

Visualização Volumétrica

Gabrielle Brandenburg – 1510542

Felipe Pessoa – 1411716

Introdução

A Visualização Volumétrica denota um conjunto de técnicas utilizadas para extração de informações relevantes de dados associados a regiões de um volume, denominados de dados volumétricos [1].

O objetivo deste trabalho foi aplicar o Método de Simpson de integração para realizar a visualização volumétrica do *CT scan* de uma cabeça, gerando uma imagem na qual cada pixel foi obtido através da Integral de Renderização Volumétrica:

$$I = \int_0^L \tau(d(s)) e^{-\int_0^s \tau(d(t)) dt} ds$$

Na equação acima, $d(\cdot)$ é densidade do volume, que é obtida diretamente do dado através de um algoritmo baseado em *ray casting*. $\tau(\cdot)$ é a função de transferência que representa a opacidade em função da densidade ao longo do raio.

Neste relatório será apresentado uma descrição de como foi feito o desenvolvimento do projeto e as técnicas utilizadas, assim como os resultados obtidos utilizando tanto o Método de Simpson Simples e o Adaptativo.

Desenvolvimento

O processo de visualização, implementado em C, consistiu em três etapas: obtenção dos dados do volume a ser visualizado, renderização utilizando traçado de raio e cálculo da integral para cada pixel da imagem de saída e por último salvamento da imagem de saída em formato PGM.

1. Obtenção dos dados do volume

O dado de teste utilizado foi um volume de dimensões 256x256x99. O arquivo de entrada que armazenava a os valores em bytes entre [0,255], foram colocados em um buffer com valores em double entre [0,1]. As dimensões N_x , N_y , N_z também foram guardadas junto com o volume em uma estrutura chamada CT.

2. Renderização

Essa foi a etapa principal e mais relevante do trabalho, na qual foi obtido o valor de cada pixel da imagem de saída. A visualização volumétrica implementada foi somente uma visualização monocromática, onde a intensidade de luz de cada pixel é obtida pela Integral de Renderização Volumétrica. A ideia utilizada para renderizar cada pixel foi baseada na técnica de *ray casting* para renderização de objetos 3D. Nesse método, lança-se um raio a partir de uma origem e em uma certa direção, e calcula-se o ponto de interseção com o objeto a ser visualizado para obter as informações de

visualização desse ponto. A Figura 1 ilustra o esquema do lançamento de raio para visualização de um volume.

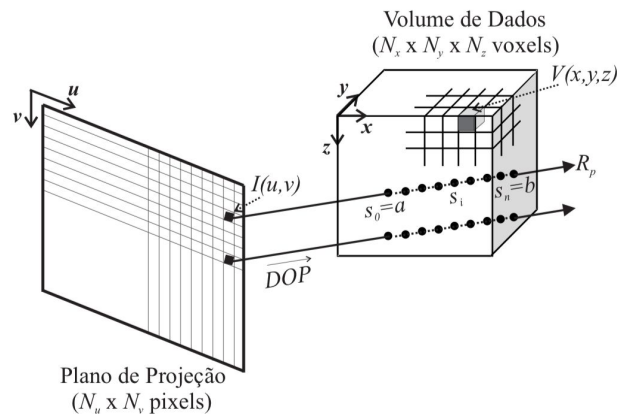


Figura 1: Ray Casting para visualização volumétrica. [2]

Para simplificação, neste trabalho o plano de projeção corresponde exatamente a uma das faces do volume a ser visualizado e a direção de projeção (DOP) é paralela ao eixo da profundidade.

A obtenção do valor de cada ponto u, v do plano de projeção (ou seja, de cada pixel x, y da imagem gerada) é feita pela integração de todos os valores intersectados pela reta do raio, a partir do ponto de entrada do raio no volume até o ponto de saída. Por exemplo, se o plano de projeção for N_x, N_z , a direção do raio é $(0,1,0)$ a integração de cada ponto é feita de $y = 0$ até $y = N_y - 1$.

