



**INSTITUTO  
FEDERAL**

Santa Catarina

---

Câmpus  
São José

## **Caderno da Matéria**

Meios de Transmissão Guiados

# Sumário

<b>1. Parâmetros primários da L.T. (Linha de Transmissão)</b>	<b>4</b>
1.1. Cabo Coaxial	4
1.1.1. Resistência por unidade de comprimento $[\Omega/m]$	4
1.1.2. Indutância por unidade de comprimento $[H/m]$	4
1.1.3. Capacitância por unidade de comprimento $[F/m]$	4
1.1.4. Condutância por unidade de comprimento $[S/m]$	4
<b>2. Equações telegráficas</b>	<b>6</b>
2.1. Lei de Kirchhoff para a linha de transmissão	6

$$\begin{aligned}
e^{j\theta} &= \cos(\theta) + j \sin(\theta) \\
re^{j\theta} &= r \cos(\theta) + jr \sin(\theta) = r \angle \theta
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{e^{j\theta}\} &= \cos(\theta) & \operatorname{Im}\{e^{j\theta}\} &= \sin(\theta) \\
\operatorname{Re}\{re^{j\theta}\} &= r \cos(\theta) & \operatorname{Im}\{re^{j\theta}\} &= r \sin(\theta)
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
A(z, t) &= A_0 \cos(\omega t - \beta z) \\
A(z, t) &= \operatorname{Re}\{A(z, t)e^{j(\omega t - \beta z)}\} \\
A(z, t) &= \operatorname{Re}\{A_0 e^{j\omega t} e^{-j\beta z}\} \\
A_s &= A_0 e^{-j\beta z}
\end{aligned} \tag{3}$$

- Instantâneo  $\longrightarrow$  Fasorial:

Tira  $e^{j\omega t}$  e  $\operatorname{Re}\{\cdot\}$

- Fasorial  $\longrightarrow$  Instantâneo:

Colocar  $e^{j\omega t}$  e  $\operatorname{Re}\{\cdot\}$

### Exercícios

1. Transforme as seguintes funções instantâneas em fasoriais:

a)  $A(t) = 16 \cos(\pi 10^6 t - \frac{\pi}{3})$

$$\begin{aligned}
A_s &= 16 \cos\left(\pi 10^6 t - \frac{\pi}{3}\right) \\
A_s &= \operatorname{Re}\{16e^{-j\frac{\pi}{3}}\} \\
A_s &= 16e^{-j\frac{\pi}{3}}
\end{aligned} \tag{4}$$

b)  $A(x, t) = A_0 \sin(4\pi 10^8 t + 2x)$

$$\begin{aligned}
A_s &= A_0 \sin(4\pi 10^8 t + 2x) \\
A_s &= \operatorname{Re}\{A_0 e^{j4\pi 10^8 t + j2x}\} \\
A_s &= A_0 e^{j2x}
\end{aligned} \tag{5}$$

2. Transforme as seguintes funções fasoriais em instantâneas:

a)  $A_s = 10e^{j\frac{\pi}{4}}$

$$\begin{aligned}
A_s &= 10e^{j\frac{\pi}{4}} \\
A_s(t) &= \operatorname{Re}\{10e^{j\frac{\pi}{4}} e^{j\omega t}\} \\
A_s(t) &= 10 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)
\end{aligned} \tag{6}$$

b)  $A_s = 5je^{j3\frac{\pi}{4}}$

$$\begin{aligned}
A_s &= 5je^{j3\frac{\pi}{4}} \\
A_s(t) &= \text{Re}\{5je^{j3\frac{\pi}{4}}e^{j\omega t}\} \\
A_s(t) &= \text{Re}\{5je^{j(3\frac{\pi}{4}+\omega t)}\} \\
A_s(t) &= \text{Re}\left\{5j\left(\cos\left(3\frac{\pi}{4}+\omega t\right) + j\sin\left(3\frac{\pi}{4}+\omega t\right)\right)\right\} \\
A_s(t) &= -5\sin\left(\omega t + 3\frac{\pi}{4}\right)
\end{aligned} \tag{7}$$

## 1. Parâmetros primários da L.T. (Linha de Transmissão)

- $R'$  = Resistência por unidade de comprimento
- $L'$  = Indutância por unidade de comprimento
- $G'$  = Condutância por unidade de comprimento
- $C'$  = Capacitância por unidade de comprimento
- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  = Permeabilidade magnética do vácuo
- $\mu_r$  = Permeabilidade magnética relativa do meio
- $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  = Permissividade elétrica do vácuo
- $\varepsilon_r$  = Permissividade elétrica relativa do meio

