama di pasar yang volatil. Serta terbukti GWO lebih efisien dibandingkan WOA. Dari hasil optimisasi, metode Mid GMM menghasilkan kinerja terbaik dengan nilai rata-rata pengembalian tertinggi dan rasio Sharpe yang lebih besar dibandingkan dengan metode lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa pengelompokan saham dengan rasio Sharpe moderat dapat memberikan kombinasi ideal antara pengembalian optimal dan risiko yang terkendali.

Penelitian ini menggarisbawahi pentingnya pendekatan yang adaptif dalam pengelolaan portofolio saham, terutama dalam kondisi pasar yang dinamis. Metode *clustering* dengan GMM, diikuti oleh optimisasi berbasis metaheuristik, memberikan kerangka kerja yang dapat membantu investor membangun portofolio

yang lebih terdiversifikasi dengan risiko terkendali.

## SARAN

Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk:

1. Penggunaan model clustering alternatif seperti *K-Means++*, *Spectral Clustering*, atau *Hierarchical Clustering* dapat dieksplorasi untuk membandingkan efektivitasnya dengan GMM.
2. Mengingat efisiensi GWO dibandingkan dengan WOA dalam penelitian ini, penelitian mendatang dapat mengembangkan atau memodifikasi algoritma metaheuristik untuk meningkatkan efisiensi dan adaptabilitas. Misalnya, *hybridisasi* antara GWO dan algoritma lain dapat memberikan hasil optimisasi yang lebih baik.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anugrahayu, M. R., & Azmi, U. (2023). *Stock Portfolio Optimization Using Mean-Variance and Mean Absolute Deviation Model Based On K-Medoids Clustering by Dynamic Time Warping*. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 20(1), 164-183.
- [2] Farkhati, F., Hoyyi, A., & Wilandari, Y. (2014). Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Saham dengan Pendekatan Optimisasi Multiobjektif untuk Pengukuran *Value at Risk*. *Jurnal Gaussian*, 3(3), 371-380.
- [3] Nelson, A., Wistorohardjo, I. J., & Lienaldi, D. B. (2024). *Optimisasi Portofolio Saham dari Indeks LQ45 Menggunakan Metode Multi-Objective Grey Wolf Optimization (MOGWO)*.
- [4] S. M. Almufti, A. Ahmad Shaban, Z. Arif Ali, R. Ismael Ali, and J. A. Dela Fuente.

- (2023). “Overview of metaheuristic algorithms”. *Polaris Global Journal of Scholarly Research and Trends*, 2(2), 10–32.
- [5] Tandelilin, Eduardus. (2010). Portofolio dan Investasi (Edisi Pertama). Yogyakarta: Kanisius.
- [6] Lin, X., Yang, X., & Li, Y. (2019). A deep clustering algorithm based on Gaussian mixture model. *College of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou, China*.
- [7] Januzaj, Y., Beqiri, E., & Luma, A. (2023). Determining the optimal number of clusters using silhouette score as a data mining technique. *International Journal of Online and Biomedical Engineering (iJOE)*, 19(4).  
<https://doi.org/10.3991/ijoe.v19i04.37059>