



**INSTITUTO  
FEDERAL**

Santa Catarina

---

Câmpus  
São José

## **Modulação em Frequência (*FM*)**

Sistemas de Comunicações I

**Gabriel Luiz Espindola Pedro**

16 de Abril de 2024

# Sumário

1. Introdução .....	3
2. Fundamentação teórica .....	4
3. Análise dos resultados .....	6
4. Conclusões .....	8
Bibliografia .....	9

# 1. Introdução

Este relatório aborda os fundamentos teóricos e práticos da modulação em frequência (FM) em sistemas de comunicações. Na seção de fundamentação teórica, serão apresentados os conceitos essenciais relacionados à modulação e demodulação de sinais FM, com base nas seções 9.1, 9.2, 9.3 e 9.4 do livro Matlab SDR. O objetivo é compreender como um sinal de informação é modulado em frequência, gerando um sinal FM e como esse processo pode ser revertido na demodulação para recuperar o sinal original. Para ilustrar esses conceitos, serão utilizadas simulações computacionais em Python, mostrando o processo de modulação de um sinal senoidal e sua posterior demodulação. Por meio dessas análises, busca-se uma compreensão mais profunda dos princípios fundamentais da modulação em frequência e suas aplicações em sistemas de comunicações.

## 2. Fundamentação teórica

Uma das formas mais simples de modulador FM analógico é o *Voltage Controller Oscillator (VCO)*. Este dispositivo, mostrado abaixo na Figura 1, gera um sinal senoidal, cuja fase (e, portanto, efetivamente a frequência) muda em resposta a variações de amplitude de um sinal de controle de entrada.

Figura 1: Fonte[1]

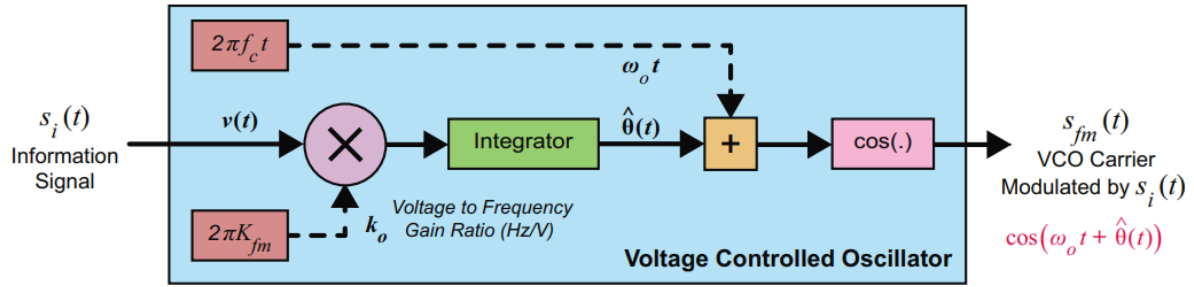


Figure 9.2: Utilising a VCO to perform FM modulation

;

Quando o sinal de controle é inserido no VCO, ele é multiplicado por  $K_{fm}$  ma constante que representa a 'razão de ganho de tensão para frequência' do dispositivo (medida em Hz/V). O produto de  $K_{fm}$  e o sinal de controle é então integrado (alterando sua fase em 90 graus). O sinal integrado é denotado por  $\hat{\theta}(t)$ :

$$\hat{\theta}(t) = k_0 \int_{-\infty}^t v(t) dt \quad (1)$$

Podemos então expressar a saída do VCO como, sendo  $k_0 = 2\pi K_{fm}$ :

$$s_{fm}(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + 2\pi K_{fm} \cdot \int_{-\infty}^t s_i(t) dt\right) \quad (2)$$

O sinal *FM* pode ser classificado com base na sua largura de banda, podendo ser considerado *Narrowband (NFM)* ou *Wideband (WFM)*, dependendo do valor de índice de modulação, caso ele seja muito maior que 1, o sinal é considerado *WFM*, caso contrário, *NFM*.

No caso do *NFM*, aproximações são viáveis devido ao desvio máximo de frequência permitido ser pequeno (5kHz). Isso simplifica a equação fundamental, tornando-a semelhante à equação do sinal *AM-DSB-TC*. A diferença crucial é que no *NFM*, a banda lateral inferior é invertida. Esta semelhança espectral implica larguras de banda aproximadamente iguais. Devido à sua eficiência espectral e baixo custo, o *NFM* é amplamente utilizado em aplicações de voz, como microfones sem fio e rádios em veículos de emergência.