Para visualizar o CT disponibilizado para teste no plano N_x, N_z , o valor de cada pixel foi obtido pela média da integral na coordenada $(2u, v)$ e na coordenada adjacente, $(2u+1, v)$. O pseudo-código da renderização implementada é o seguinte:

1. Estabelece a direção do raio
2. Para cada $u < N_u/2$ e $v < N_v$ do plano de projeção:
 3. Valor1 = integral na direção do raio com origem $(2u, v)$
 4. Valor2 = integral na direção do raio com origem $(2u+1, v)$
 5. Valor do pixel em $(u, v) = (\text{valor1} + \text{valor2}) / 2$

Para a calcular a integração, foi utilizado a abordagem de Newton-Cotes que consiste em aproximar a função a ser integrada por um polinômio que interpola alguns pontos dessa função. Neste trabalho, utilizamos o Método de Simpson, que é uma das fórmulas de Newton-Cotes cujo polinômio interpolante é uma parábola que interpola os pontos extremos do intervalo e o ponto médio [3]. A integral composta obtida pelo Método de Simpson é:

$$\int_a^b f(t)dt = \sum_{i=0}^n \frac{h}{6} (f(t_i) + 4f(\frac{t_i+t_{i+1}}{2}) + f(t_{i+1}))$$

Onde h é o passo de integração adotado e $t_0 = a$, $t_{n+1} = b$ e $t_{i+1} = t_i + h$.

No método adaptativo, o passo h não é constante. A partir do intervalo de integração inicial $[a, b]$, a integral é calculada para este intervalo com o passo $h = (a-b)$ e também calculada dividindo este intervalo por dois, calculando assim, a integral de $[a, (a+b)/2]$ e de $[(a+b)/2, b]$, ambas com o passo reduzido à metade $h/2$. Dessa forma, é possível obter um erro na integração através do próprio método, calculando a diferença entre o valor obtido com a integral no intervalo inteiro e com as duas integrais com metade do intervalo cada. Caso esse erro esteja acima de uma certa tolerância adotada, é feita uma nova avaliação na qual o passo h passa a ser $h/2$ e a integração é feita novamente para os dois novos intervalos e assim por diante, recursivamente, até que o passo adotado garanta um erro menor do que a

tolerância permitida. A vantagem da integração adaptativa nesse caso é garantir um passo h menor para áreas de alta frequência da função e um passo maior nas áreas de baixa frequência.

Como dito anteriormente, a integração é feita ao longo do comprimento do raio. Um raio é definido por uma reta paramétrica $O + tD$, onde O é o ponto de origem e D a direção. Os limites de integração são, portanto, de $t = 0$ até $t = L$, onde L é o limite da interseção do raio com o volume. A função é avaliada calculando-se o índice da amostra no volume através equação da reta paramétrica e acessando o valor da densidade no buffer de dados por esse índice.

O passo h da integração não necessariamente é inteiro, portanto, foi necessário obter o valor da densidade para os pontos t e $t+1$ do raio, e interpolar linearmente esses valores.

3. Geração do arquivo de saída

Após calcular os valores de iluminação para cada pixel, esses valores são normalizados entre 0 e 255 e um arquivo PGM é gerado para possibilitar a visualização do resultado final.

Resultados e Análise

O programa gerou corretamente a imagem final com o passo fixo. A seguir estão apresentados alguns resultados obtidos. "Simpson Simples" significa Método de Simpson com passo h fixo. "Com interpolação" significa que o passo de integração foi dado por um número ponto flutuante, o que levou à necessidade de interpolar os valores de densidade, já que os índices para acessar a densidade são inteiros.

Cada teste foi executado diversas vezes para se obter uma média do tempo levado para executar os cálculos das integrais.

1. Sem interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 4.0$

Os dados medidos se encontram na Figura 2 e o resultado na Figura 3.

t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	Média (s)
3.782	3.859	4.031	4.016	3.954	3.922	4.500	4.172	4.204	3.937	4.038

Figura 2: Medidas de tempo sem interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 4.0$.



Figura 3: Resultado sem interpolação e Simpson com passo fixo, com passo de integração $h = 4.0$.

2. Com interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 4.1$ (ponto flutuante maior que zero)

Os dados medidos se encontram na Figura 4 e o resultado na Figura 5.

t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	Média (s)
6.094	5.750	6.063	6.016	6.329	6.265	6.281	6.438	6.266	5.891	6.139

Figura 4: Medidas de tempo sem interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 4.1$.



