Projeto Álgebra Linear

Análise dos Componentes Principais em um Conjunto de Dados

Gabriel Luiz dos Santos Silva
João Pedro Borges Baeta

06 dezembro 2022

1 Introdução

Este trabalho contém a análise de informações correspondentes ao custo de vida em quase 5000 cidades espalhadas pelo mundo. Toda a análise pode ser vista no JupyterNotebok chamado "principal-book-analysis.ipynb" no Github

Github: https://github.com/gabrielluizone/Principal-Component-Analysis

Os dados foram extraídos da base de dados do site Numbeo (https://numbeo.com), onde se disponibiliza, por meio da contribuição dos mais de 700 mil contribuidores, o custo de vida de mais de 10 mil cidades espalhadas pelo planeta. Os dados estão disponível para download no Kaggle pelo usuário mvieira101, chamado "global-cost-of-living"

Observação 1 Ao todo foram 54 itens utilizados para o cálculo do custo de vida nas cidades espalhadas pelo mundo. Para não haver a poluição da página, os itens podem ser visto na pasta "data" contendo o dicionário das colunas no Github

2 Ferramentas e Metodologias Adotadas

Foram utilizadas as seguintes ferramentas e bibliotecas para a análise, tratamento e calculos dos dados sobre o custo de vida das cidades no mundo.

- JupyterNotebook (Python)
- Pandas
- NumPy
- MatPlotLib
- Seaborn
- Sklearn

Para que seja possivel a realização do estudo, é necessário atender os requisitos para a realização da análise dos components principais, para isso, o conjunto de dados escolhido continha somente variváveis númericas com exceção dos países e suas cídades. Foram removidas linhas no qual, de acordo com o os próprios dados, eram considerados dados de baixa qualidade e os que continham dados nulos.

3 Analisando os Componentes Principais

Análise 1 O primeiro passo do estudo, é nescessário criar a Matriz de Covariância, e para isso foi necessário padronizar as variáveis pela Matriz de Correlação, para que sejam comparadas entre si. Para isso utiliza-se essa fórmula: (x- Média) / Desv. Padrão

```
# Pegando as médias das colunas
mean = np.mean(df, axis=0)

# Padronizando os dados | A matriz subtraido pelo vetor de médias, x - média
P = df - np.tile(mean, (df.shape[0], 1))

# Dividindo pelo desvio padrão
M = P / df.std()
```

Após a utilização da fórmula acima, temos a matriz de correlação

```
# Matriz de Correlação
Cor = M.T.dot(M) / (df.shape[0] - 1)
Cor.iloc[:3, :7]
```

	Salário Líquido Médio Mensal (Após Impostos)	Taxa de Juros de Hipoteca em Percentuais (%), Anual, por 20 Anos Taxa Fixa	1 par de jeans (Levis 501 ou similar)	1 Vestido de Verão numa Rede de Lojas (Zara, H&M, ...)	1 par de tênis de corrida Nike (gama média)	1 par de sapatos masculinos de negócios em couro	Preço por metro quadrado para comprar apartamento no centro da cidade
Salário Líquido Médio Mensal (Após Impostos)	1.00	-0.47	0.30	0.22	0.18	0.48	0.56
Taxa de Juros de Hipoteca em Percentuais (%), Anual, por 20 Anos Taxa Fixa	-0.47	1.00	-0.46	-0.04	-0.02	-0.33	-0.37
1 par de jeans (Levis 501 ou similar)	0.30	-0.46	1.00	0.44	0.44	0.65	0.41

E pela utilização da variável "P", foi criada a matriz de Covariância

```
# Matriz de Covariância | Matriz Transposta
Cov = P.T.dot(P) / (df.shape[0] - 1)
Cov.iloc[:3, :8]
```

	Salário Líquido Médio Mensal (Após Impostos)	Taxa de Juros de Hipoteca em Percentuais (%), Anual, por 20 Anos Taxa Fixa	1 par de jeans (Levis 501 ou similar)	1 Vestido de Verão numa Rede de Lojas (Zara, H&M, ...)	1 par de tênis de corrida Nike (gama média)	1 par de sapatos masculinos de negócios em couro	Preço por metro quadrado para comprar apartamento no centro da cidade	Preço por metro quadrado para comprar apartamento fora do centro
Salário Líquido Médio Mensal (Após Impostos)	2571744.81	-3951.15	11516.90	3804.26	10712.63	28565.92	3084135.44	1986601.26
Taxa de Juros de Hipoteca em Percentuais (%), Anual, por 20 Anos Taxa Fixa	-3951.15	27.09	-57.62	-2.08	-3.72	-64.76	-6554.99	-3793.12
1 par de jeans (Levis 501 ou similar)	11516.90	-57.62	572.90	116.13	389.66	578.70	34103.69	21396.87

