



**WYDZIAŁ
MATEMATYKI
I FIZYKI STOSOWANEJ**
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

Gabriel Lichacz

Rozpoznawanie rysunków grafów

Praca dyplomowa magisterska

Opiekun pracy:
dr Paweł Bednarz

Rzeszów, 2024

Spis treści

1. Wprowadzenie	6
1.1. Przegląd literatury	6
2. Teoria grafów	6
2.1. Definicje	6
3. Rozpoznawanie grafów	10
4. Wykorzystywane technologie	10
5. Testy	11
5.1. Wyniki	11
5.2. Wnioski	11
6. Podsumowanie i wnioski końcowe	12
Załączniki	13
Literatura	14

Wykaz symboli

C_n - graf cykliczny

D - digraf

$E(G)$ - zbiór krawędzi grafu G

$G(V_1, V_2)$ - graf dwudzielny

G - graf

$V(G)$ - zbiór wierzchołków grafu G

K_n - graf pełny

m - liczba krawędzi

n - liczba wierzchołków

N_n - graf pusty

P_n - graf liniowy

u, v, w, z - wierzchołki grafu G

W_n - koło

1. Wprowadzenie

Grafiy w matematyce można zdefiniować jako graficzną reprezentację danych, która przedstawia wartości w uporządkowany sposób, najczęściej w relacji do samych siebie. Teoria grafów to dziedzina obejmująca badanie grafów. Jest to bardzo ważne narzędzie w „dziedzinach od rachunku operacyjnego, chemii, po genetykę, lingwistykę oraz od elektroniki i geografii po socjologię i architekturę”[1]. Grafiy dają możliwość zobrazowania pewnych modeli, co jest szczególnie korzystne w rozpoznawaniu wzorców.

Rozpoznawanie wzorców, nam ludziom, pozwala na szybszą naukę przez rozpoznawanie czegoś, co już wcześniej widzieliśmy. W bardzo dużym uproszczeniu, algorytmy uczenia maszynowego działają w podobny sposób. Gdy model zostanie prawidłowo nauczony na pewnych danych, jest w stanie rozpoznawać podobne wzorce w innych, nigdy wcześniej nie widzianych miejscach.

Celem pracy jest zobrazowanie owej zależności, na przykładzie nauczania sieci neuronowej, w taki sposób, by po wytrenowaniu na kilku typach grafów stworzonych sztucznie, model był w stanie rozpoznać dane wzorce i je nazwać, w przestrzeni rzeczywistej.

1.1. Przegląd literatury

Lorem Ipsum is simply dummy text of the printing and typesetting industry. Lorem Ipsum has been the industry’s standard dummy text ever since the 1500s, when an unknown printer took a galley of type and scrambled it to make a type specimen book. It has survived not only five centuries, but also the leap into electronic typesetting, remaining essentially unchanged. It was popularised in the 1960s with the release of Letraset sheets containing Lorem Ipsum passages, and more recently with desktop publishing software like Aldus PageMaker including versions of Lorem Ipsum.

2. Teoria grafów

2.1. Definicje

Definicje zostały zaczerpnięte z literatury, z pozycji [1], [2] oraz [3].

Definicja 1. Grafem nieskierowanym, skończonym G nazywamy parę (V, E) , gdzie $V = V(G)$ jest zbiorem skończonym, niepustym, natomiast $E = E(V)$ jest rodziną mogących się powtarzać dwuelementowych podzbiorów niekoniecznie różnych elementów ze zbioru

V . Zbiór $V(G)$ nazywamy zbiorem wierzchołków (lub węzłami), a elementy tego zbioru nazywamy wierzchołkami i oznaczamy symbolami: $x, y, x_i, y_i, 1, 2, \dots$. Zbiór $E(G)$ nazywamy zbiorem krawędzi grafu G . Mówimy, że krawędź $\{v, w\}$ łączy wierzchołki v i w , i na ogół oznaczamy ją krócej symbolem vw .

Definicja 2. W wielu zagadnieniach nazwy wierzchołków są nieistotne, więc je pomijamy i mówimy wtedy, że graf jest nieoznakowany.

Definicja 3. Jeżeli w grafie G istnieją co najmniej dwie krawędzie $\{x, y\}$, to krawędź tę nazywamy krawędzią wielokrotną.

Definicja 4. Krawędź $\{x, x\}$ w grafie G nazywamy pętlą.

Definicja 5. Graf mający krawędzie wielokrotne nazywamy multigrafem.