Figura 5: Resultado com interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 4.1$.

Como pode-se observar, com passo de integração não inteiro, e portanto, com interpolação de duas amostras da densidade, a execução leva mais tempo, pois essa alteração faz com que, a cada iteração do cálculo das integrais, sejam necessárias duas avaliações da função de densidade.

3. Com interpolação e Simpson Simples, com passo de integração h variados

Foram feitos diversos testes para h variando de 3.5 a 15.5, podendo-se observar o efeito exponencial que o tempo de execução do cálculo das integrais sofre com a variação do passo. Os dados medidos se encontram na Figura 7.

Também foi observado o limite inferior (em verde) e superior (em vermelho) de h , para que a imagem fique em um nível aceitável. Para valores inferiores à 4, a imagem não melhora muito, e o tempo de execução aumenta exponencialmente, de modo que não compense valores muito baixos. Para valores superiores à 6.5, a imagem começa a perder sua forma pois acaba perdendo informações importantes, apesar do ganho do tempo de execução.

O resultado das imagens do passo $h = 3.5$ e $h = 15.5$ encontram-se na esquerda e direita da Figura 6, respectivamente.

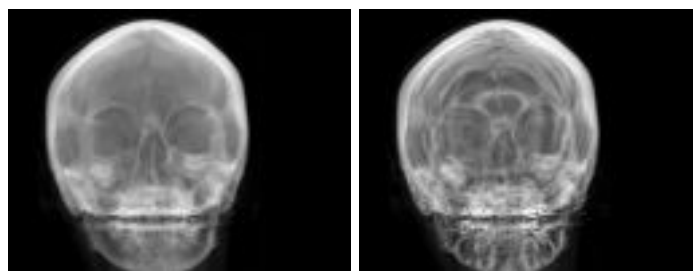


Figura 6: Resultado com interpolação e Simpson Simples, com passo de integração $h = 3.5$ e $h = 15.5$, respectivamente.

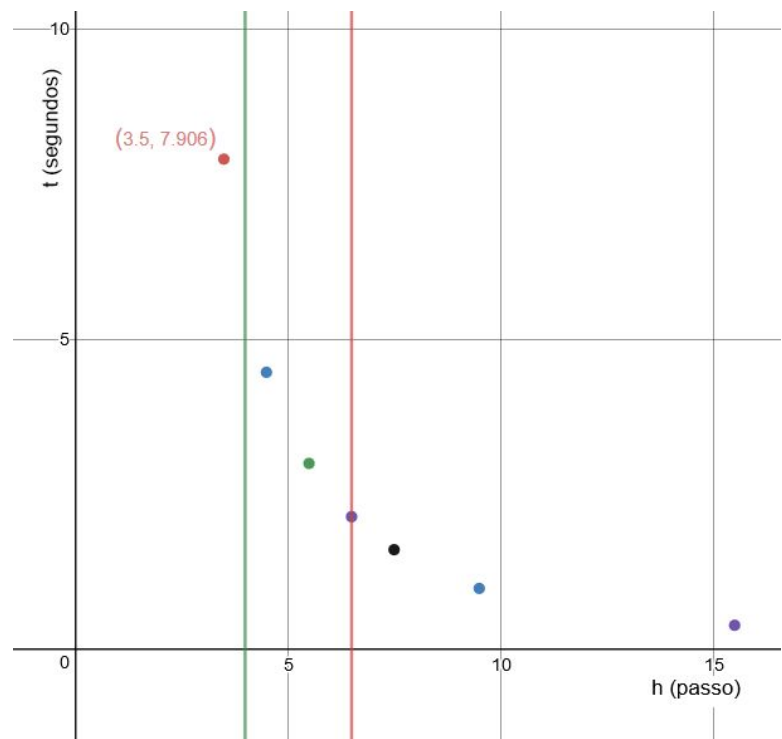


Figura 7 : Gráfico t (segundos) X h (passo).

4. Com interpolação e Simpson Adaptativo, com tolerância 10^{-3}

Os dados medidos se encontram na Figura 9 e o resultado na esquerda da Figura 11.

t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	Média (s)
6.609	6.688	6.579	6.531	6.703	6.657	6.844	6.438	6.485	6.484	6,602

Figura 9: Medidas de tempo sem interpolação e Simpson Adaptativo, com tolerância 10^{-3} .