Análise 2 Segundo passo, a partir da matriz de Covariância, precisamos encontrar os autovalores e os autovetores, e depois ordena-los em ordem decrescente

```
autovalores, autovetores = np.linalg.eig(Cov)
print(f'>> 1º Autovalor\n{autovalores[0]}\n\n>> 1º Auto
```

```
>> 1º Autovalor
156704992.4841355

>> 1º Autovetor
[-2.08397926e-02  1.32513672e-01  3.51078693e-04 -9.76190343e-02
 -6.81281743e-01  3.34672829e-01 -5.91612806e-01 -1.94091141e-01
  2.52917560e-04  8.93638757e-02  8.45937299e-03 -1.94810055e-02
 -7.30159318e-03 -2.21763276e-03  9.39626418e-03  2.87598740e-03
  2.31609087e-03 -8.01470098e-04 -6.12762612e-03 -5.11516002e-04
  2.23951482e-03  1.59960962e-03  9.59782228e-05  1.49812371e-03
  9.71359470e-04 -5.17002195e-04  4.23960169e-04 -3.63881097e-04
 -9.29496960e-04 -3.49540089e-04 -3.74068963e-04 -1.39272086e-04
  2.63234250e-04 -2.13805283e-04 -9.37843450e-05 -9.72002014e-05
 -1.62439585e-04 -2.76878873e-05 -6.53091218e-05  1.30809241e-04
  1.44280236e-06 -1.02265119e-04  1.02238544e-04  9.66598403e-05
  7.86637026e-06  6.75224834e-05 -6.43800433e-05  9.51610580e-06
 -1.68868015e-04  6.28127419e-05 -1.26563462e-04  1.09650243e-04
 -5.75824255e-05  5.76468031e-05 -4.71408652e-05]
```

```
pd.set_option('display.max_colwidth', 256)
auto = [(np.abs(autovalores[i]), autovetores[:, i]) for i in range(len(autovalores))]
auto.sort()
auto.reverse()

# Não esta mostrando o vetor completamente
pd.DataFrame(auto, columns=['Autovalor', 'Autovetor']).head()
```

	Autovalor	Autovetor
0	156704992.48	[-0.020839792579188186, -4.702344748648644e-06, -0.0007892864492249364, -0.0003890193915397088, -0.0017932379099833428, -0.0013860031636851546, -0.0807702980254654, -0.04437008039227515, -0.010121018153399, -0.007330654093069946, -0.021923432506429114...
1	64003332.68	[0.13251367188311608, -0.0002524745486359701 3, 0.0006188921959131248, 0.0001606718045476305 6, 1.1835344556819536e-05, 0.0013494455425645015, 0.2676542864748914, 0.17271409139218014, 0.04878610975806069, 0.03860739692749473, 0.08968387712955818, 0.06686...
2	19166313.71	[0.0003510786929327981, -1.5417301122396005e-05, 0.0001614264800449917, 0.0001615509724766001 4, 0.002788213264671614, 0.0012001822952824744, 0.035033641519784574, -0.021368415364061543, -0.0015784174393559563, -0.0005054418916777971, -0.000615907732254...
3	11013136.30	[-0.09761903426578368, 0.0002682455440580129 6, -0.0015975022641870438, -0.0002630960480694607 3, -0.000952714997102188, -0.0025540503280186617, -0.7027062221894772, -0.588729504417273, -0.052235249022261704, -0.03788015385368349, -0.09922479460569959, -...
4	2058246.51	[-0.6812817427655917, 0.0007806973631280912, -0.0005498346772096004, -0.0004745405148846372, -0.002017405589743997, -0.005371910849906478, -0.10900793111452299, 0.45082778170406373, -0.22051880474528757, -0.1824534997359846, -0.34747747969991644, -0.28...

Análise 3 Os autovalores estão representando a variabilidade dos dados, ou seja, quão acumulado a variância deles. A variância explicada de cada autovalor foi calcula pelo método abaixo:

```
# Soma  dos Autovalores
total_sum = sum(autovalores)
print(f'Soma: {total_sum}')

# Visualização da porcentagem de variância dos dados totais que a primei
var = [(i / total_sum) * 100 for i in sorted(autovalores, reverse=True)]
var[:4] # Pequena Amostra
```

```
Soma: 255233902.34962192
[61.39662131148999, 25.07634451813057, 7.509313429794129, 4.314919058342878]
```

Componente	Autovalor (λ)	Variância % (fi)	Freq. Acumulada (Fi)
PCA 1	156704992.48	61.40	61.40
PCA 2	64003332.68	25.08	86.47
PCA 3	19166313.71	7.51	93.98
PCA 4	11013136.30	4.31	98.30
PCA 5	2058246.51	0.81	99.10
...	...	...	...
PCA 51	0.10	0.00	100.00
PCA 52	0.16	0.00	100.00
PCA 53	0.15	0.00	100.00
PCA 54	0.12	0.00	100.00
PCA 55	0.13	0.00	100.00

Como excolhemos cerca de 93% da variância acumulada, usaremos 3 Componentes para assim, formamos a nossa nova matriz do conjunto de dados. Logo, deve-se realizar os calculos de a cordo com a formulas. Os calculos podem ser vistos no Github

$$T_r = XW_r$$

Onde X é a nossa matriz (dataset) $n \times m$, W_r é a matriz truncada em r componentes e T é a matriz com r componentes principais.