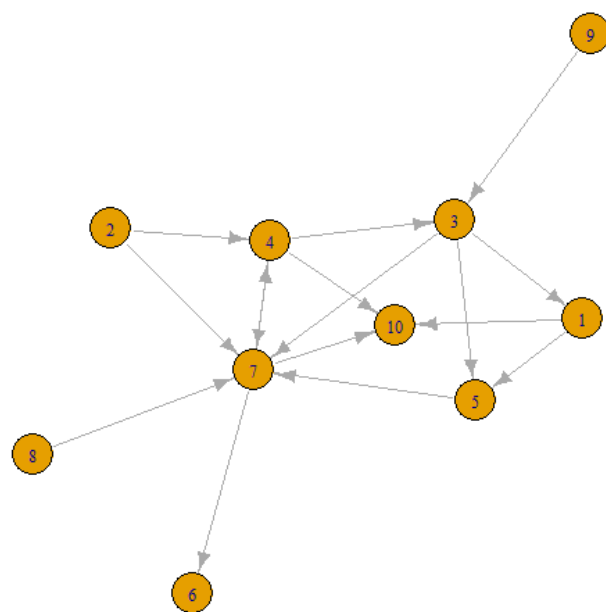
Definicja 6. Graf, który nie ma krawędzi wielokrotnych i pętli, nazywamy grafem prostym.

Definicja 7. Graf zawierający pętle nazywamy pseudografem.

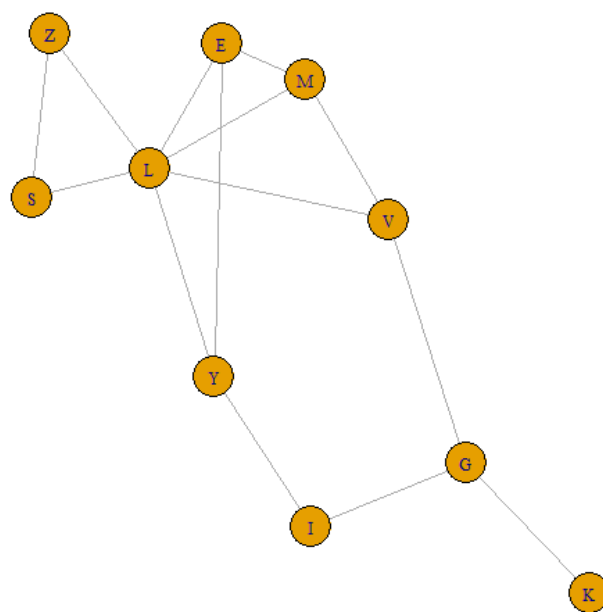
Definicja 8. Graf G taki, że $E(G) = \emptyset$, nazywamy grafem pustym. Jeżeli $|V(G)| = n$, to graf pusty oznaczony symbolem N_n . Każdy wierzchołek grafu pustego jest wierzchołkiem izolowanym.

Definicja 9. Graf prosty G taki, że każde dwa wierzchołki są sąsiednie, nazywamy grafem pełnym. Jeżeli $|V(G)| = n$, to graf pełny oznaczamy K_n .

Definicja 10. Graf G , którego zbiór wierzchołków można podzielić na dwa rozłączne, niepuste podzbiory V_1 i V_2 tak, że jeżeli $\{x, y\} \in E(G)$, to $x \in V_1 \vee y \in V_2$ nazywamy grafem dwudzielnym.



Rysunek 2.1: Przykład grafu skierowanego



Rysunek 2.2: Przykład grafu nieskierowanego

3. Rozpoznawanie grafów

Model uczenia maszynowego jaki został wykorzystany w testach to sieć neuro-
nowa

Do testów stworzone zostało kilka modeli sieci neuronowych, wytrenowanych na rysunkach grafów stworzonych za pomocą skryptów R. Implementacja została wykonana biblioteką TensorFlow oraz Keras w języku Python. Modele są w stanie rozpoznawać rysunki grafów i przypisywać im odpowiednie klasy. Celem było również przetestowanie modeli na rzeczywistych zdjęciach, zawierających wzorce przypominające grafy, bądź rysunkach grafów narysowanych ręcznie.

Stworzone zostały 3 modele: - wytrenowany na danych ze stałą liczbą wierzchołków - wytrenowany na danych ze stałą liczbą wierzchołków oraz walidacją krzyżową - wytrenowany na danych ze zmienną liczbą wierzchołków

4. Wykorzystywane technologie

Praca opiera się na wykorzystaniu języka R oraz Python do generowania zbiorów danych, wszelkich manipulacji na nich oraz ich klasyfikacji.



Rysunek 4.3: Logo R

Język R to szeroko stosowany w statystyce, analizie danych oraz naukach przyrodniczych język interpretowalny. Nie ma on skomplikowanej składni i jest przystosowany do bycia jak najbardziej przyjaznym dla nowego użytkownika. Oprócz dużych możliwości obliczeniowych, jest również świetnym narzędziem do wizualizacji danych, co spowodowało, że został wybrany do stworzenia zbioru danych. Grafy wygenerowane zostały przy pomocy biblioteki igraph w wersji 2.0.3. Jest to pakiet do tworzenia i analizy struktur sieci, a co za tym idzie oferuje bogaty wybór funkcji do generowania losowych i regularnych grafów oraz ich wizualizacji.