5. Com interpolação e Simpson Adaptativo, com tolerância 10^{-4}

Os dados medidos se encontram na Figura 10 e o resultado na direita da Figura 11.

t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	Média (s)
78.468	71.844	80.640	81.219	80.515	80.438	80.438	80.375	79.688	81.281	79,491

Figura 10: Medidas de tempo sem interpolação e Simpson Adaptativo, com tolerância 10^{-4} .

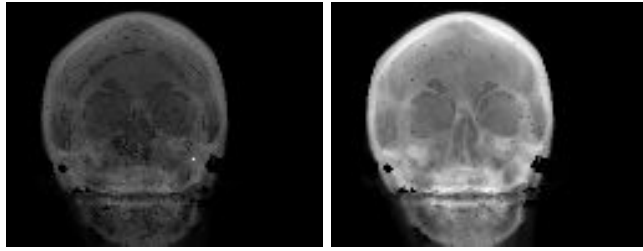


Figura 11: Resultado com interpolação e Simson Adaptativo, com tolerância 10^{-3} e 10^{-4} , respectivamente.

O Simpson Adaptativo para as tolerâncias adotadas não gerou um resultado satisfatório, acreditamos que possa ser pelo fato da função ser muito irregular e de alta frequência, e também porque o tamanho do passo é avaliado pelo próprio método e pode não ser tão confiável. É notável que o método adaptativo levou muito mais tempo para executar do que o método de passo fixo, acreditamos que seja justamente por conta da alta frequência da função. Pela comparação dos dois resultados, uma tolerância menor talvez gerasse um melhor resultado, porém tolerâncias de ordem menor que 10^{-4} tornaram a execução tão lenta que não foi possível obter os resultados melhores.

6. Outros ângulos de visualização

Com uma pequena modificação no loop de renderização, foi possível gerar a imagem a partir de outros ângulos, desde de que a direção do raio fosse paralela a um dos eixos do volume. Na Figura 12 é mostrado na esquerda a vista superior do volume, integrando na direção $(0, 0, -1)$ com as origens do raio sendo $(2i, 2j, n_z - 1)$ e $(2i+1, 2j+1, n_z - 1)$ para $i, j \in [0, 127]$ e os limites de integração sendo de 0 até $L = n_z - 1$. À direita, foi obtido uma vista lateral do volume, integrando na direção $(1, 0, 0)$, com as origens do raio sendo $(0, 2j, k)$ e $(0, 2j+1, k)$ para $j \in [0, 127]$, $k \in [0, 98]$ e os limites de integração de 0 até $L = n_x - 1$.

Para realizar a integração em uma direção não paralela a um dos eixos, seria necessário fazer uma interpolação trilinear das amostras próximas ao raio, pois dificilmente o raio teria uma interseção exata com o centro das amostras. Além disso, também seria necessário lidar com os valores de t para o qual o raio não intersecta o cubo do volume.

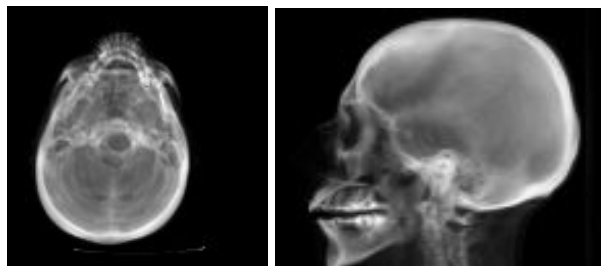


Figura 12: Vista superior e lateral do volume utilizando diferentes parâmetros para o raio e limites de integração.

Referência

1. PAIVA, A. C.; SEIXAS, R. B.; GATTASS, M.; "Introdução à Visualização Volumétrica", *Monografia em Ciência da Computação, PUC-Rio*, 107, 1999.
2. MANSSOUR, I. H.; FREITAS, C. M.; "Visualização Volumétrica", <https://www.inf.pucrs.br/manssour/Publicacoes/TutorialSib2002.pdf>, 01/12/2018.
3. SAUER, T., *Numerical Analysis*, 2a Edição, Pearson, 2012.