País	PCA 1	PCA 2	PCA 3
India	-25008.63	-1537.78	7854.82
China	-32981.78	26214.33	3297.73
Indonesia	-38847.02	4385.68	2775.24
Philippines	-30604.36	7500.03	-2283.44
South Korea	-43407.69	19361.47	954.12
...	...	...	...
Canada	-40872.48	16629.89	-4483.88
Norway	-50694.56	-3168.06	-2344.55
Portugal	-37747.68	3602.78	824.73
Brazil	-29080.24	877.19	5493.99
Russia	-39169.28	3725.45	11339.59

735 rows × 3 columns

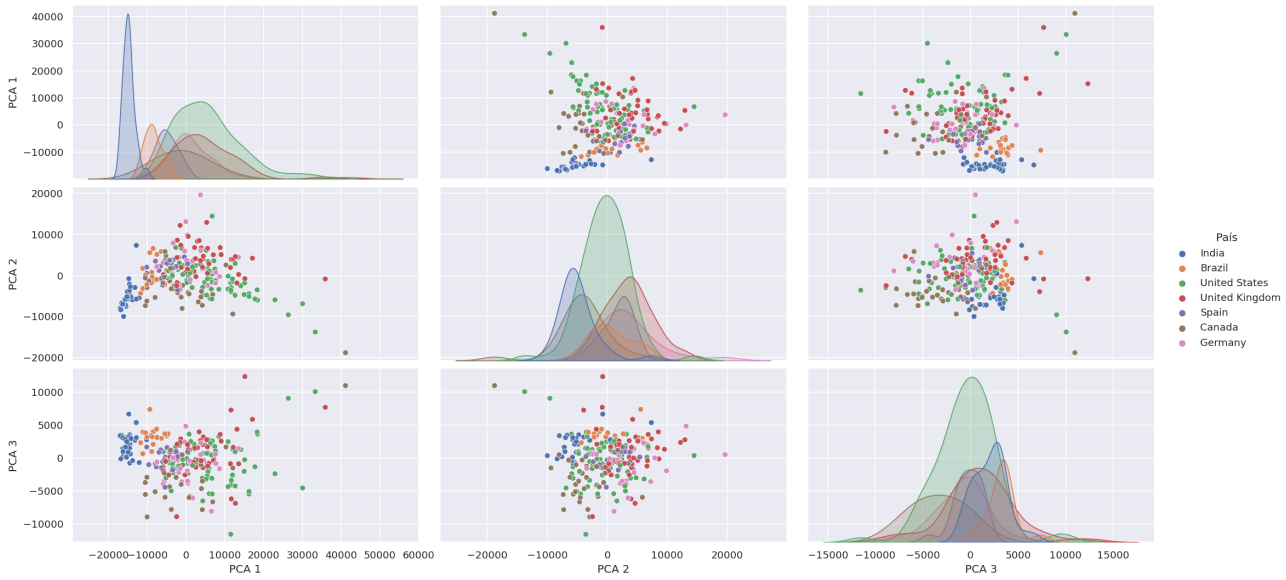
```
n_comp = pca.shape[0]
autovetores = [i[1] for i in auto]
A = autovetores

# Multiplicar a matriz pela matriz com todos os autovetores
X_ = np.dot(df, np.array(A).T)
new = pd.DataFrame(X_, columns=df.columns)
new['País'] = list(temp['País'])
new = new.set_index('País')

# Visualização do DataFrame de Componentes Principais
# Para deixar as coisas mais simples, colocaremos somente o país
display(new.iloc[:5, :5])
```

País	Salário Líquido Médio Mensal (Após Impostos)	Taxa de Juros de Hipoteca em Percentuais (%), Anual, por 20 Anos Taxa Fixa	1 par de jeans (Levis 501 ou similar)
India	-25008.63	-1537.78	7854.82
China	-32981.78	26214.33	3297.73
Indonesia	-38847.02	4385.68	2775.24
Philippines	-30604.36	7500.03	-2283.44
South Korea	-43407.69	19361.47	954.12

Análise 4 Após o processo, temos a seguinte matriz, contendo os três componentes, e colocamos os países como index para a visualização, entretanto, para facilitar a visualização dos componentes, selecionamos alguns países para não ficar muito extenso



Análise 5 Visualização das direções dos Autovetores no 3º Plano