O rádio FM comercial utiliza o padrão de FM de banda larga (WFM), com um desvio de frequência de 75kHz e uma largura de banda limitada, geralmente de 200kHz. Isso resulta em estações de rádio FM sendo posicionadas a intervalos de 0.2MHz no dial dos rádios analógicos. A largura de banda precisa ser limitada devido à criação teórica de um número infinito de bandas laterais durante o processo de modulação. As bandas laterais são múltiplos positivos e negativos da frequência do sinal de informação em torno da portadora. Para analisar um sinal WFM modulado por tom único, são utilizadas funções de Bessel, onde as bandas laterais são indexadas pelo símbolo  $n$ . A largura de banda de um sinal WFM pode ser estimada encontrando as frequências dos componentes laterais superior e inferior que contêm uma quantidade significativa de potência, usando a regra de Carson. Reguladores limitam o número de bandas laterais que podem ser transmitidas com sinais WFM, com estações limitadas a 200kHz no Reino Unido. Embora isso permita a transmissão de aproximadamente 98% da energia modulada total, a filtragem de banda passante dos sinais WFM pode ter um pequeno efeito prejudicial na qualidade do sinal.

Para realizarmos a demodulação de um sinal FM, podemos utilizar o técnicas de diferenciação, obtendo assim a informação juntamente com componentes de alta frequência, onde a informação está contida dentro do envelope da onda:

Figura 2: Fonte[1]

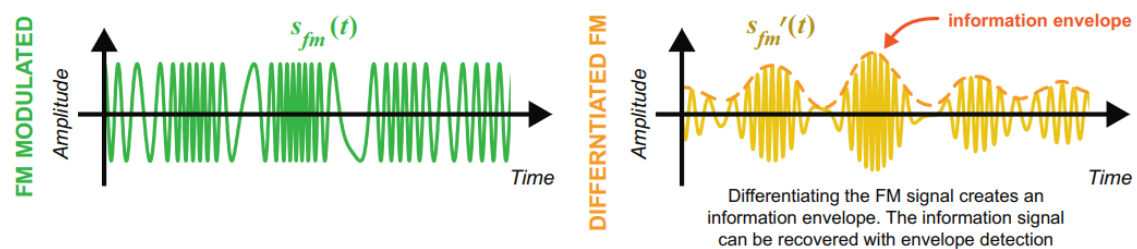


Figure 9.8: Sketch of an FM signal in the time domain before (left), and after (right) the differentiation operation

### 3. Análise dos resultados

Utilizando a linguagem de programação *Python* e bibliotecas de cálculo numérico, podem realizar simulações para modulação e demodulação de sinais FM.

A Figura 3 demonstra a modulação de um sinal senoidal de frequência 15kHz e amplitude 1V.

Analisando no domínio do tempo o sinal modulado notamos um adensamento de ondas devido a variação da frequência, onde a frequência é maior, maior é o adensamento. Podemos verificar no domínio da frequência que o sinal modulado possui várias componentes de frequência, quase como se fossem impulsos, podemos verificar que o espaçamento entre é igual a  $K_{fm} = 75\text{kHz}$ .