Rysunek 4.4: Logo Python

Język Python jest jednym z najpopularniejszych języków wysokopoziomowych ogólnego przeznaczenia. Zawdzięcza to swojej wszechstronności oraz prostocie składni. Znaczna liczba bibliotek pozwala na wykorzystywanie Pythona od prostych skryptów, przez analizę danych, aż po rozbudowane aplikacje, takie jak całe systemy największych gigantów technologicznych, np. Google. Język ten jest szeroko wykorzystywany w dziedzinie Data Science do wizualizacji, analizy i przetwarzania danych oraz w uczeniu maszynowym. Ostatnie z wymienionych zastosowań zdecydowało o wyborze języka Python jako narzędzia do stworzenia modelu klasyfikacji grafów. Wykorzystana została biblioteka Keras z pakietu Tensorflow.

5. Testy

5.1. Wyniki

Lorem Ipsum is simply dummy text of the printing and typesetting industry. Lorem Ipsum has been the industry's standard dummy text ever since the 1500s, when an unknown printer took a galley of type and scrambled it to make a type specimen book. It has survived not only five centuries, but also the leap into electronic typesetting, remaining essentially unchanged. It was popularised in the 1960s with the release of Letraset sheets containing Lorem Ipsum passages, and more recently with desktop publishing software like Aldus PageMaker including versions of Lorem Ipsum.

5.2. Wnioski

Lorem Ipsum is simply dummy text of the printing and typesetting industry. Lorem Ipsum has been the industry's standard dummy text ever since the 1500s, when an unknown printer took a galley of type and scrambled it to make a type specimen book. It has survived not only five centuries, but also the leap into electronic typesetting, remaining essentially unchanged. It was popularised in the 1960s with the release

of Letraset sheets containing Lorem Ipsum passages, and more recently with desktop publishing software like Aldus PageMaker including versions of Lorem Ipsum.

6. Podsumowanie i wnioski końcowe

Lorem Ipsum is simply dummy text of the printing and typesetting industry. Lorem Ipsum has been the industry's standard dummy text ever since the 1500s, when an unknown printer took a galley of type and scrambled it to make a type specimen book. It has survived not only five centuries, but also the leap into electronic typesetting, remaining essentially unchanged. It was popularised in the 1960s with the release of Letraset sheets containing Lorem Ipsum passages, and more recently with desktop publishing software like Aldus PageMaker including versions of Lorem Ipsum.

Załączniki

Lorem Ipsum is simply dummy text of the printing and typesetting industry. Lorem Ipsum has been the industry's standard dummy text ever since the 1500s, when an unknown printer took a galley of type and scrambled it to make a type specimen book. It has survived not only five centuries, but also the leap into electronic typesetting, remaining essentially unchanged. It was popularised in the 1960s with the release of Letraset sheets containing Lorem Ipsum passages, and more recently with desktop publishing software like Aldus PageMaker including versions of Lorem Ipsum.

Literatura

- [1] Wilson R.J.: Wprowadzenie do teorii grafów. PWN, Warszawa 2012.
- [2] Włoch A., Włoch I.: Matematyka dyskretna. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2008.
- [3] Wojciechowski J., Pieńkosz K.: Grafy i sieci. PWN, Warszawa 2013.
- [4] Fenner M.E.: Uczenie maszynowe w Pythonie dla każdego. Helion SA, Gliwice 2020.
- [5] Geron A.: Uczenie maszynowe z użyciem Scikit-Learn i TensorFlow. Helion SA, Gliwice 2020.
- [6] Seenappa M.G.: Graph Classification using Machine Learning Algorithms. Master's Projects. 725, DOI: <https://doi.org/10.31979/etd.b9pm-wpng>, San Jose State University 2019.
- [7] <http://student.krk.pl/026-Ciosek-Grybow/rodzaje.html>. Dostęp 26.03.2024.
- [8] <http://wms.mat.agh.edu.pl/~md/ang-pol.pdf>. Dostęp 29.03.2024.
- [9] <https://cran.r-project.org/web/packages/igraph/index.html>. Dostęp 10.03.2024.

STRESZCZENIE PRACY DYPLOMOWEJ MAGISTERSKIEJ

ROZPOZNAWANIE RYSUNKÓW GRAFÓW

Autor: Gabriel Lichacz, nr albumu: 164174

Opiekun: dr Paweł Bednarz

Słowa kluczowe: (max. 5 słów kluczowych w 2 wierszach, oddzielanych przecinkami)

Treść streszczenia po polsku

MSC THESIS ABSTRACT

RECOGNITION OF GRAPHS

Author: Gabriel Lichacz, nr albumu: 164174

Supervisor: Paweł Bednarz PhD

Key words: (max. 5 słów kluczowych w 2 wierszach, oddzielanych przecinkami)

Treść streszczenia po angielsku