### 1.1. Cabo Coaxial

- $\sigma_c$  = Condutividade do condutor
- $\sigma_d$  = Condutividade do dielétrico
- $a$  = Raio do interno
- $b$  = Raio do externo

#### 1.1.1. Resistência por unidade de comprimento $[\Omega/m]$

$$R' = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma_c}} \tag{8}$$

#### 1.1.2. Indutância por unidade de comprimento $[H/m]$

$$L' = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{9}$$

#### 1.1.3. Capacitância por unidade de comprimento $[F/m]$

$$C' = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \tag{10}$$

#### 1.1.4. Condutância por unidade de comprimento $[S/m]$

$$G' = \frac{2\pi\sigma_d}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \tag{11}$$

## Exercícios

1. Calcule os parâmetros primários da linha de transmissão para um cabo coaxial com as seguintes características:

$$\begin{aligned}
 f &= 1 \text{ GHz} \\
 a &= 0.45 \text{ mm} \\
 b &= 1.47 \text{ mm} \\
 \sigma_d &= 0 \\
 \sigma_c &= 5.8 \cdot 10^7 \text{ S/m} \\
 \varepsilon_r &= 2.26 \\
 \mu_r &= 1
 \end{aligned} \tag{12}$$

Resistência por unidade de comprimento:

$$\begin{aligned}
 R' &= \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma_c}} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{0.45 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1.47 \cdot 10^{-3}} \right) \sqrt{\frac{\pi 10^9 4\pi 10^{-7}}{5.8 \cdot 10^7}} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{10^{-3}} \left( \frac{1}{0.45} + \frac{1}{1.47} \right) \sqrt{\frac{4\pi^2 10^9 10^{-7}}{5.8 \cdot 10^7}} \\
 &= \frac{1}{2\pi} 10^3 \left( \frac{1}{0.45} + \frac{1}{1.47} \right) \sqrt{\frac{4\pi^2 10^{-5}}{5.8}} \\
 &= \frac{1}{2\pi} 10^3 \left( \frac{1}{0.45} + \frac{1}{1.47} \right) 2\pi 10^{-2} \sqrt{\frac{10^{-1}}{5.8}} \\
 &= 10 \left( \frac{1}{0.45} + \frac{1}{1.47} \right) \sqrt{\frac{1}{58}} \\
 &= 3.81 [\Omega/m]
 \end{aligned} \tag{13}$$

Indutância por unidade de comprimento:

$$\begin{aligned}
 L' &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right) \\
 &= 4\pi \frac{10^{-7}}{2\pi} \ln \left( \frac{1.47}{0.45} \right) \\
 &= 2\pi 10^{-7} \ln \left( \frac{1.47}{0.45} \right) \\
 &= 2\pi 10^{-7} \ln(3.27) \\
 &= 2\pi 10^{-7} 1.18 \\
 &= 2.36 \cdot 10^{-7} [H/m]
 \end{aligned} \tag{14}$$

Capacitância por unidade de comprimento:

$$\begin{aligned}
C' &= \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \\
&= \frac{2\pi(2.26 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12})}{\ln\left(\frac{1.47}{0.45}\right)} \\
&= \frac{2\pi(2.26 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12})}{1.18} \\
&= 106.54 \cdot 10^{-12} [F/m]
\end{aligned} \tag{15}$$

Condutância por unidade de comprimento:

$$\begin{aligned}
G' &= \frac{2\pi\sigma_d}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \\
&= \frac{2\pi 0}{\ln\left(\frac{1.47}{0.45}\right)} \\
&= 0 [S/m]
\end{aligned} \tag{16}$$

2. Calcule os parâmetros primários da linha de transmissão para um cabo coaxial com as seguintes características:

$$\begin{aligned}
a &= 0.47 \text{ mm} \\
b &= 1.435 \text{ mm} \\
f &= 800 \text{ MHz} \\
\sigma_c &= 5.8 \cdot 10^7 S/m \\
\mu_r &= 1 \\
\epsilon_r &= 2.26 \\
\sigma_d &= 10^{-16} S/m
\end{aligned} \tag{17}$$

## 2. Equações telegráficas

### 2.1. Lei de Kirchhoff para a linha de transmissão

$$\begin{aligned}
V(z, t) - v(z + \Delta z, t) &= R' \Delta z i(z, t) + L' \Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\
\frac{V(z, t) - V(z + \Delta z, t)}{\Delta z} &= R' i(z, t) + L' \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}
\end{aligned} \tag{18}$$