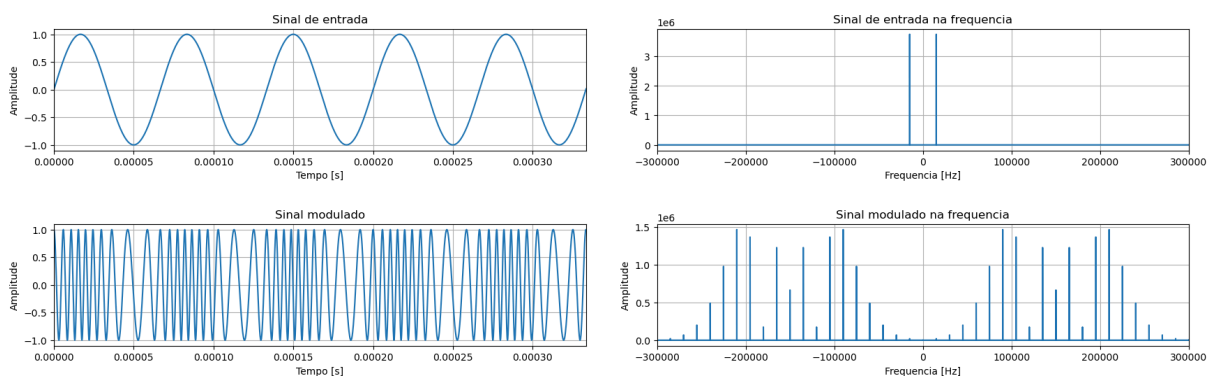


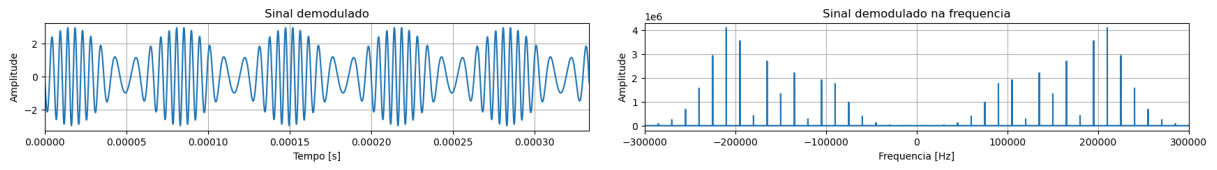
Figura 3: Sinal modulado

O código gerador dos sinais demonstrados na Figura 3 é apresentado a seguir:

```
1 si_t = sin(2 * pi * fi * t) # Sinal de entrada
2 Si_f = fftshift(fft(si_t)) # Sinal de entrada na frequencia
3
4 kfm = int(75e3) # Desvio de frequencia em Hz
5 k0 = 2 * pi * kfm # Desvio de frequencia em rad/s
6
7 theta_hat_t = k0 * np.cumsum(si_t) * ts # Sinal integrado 0 a t
8
9 c_t = Ac * cos(2 * pi * fc * t + theta_hat_t) # Sinal modulado
10 C_f = fftshift(fft(c_t)) # Sinal modulado na frequencia
```

Para efeito de simulação discreta foi utilizado uma integração por meio da função de soma cumulativa `np.cumsum` para obter o sinal integrado.

Para realização da demodulação do sinal modulado, utilizamos a técnica de diferenciação discreta, onde a informação é obtida juntamente com componentes de alta frequência, onde a informação está contida dentro do envelope da onda.



*Figura 4: Sinal modulado*

Para a análise não foi extraída a informação contida no envelope da onda, para realização seria necessário de ferramentas matemáticas como a transformada de Hilbert.

## 4. Conclusões

Neste relatório, exploramos os princípios fundamentais da modulação em frequência (FM) em sistemas de comunicações. Iniciamos revisando os conceitos teóricos envolvidos na modulação e demodulação de sinais FM, destacando a importância do Voltage Controlled Oscillator (VCO) como um dos dispositivos-chave na geração de sinais FM. Discutimos também as características de sinais FM estreitos (NFM) e largos (WFM), assim como as implicações práticas da largura de banda limitada em transmissões FM comerciais.

Em seguida, utilizamos simulações computacionais em Python para demonstrar o processo de modulação e demodulação de sinais FM. Através dessas simulações, pudemos visualizar as alterações na forma de onda e no espectro de frequência durante esses processos, evidenciando a relação entre o sinal de informação e o sinal modulado.

Embora tenhamos obtido resultados promissores nas simulações, é importante ressaltar que a extração eficiente da informação demodulada requer técnicas adicionais, como a utilização da transformada de Hilbert para analisar o envelope da onda. Portanto, há oportunidades para estender este estudo, aprofundando a análise da demodulação e explorando aplicações práticas em sistemas de comunicações reais.

No geral, este relatório oferece uma base sólida para compreender os princípios básicos da modulação em frequência e suas aplicações, fornecendo uma plataforma para investigações futuras e desenvolvimentos nesta área crucial da engenharia de comunicações.



## Bibliografia

- [1] R. W. Stewart, K. W. Barlee, e D. S. W. Atkinson, *Software Defined Radio using MATLAB & Simulink and the RTL-SDR*, Paperback. Strathclyde Academic Media, 2015, p. 672–673. [Em linha]. Disponível em: <https://lead.to/amazon/com/?op=bt&la=en&cu=usd&key=0992978718>